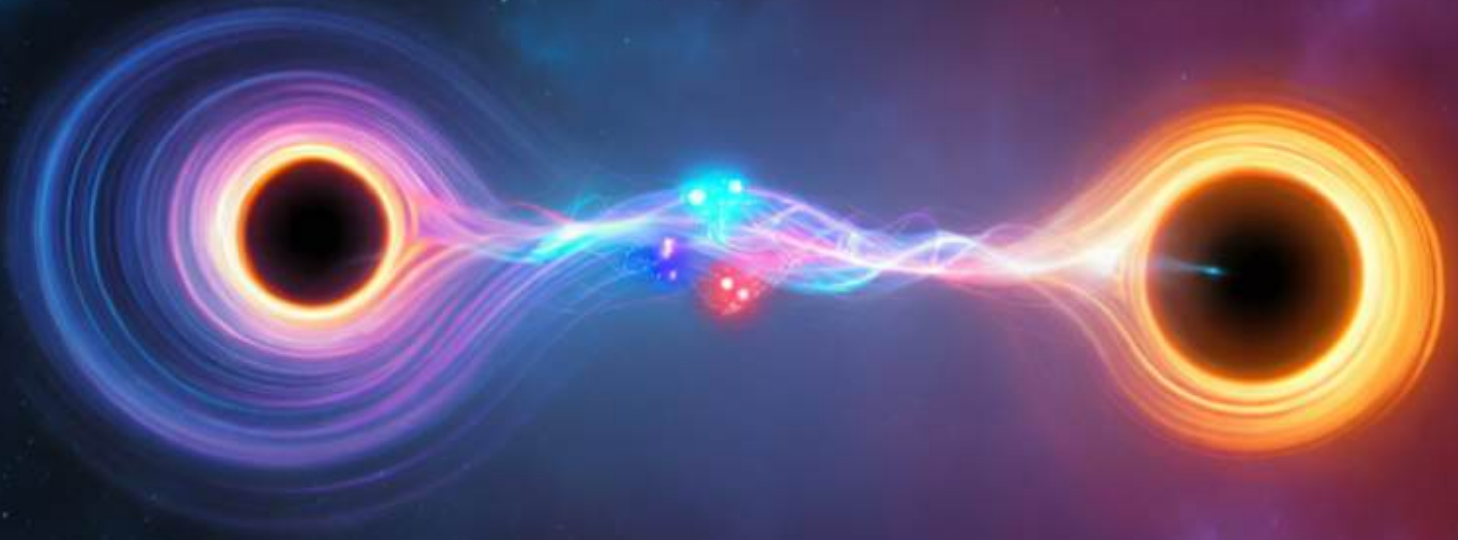


CADERNOS DE ASTRONOMIA

NÚCLEO DE ASTROFÍSICA E COSMOLOGIA DA UFES

EFEITOS QUÂNTICOS EM ASTROFÍSICA E COSMOLOGIA



O MARCO FORMATIVO DA MECÂNICA QUÂNTICA

Tradução comentada do artigo seminal de Werner Heisenberg que estabeleceu as bases para o desenvolvimento da mecânica quântica

INOVAÇÃO NA ACESSIBILIDADE EM ASTRONOMIA

Automação de telescópios e descrição de objetos celestes usando inteligência artificial

FORMAÇÃO DE ESTRUTURAS NO UNIVERSO

Introdução ao processo de formação de galáxias sob a perspectiva de modelos de halo de matéria escura



CADERNOS DE ASTRONOMIA

ISSN 2675-4754

www.periodicos.ufes.br/astronomia

CORPO EDITORIAL

Prof. Dr. Felipe Tovar Falciano (CBPF)
ftovar@cbpf.br

Prof. Dr. Hermano Velten (UFOP)
hermano.velten@ufop.edu.br

Prof. Dr. Júlio C. Fabris (Ufes)
julio.fabris@cosmo.ufes.org

Prof. Dr. Júnior Diniz Toniato (Ufes)
junior.toniato@ufes.br

CONSELHO CIENTÍFICO

Prof. Dr. Adriano Mesquita Oliveira (Ifes)
adriano.oliveira@ifes.edu.br

Prof. Dr. José A. F. Pacheco (OCA, França)
pacheco@oca.eu

Prof. Dr. Sergio Mascarello Bisch (Ufes)
sergiobisch@gmail.com

DESIGN E LAYOUT

Julia Rocha de Oliveira
julia.oliveira.73@edu.ufes.br

Bruna da Silva Amorim Bragato
bruna.bragato@edu.ufes.br

Denis Campos Rodrigues
deniscr@gmail.com

ENDEREÇO

Núcleo de Astrofísica e Cosmologia.
Universidade Federal do Espírito Santo.
Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras.
Vitória - ES. CEP 29075-010

E-mail: cadernos@cosmo-ufes.org



SOBRE A REVISTA

A revista *Cadernos de Astronomia* é uma publicação semestral do Núcleo Cosmo-Ufes da Universidade Federal do Espírito Santo e que conta também com recursos humanos do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas e da Universidade Federal de Ouro Preto (vide o Corpo Editorial).

Propõe-se a publicar artigos destinados à divulgação científica, história da ciência, ensino e pesquisa em astronomia e áreas correlatas. O objetivo é tornar acessível a um amplo público, que inclui estudantes secundários, graduandos e simpatizantes da área, o conhecimento científico relacionado à astronomia, cosmologia e gravitação.

Possuindo acesso totalmente gratuito, cada número dedica uma seção inteira a um tema específico, onde especialistas nacionais e internacionais discutem em detalhes aspectos qualitativos e quantitativos do tópico em questão.

SUBMISSÕES

A revista *Cadernos de Astronomia* aceita artigos inéditos versando sobre temas de divulgação científica, história da ciência, ensino e pesquisa nas áreas de astronomia, cosmologia e disciplinas afins. Além de artigos que busquem traduzir para uma linguagem simples tópicos avançados de ciências, também se aceita a submissão de textos que introduzam aspectos técnicos de temas variados visando estudantes de graduação e início de pós-graduação. Espera-se assim contribuir para a ampliação de uma bibliografia qualificada para a formação de jovens cientistas.

Para mais informações acesse:
<https://periodicos.ufes.br/astronomia/about/submissions>

ARTE DE FUNDO DA CAPA E CONTRACAPA

Imagens geradas através de inteligência artificial usando a ferramenta *online Reve AI, Inc.*

Carta ao Leitor

A mecânica quântica e a teoria da relatividade geral constituem os principais pilares da Física Contemporânea, tendo ambas suas origens no início do século XX. Em contraste com a teoria da relatividade geral, cuja formulação definitiva é tradicionalmente associada ao ano de 1915, com a publicação seminal de Albert Einstein que apresenta suas equações fundamentais e consolida a descrição do fenômeno gravitacional, o desenvolvimento da mecânica quântica caracteriza-se por um processo mais extenso e intrincado. A trajetória da mecânica quântica inicia-se em 1900, quando Max Planck, ao propor que a interação entre radiação e matéria ocorre de forma discreta, resolve a discrepância observada no espectro de radiação do corpo negro entre os dados experimentais e as previsões clássicas. Essa hipótese introduz a constante de Planck, atualmente designada como h , que se tornou um símbolo dos fenômenos quânticos. Nos anos subsequentes, a proposta de quantização foi ampliada a outros contextos: em 1905, foi aplicada ao efeito fotoelétrico, e em 1913, Bohr utilizou o conceito nos níveis de energia do átomo de hidrogênio. O efeito Compton, descoberto em 1923, contribuiu decisivamente para elucidar a natureza da interação entre luz e partículas. Em 1924, Louis de Broglie introduz a noção de dualidade onda-partícula, segundo a qual tanto a radiação eletromagnética quanto partículas como o elétron podem exibir comportamentos ondulatórios ou corpusculares, dependendo do experimento realizado. Finalmente, entre 1925 e 1927, a mecânica quântica assume sua forma moderna, com a formulação de suas equações fundamentais e de sua estrutura matemática característica, a partir dos trabalhos fundamentais de pesquisadores como Heisenberg, Jordan, Schrödinger, Dirac, entre outros.

Apesar deste longo processo de gestação, o ano de 2025 foi escolhido para se comemorar o centenário do surgimento da mecânica quântica e as incríveis tecnologias que dela emergiram. O motivo pode ser atribuído às publicações de Jordan e Heisenberg no ano de 1925, que estabeleceram os princípios sobre os quais a mecânica quântica adquiriria seu formato atual, aquele que encontramos nos principais livros-texto da área. Com este novo número, os *Cadernos de Astronomia* também participam dessa importante celebração, apresentando uma seção temática dedicada aos fenômenos quânticos, com uma ênfase especial em suas aplicações à astrofísica e cosmologia, mas também discutindo os fundamentos e as particularidades da física quântica.

A discussão sobre se a mecânica quântica já possui uma formulação definitiva ou ainda está em processo de construção surge com frequência. O chamado problema da medida, por exemplo, que trata de como — e por que — o ato de medir uma grandeza faz um sistema quântico “escolher” um único resultado observável entre as várias possibilidades existentes inicialmente. Esse mistério revela que a teoria talvez ainda busque uma formulação mais abrangente, capaz de conectar melhor o mundo quântico e o mundo clássico. O Prêmio Nobel de Física deste ano de 2025 foi concedido a pesquisas que exploram a manifestação de fenômenos tipicamente quânticos

em sistemas de tamanho intermediário (nem microscópicos, nem propriamente macroscópicos). Isso reflete bem essa busca por uma compreensão mais profunda da mecânica quântica, e uma nota científica é publicada ao fim desta edição com comentários de alguns dos maiores especialistas brasileiros no assunto.

Apresentam-se neste número as traduções comentadas de dois textos clássicos. A primeira é do artigo de Werner Heisenberg, publicado em 1925 — um marco que motivou a escolha de 2025 como o [Ano Internacional da Ciência e Tecnologia Quântica](#) — e que, agora, ganha sua primeira versão em português nas páginas dos Cadernos de Astronomia. Trata-se de um texto notoriamente desafiador, tanto por seus aspectos conceituais quanto pelo esforço de distinguir as ideias fundamentais da nova mecânica quântica em relação à física clássica. Ainda assim, é uma leitura essencial para quem deseja compreender os alicerces teóricos dessa revolução científica. A segunda tradução cumpre o papel de valorizar o trabalho pioneiro de Guido Beck, também publicado há cem anos, no estudo de ondas gravitacionais. É um artigo que apresenta a primeira solução exata da relatividade geral que descreve o transporte de energia por ondas gravitacionais.

O presente número dos CdA traz também um artigo que introduz o método de formação de estruturas do universo considerando os halos de matéria escura, e um artigo sobre a determinação da distância até a Grande Nuvem de Magalhães com o uso de dados de estrelas Cefeidas. Na Seção Ensino, um trabalho aborda a acessibilidade na prática da astronomia e com o uso de inteligência artificial. Por fim, uma nota científica discute uma das mais relevantes novidades científicas recentes, como a detecção dos chamados pequenos pontos vermelhos (*little red dots*, na terminologia inglesa), resultado das observações do universo jovem obtidas através do telescópio James Webb.

Boa leitura.

Os editores

Sumário

Seção Temática - Efeitos Quânticos na Astrofísica e Cosmologia

A sinfonia matemática do mundo quântico

Giuseppe Dito 6

A mecânica quântica em construção

Nelson Pinto Neto 16

Efeitos quânticos em espaços curvos: do conceito de partícula à teoria de campos

Sandro Dias Pinto Vitenti 27

Testes de gravitação quântica no laboratório

Francisco Bento Lustosa 42

Efeitos quânticos na gravitação e em análogos gravitacionais

Lucas Tobias de Paula, Murillo Spadin Domingues e Maurício Richartz 62

O paradoxo da (des)informação em buracos negros

André G. S. Landulfo 72

O problema do tempo na gravitação e cosmologia quânticas

Leonardo Chataignier 87

Teoria do funcional da densidade: fundamentos, desafios e novos horizontes na mecânica quântica de átomos, moléculas e sólidos

Matheus S. Barbosa et al. 110

Degenerescência quântica e anãs brancas

M. Moriconi e R. Negreiros 139

Seção Divulgação Científica, Ciência e Sociedade

Niède Guidon, a Serra da Capivara e os registros celestes na arte rupestre: ciência, cultura e arqueoastronomia na caatinga piauiense

Viviana Borges Corte e Rizalva dos Santos Cardoso Rabelo 152

Seção Artigos

Formação e evolução de estruturas em grande escala sob a perspectiva de modelos de halo

Emanuelly Silva e Rafael C. Nunes 161

Medindo a distância à Grande Nuvem de Magalhães usando Cefeidas tipo II

Anna Carolyn B. Breda, Adriano M. Oliveira e Augusto C. T. Monteiro 171

Seção Ensino

Inovação na acessibilidade em astronomia: automação de telescópio e descrição de astros com inteligência artificial

Aloisio de Sousa Oliveira et al. 178

Seção Textos Clássicos

Tradução comentada do artigo de Heisenberg, “Sobre a reinterpretação das relações cinemáticas e mecânicas na teoria quântica”

Júlio C. Fabris e Oliver F. Piattella 184

Um pioneiro esquecido: Guido Beck e a previsão da existência de ondas gravitacionais

Alexandre Sampaio da Cruz, Rafael Velloso e Antonio Augusto Passos Videira 199

Notas

O Prêmio Nobel de Física de 2025

Júlio C. Fabris 216

Pequenos pontos vermelhos

Stéfani Faller 219

A sinfonia matemática do mundo quântico

Giuseppe Dito

Instituto de Matemática da Borgonha, França

Resumo

Este texto explora a profunda e bela interação entre a física quântica e a matemática. Viajamos da crise da física clássica na virada do século XX até as elegantes e abstratas estruturas matemáticas que definem a mecânica quântica moderna. Veremos como problemas físicos forçaram a invenção de novas matemáticas e como as estruturas matemáticas, por sua vez, forneceram a linguagem para descrever o mundo quântico. Figuras-chave como Planck, Einstein, Heisenberg, Born, von Neumann, Weyl e Dirac nos guiarão, revelando uma história em que a intuição física e o formalismo matemático estão inextricavelmente ligados.

Abstract

This text explores the profound and beautiful interplay between quantum physics and mathematics. We journey from the crisis of classical physics at the turn of the 20th century to the elegant, abstract mathematical frameworks that define modern quantum mechanics. We will see how physical problems forced the invention of new mathematics and how mathematical structures, in turn, provided the language to describe the quantum realm. Key figures like Planck, Einstein, Heisenberg, Born, von Neumann, Weyl, and Dirac will guide us, revealing a story where physical intuition and mathematical formalism are inextricably linked.

Palavras-chave: mecânica quântica; formalismo matemático; física-matemática.

Keywords: quantum mechanics, mathematical formalism, mathematical-physics.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.50080](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.50080)

1 Planck e a radiação do corpo negro

No final do século XIX, a física enfrentou uma grande crise: a eletrodinâmica e a termodinâmica clássicas não conseguiam explicar a distribuição da radiação emitida por uma cavidade aquecida, conhecida como radiação de corpo negro.

Medidas experimentais mostraram um espectro característico, com intensidade aumentando com a frequência, atingindo um pico em determinado valor e, em seguida, diminuindo. A teoria clássica, no entanto, previa uma intensidade infinita em altas frequências — a chamada catástrofe ultravioleta.

Max Planck (Figura 1), no outono de 1900, introduziu uma ideia radicalmente nova: a quantização das energias do oscilador. Essa hipótese levou à lei correta da radiação de corpo negro e marcou o início da teoria quântica.

1.1 Corpo negro

Todo sólido emite radiação, geralmente invisível a olho nu à temperatura ambiente (radiação infravermelha). Para estudar a radiação de um objeto à temperatura T , os físicos imaginam um objeto ideal que absorve toda a energia eletromagnética incidente, sem refletir ou transmitir nenhuma energia. Isso é chamado de corpo negro.

Um corpo negro emite radiação que depende apenas de sua temperatura T , geralmente expressa em Kelvin ($0\text{ K} = -273,15\text{ °C}$). Como absorve toda a luz incidente, ele parece completamente preto — como um objeto coberto de fuligem. A energia absorvida apenas aquece o corpo negro até a temperatura T e não se mistura com a radiação que emite.

1.2 Alguns fatos

Um corpo negro emite radiação de qualquer frequência ν ou comprimento de onda λ . Essas

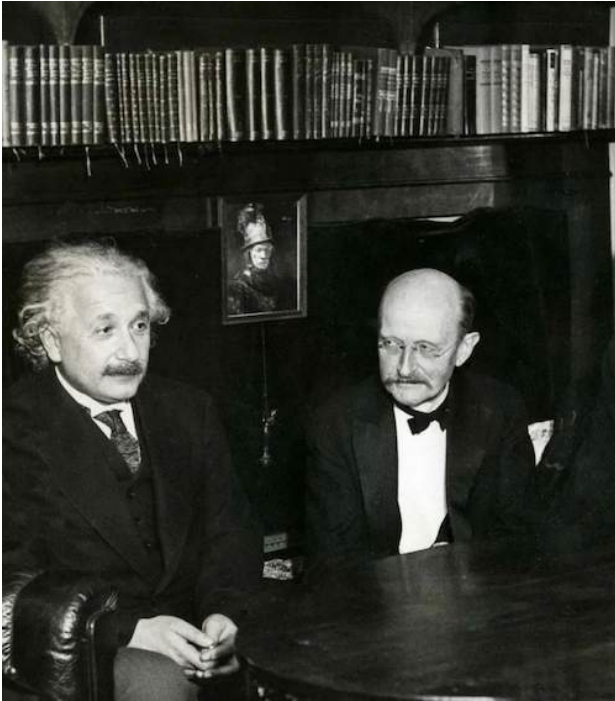


Figura 1: Albert Einstein (1879–1955) e Max Planck (1858–1947)

grandezas são relacionadas pela seguinte relação:

$$\nu = \frac{c}{\lambda}, \quad (1)$$

onde $c = 2,99792458 \times 10^8$ m/s é a velocidade da luz no vácuo.

Existem várias grandezas usadas para descrever a radiação de um corpo negro, todas elas estão intimamente relacionadas. Uma das mais importantes é a radiância espectral $L(\nu, T)$. A uma dada frequência ν e temperatura T , $L(\nu, T)$ é a potência emitida por unidade de área, por unidade de ângulo sólido e por unidade de frequência.

As seguintes características da radiação de corpo negro eram conhecidas no final do século XIX:

1. Em baixas frequências, $L(\nu, T)$ aumenta aproximadamente como $C\nu^2T$ onde C é uma constante.
2. Em altas frequências, $L(\nu, T)$ diminui exponencialmente.
3. O pico do espectro se desloca para frequências mais altas à medida que a temperatura T aumenta.

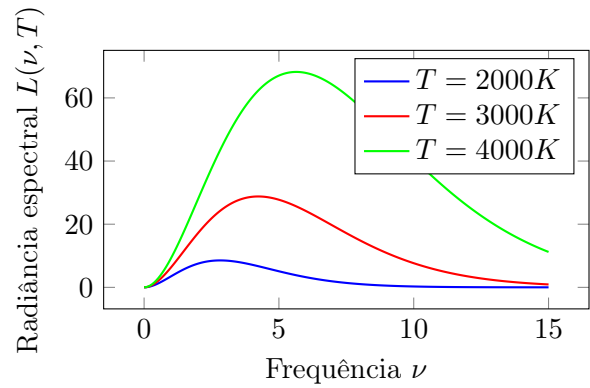


Figura 2: Radiância espectral $L(\nu, T)$ para diversas temperaturas.

A Figura 2 ilustra essas características (usando unidades arbitrárias).

O item 1 acima é chamado de lei de Rayleigh-Jeans e foi derivado teoricamente da física clássica por Lord Rayleigh em junho de 1900. Em altas frequências, previu energia infinita (a “catástrofe ultravioleta”), o que contradizia experimentos, porém previu o comportamento correto para baixas frequências.

O item 2 é conhecido como aproximação de Wien (1896). Mais precisamente, Wien estabeleceu que

$$L(\nu, T) = C\nu^3 e^{-C\nu/T},$$

onde C é uma constante. Ele se ajusta corretamente aos dados experimentais para altas frequências, mas não cumpre a lei de Rayleigh-Jeans em baixas frequências: comporta-se como ν^3 em vez de ν^2 .

O item 3 é conhecido como lei do deslocamento de Wien. Se, para uma dada temperatura, $\nu_{\text{máx}}$ designa a frequência na qual a radiância espectral atinge seu máximo (cf. Figura 2). Usando um argumento termodinâmico, Wien obteve que

$$\nu_{\text{máx}} = bT, \quad (2)$$

onde b é uma constante aproximadamente igual a $5,8789 \times 10^{10} \text{ K}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$. De forma equivalente, a lei de deslocamento de Wien é geralmente escrita na forma de comprimento de onda,

$$\lambda_{\text{máx}} = \frac{b}{T}, \quad b \approx 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}. \quad (3)$$

Para uma discussão detalhada dos aspectos históricos e físicos da radiação do corpo negro, o leitor pode consultar [1, 2].

1.3 A solução de Planck

Vimos que experimentos com radiação de corpo negro revelaram uma discrepância marcante com a física clássica. Embora a lei de Rayleigh-Jeans descrevesse com precisão a radiação em baixas frequências, ela previa uma divergência não física de energia em altas frequências, a chamada catástrofe ultravioleta. Essa falha motivou Max Planck a buscar uma fórmula teórica que reproduzisse o espectro observado em todas as frequências. A hipótese-chave de Planck era revolucionária: ele propôs que a radiação eletromagnética pode ser emitida ou absorvida apenas em pacotes discretos. Portanto, não poderíamos ter energias arbitrariamente pequenas, mas apenas trocar energia em unidades discretas, ou quanta, proporcionais à sua frequência.

$$E = nh\nu, \quad \text{com } n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

e h uma nova constante fundamental (agora conhecida como constante de Planck). Seu valor atual é fixado em

$$h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}, \quad (5)$$

e é usado desde 2019 para definir o quilograma.

Usando essa suposição e argumentos termodinâmicos padrão, Planck derivou a fórmula para a radiação espectral:

$$L(\nu, T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}, \quad (6)$$

onde $k_B = 1,380649 \times 10^{-23} \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$ é a constante de Boltzmann. Esta fórmula conecta elegantemente o comportamento de baixa frequência previsto pela lei de Rayleigh-Jeans e a aproximação de Wien de alta frequência (ver Figura 3), reproduzindo com precisão os dados experimentais em todo o espectro. Quando Planck introduziu a ideia de quantização de energia, ela foi inicialmente considerada um dispositivo matemático puramente formal, sem qualquer interpretação física clara. Apesar disso, a hipótese matemática revelou-se revolucionária: forneceu o primeiro vislumbre do comportamento quântico e, por fim, lançou as bases da teoria quântica, remodelando profundamente nossa compreensão do mundo microscópico e da natureza da troca de energia.

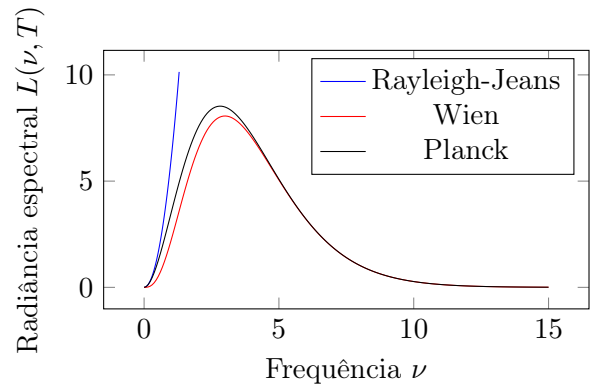


Figura 3: Comparação entre as distribuições de Planck, Rayleigh-Jeans e Wien da radiação espectral a uma mesma temperatura.

Em 1905, Einstein aplicou a ideia de Planck de quantização de energia à própria luz, propondo que a luz consiste em partículas, ou fótons, cada uma carregando energia $E = h\nu$. Ele usou esse conceito para explicar o efeito fotoelétrico, no qual a luz que incide sobre uma superfície metálica pode ejetar elétrons. A teoria clássica não conseguia explicar as observações, como a dependência da energia do elétron da frequência da luz em vez de sua intensidade. Ao tratar a luz como fótons, Einstein demonstrou que apenas fótons com energia suficiente ($h\nu$ maior que algum valor) podem liberar elétrons, fornecendo uma explicação simples e bem-sucedida para o efeito.

Einstein deu uma interpretação física e conceitual à hipótese quântica matemática formal de Planck.

2 Heisenberg e a mecânica matricial

A hipótese do fóton de Einstein forneceu uma explicação clara do efeito fotoelétrico e conferiu um significado físico sólido ao quantum de energia de Planck. No entanto, apesar desse sucesso, uma questão mais profunda permanecia: como os princípios da quantização poderiam ser aplicados sistematicamente à própria matéria, particularmente à estrutura dos átomos? A física clássica não conseguia explicar por que os átomos são estáveis ou por que emitem radiação apenas em frequências discretas. Esse desafio foi abordado em 1913 por Niels Bohr, que introduziu um novo modelo do átomo de hidrogênio. Ele postulou que os elétrons poderiam ocupar apenas certas “órbi-

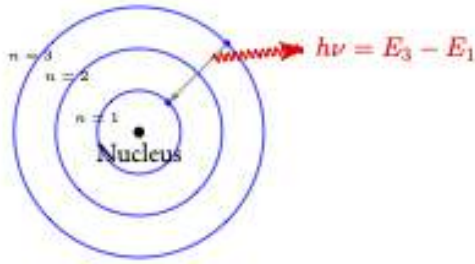


Figura 4: Uma transição de elétron que emite um fóton de energia $E_3 - E_1$.

tas estacionárias” com momento angular quantizado, e que a radiação era emitida ou absorvida apenas quando o elétron saltava entre essas órbitas. A frequência ν da luz emitida ou absorvida é então determinada por

$$h\nu = E_i - E_f, \quad (7)$$

onde E_i e E_f são as energias das órbitas inicial e final (ver Figura 4). Para o átomo de hidrogênio, os níveis de energia permitidos assumem a forma

$$E_n = -\frac{13,6 \text{ eV}}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (8)$$

onde eV (elétron-volt) é uma unidade de energia, definida como a energia ganha por um único elétron quando acelerado através de uma diferença de potencial de um volt, e corresponde a aproximadamente $1,602 \times 10^{-19}$ J. Com esses níveis de energia quantizados, o modelo de Bohr considera com sucesso as linhas espectrais observadas do hidrogênio. De fato, o comprimento de onda λ do fóton emitido durante a transição de uma órbita mais alta n para uma órbita mais baixa m é dado pela famosa fórmula de Rydberg:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad n > m, \quad (9)$$

onde $R \approx 1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$ é a constante de Rydberg.

Embora o modelo de Bohr tenha sido um grande avanço, ele ainda era um híbrido de ideias clássicas e quânticas, e não conseguia explicar átomos mais complexos ou por que a quantização funcionava. Essa tensão conceitual abriu caminho para o avanço de Heisenberg (Figura 5) em 1925, quando ele abandonou completamente a noção de órbitas de elétrons e reformulou a teoria quântica em termos de grandezas observáveis, como frequências e intensidades de transição.



Figura 5: Werner Heisenberg (1901–1976)

2.1 Não-comutatividade

O breve resumo do famoso artigo de Heisenberg de 1925 (uma tradução em inglês pode ser encontrada em [3, p. 216], e uma tradução para o português é apresentada nesta edição dos Cda) diz:

O presente artigo busca estabelecer uma base para a mecânica quântica teórica fundada exclusivamente em relações entre grandezas que, em princípio, são observáveis

A abordagem de Heisenberg representa um afastamento radical da mecânica clássica. Em vez de tentar descrever o movimento preciso dos elétrons em órbitas não observáveis, ele adotou um ponto de vista positivista, concentrando-se apenas em grandezas que podem, pelo menos em princípio, ser medidas experimentalmente — principalmente as frequências e intensidades da radiação emitida ou absorvida pelos átomos.

Para implementar essa ideia, Heisenberg propôs representar grandezas físicas como posição x e momento p como matrizes de números x_{mn} correspondentes a transições entre estados de energia $n \rightarrow m$. Cada elemento da matriz codifica a amplitude da transição correspondente, diretamente relacionada às linhas espectrais ob-

servadas.

Uma percepção crucial da formulação de Heisenberg é que essas grandezas não comutam em geral: a ordem em que são multiplicadas importa. Essa não comutatividade é a característica matemática essencial que distingue a mecânica quântica da mecânica clássica e naturalmente leva à quantização de observáveis atômicos como a energia. De fato, a multiplicação $x \cdot y$ de duas matrizes de números $x = (x_{mn})$ e $y = (y_{mn})$ é dada por

$$(x \cdot y)_{mn} = \sum_{k=1}^{k=\infty} x_{mk}y_{kn}, \quad (10)$$

e, em geral, tem-se que $x \cdot y$ não é igual a $y \cdot x$.

Dessa forma, Heisenberg estabeleceu uma estrutura teórica consistente que reproduz os níveis discretos de energia dos átomos, sendo construída inteiramente a partir de quantidades observáveis.

2.2 Born e Jordan: operadores no espaço de vetores

Dois meses após a descoberta de Heisenberg, Max Born e Pascual Jordan perceberam que as matrizes de números introduzidas por Heisenberg, juntamente com a regra da multiplicação não comutativa (10), poderiam ser entendidas como matrizes de dimensão infinita. É importante ressaltar que essa estrutura matemática não surgiu de considerações abstratas, mas naturalmente da ideia física de Heisenberg: que apenas grandezas observáveis - frequências de transição e amplitudes - deveriam ser usadas para descrever fenômenos atômicos.

Na época, a maioria dos físicos não estava familiarizada com o cálculo matricial, mas a experiência de Born como assistente de Hilbert permitiu-lhe reconhecer a importância dessa estrutura formal. Born e Jordan sugeriram interpretar as matrizes de Heisenberg como operadores lineares atuando em um espaço vetorial de estados quânticos, fornecendo uma maneira sistemática e matematicamente rigorosa de lidar com as grandezas não comutativas.

Assim, o formalismo de operadores da mecânica quântica surgiu diretamente de uma tentativa, motivada fisicamente, de descrever transições atômicas em termos de observáveis. Ele preservou todos os sucessos empíricos da abordagem

de Heisenberg, ao mesmo tempo em que lhe conferiu uma estrutura algébrica clara, lançando as bases para desenvolvimentos subsequentes, como as relações de comutação canônicas e o formalismo completo da teoria quântica.

Após receber o artigo de Heisenberg em setembro de 1925, Paul Dirac chegou, independentemente, à mesma conclusão de Born e Jordan: as grandezas físicas introduzidas por Heisenberg poderiam ser representadas como operadores atuando sobre estados quânticos. Dirac também enfatizou a profunda conexão entre esses operadores e a estrutura canônica da mecânica clássica, fornecendo uma formulação complementar e elegante do formalismo de operadores. O artigo de Dirac antecipa, em parte, a formalização da mecânica quântica apresentada no trabalho de 1926 de Born, Jordan e Heisenberg [3, p. 321].

3 Os fundamentos do espaço de Hilbert: John von Neumann

Em meados da década de 1920, surgiram diversas abordagens diferentes, porém relacionadas, à mecânica quântica. Werner Heisenberg (1925) introduziu uma nova maneira de descrever átomos, concentrando-se apenas em grandezas observáveis, como as frequências e intensidades da radiação emitida durante as transições. Seu método levou a um tipo incomum de aritmética, em que a ordem da multiplicação importava — o nascimento da mecânica matricial. Max Born e Pascual Jordan logo reconheceram que as matrizes de Heisenberg eram, na verdade, matrizes e reformularam a teoria em termos de operadores, dando-lhe uma estrutura algébrica mais clara. Quase ao mesmo tempo, Paul Dirac, inspirado pelo artigo de Heisenberg, chegou, independentemente, ao mesmo ponto de vista sobre operadores. Dirac também notou uma profunda analogia com a mecânica clássica e demonstrou que os comutadores quânticos desempenham o papel dos colchetes de Poisson clássicos, uma ideia que se tornaria central no desenvolvimento posterior da teoria.

Em 1926, Erwin Schrödinger seguiu um caminho muito diferente. Inspirado pela proposta de ondas da matéria de de Broglie, ele introduziu a mecânica ondulatória, descrevendo o elétron não como uma partícula pontual orbitando o núcleo,

mas como uma função de onda espalhada no espaço. A equação de Schrödinger, uma equação diferencial que governa a evolução temporal dessa onda, tornou possível calcular os níveis de energia atômica e as linhas espectrais com precisão impressionante. Sua formulação era mais intuitiva para muitos físicos, pois se assemelhava aos métodos familiares da teoria ondulatória clássica. Em um ano, o próprio Schrödinger demonstrou que a mecânica ondulatória e a mecânica matricial eram de fato matematicamente equivalentes, embora expressas em linguagens muito diferentes.

Nesse ponto, a mecânica quântica era extremamente bem-sucedida na explicação de dados experimentais. Por exemplo, o átomo de hidrogênio foi resolvido independentemente por Pauli e Dirac, mas seus fundamentos eram fragmentados: as matrizes de Heisenberg, o cálculo de operadores de Dirac e as funções de onda de Schrödinger forneciam ferramentas poderosas, mas seu significado matemático preciso não era totalmente claro.

Foi aqui que John von Neumann (Figura 6) deu sua contribuição decisiva. No outono de 1926, o jovem von Neumann chegou a Göttingen, vindo de Budapeste, para servir como assistente de Hilbert, onde foi imediatamente exposto aos avanços recentes de Heisenberg e seus contemporâneos. Von Neumann realizou vários estudos importantes sobre a emergente mecânica quântica; em particular, demonstrou que as representações das relações de comutação canônicas são essencialmente únicas.

Em seu livro de 1932, *Fundamentos Matemáticos da Mecânica Quântica* [4], ele unificou todas essas abordagens dentro da rigorosa estrutura dos espaços de Hilbert.¹ Um exemplo típico de espaço de Hilbert é o espaço vetorial, que consiste em sequências complexas somáveis ao quadrado ℓ^2 . Seus elementos consistem em sequências de números complexos $z = (z_n)_n$ tais que $\sum_n |z_n|^2 < \infty$. O espaço ℓ^2 vem com um produto escalar definido por

$$\langle z, z' \rangle = \sum_n z_n^* z'_n, \quad (11)$$

onde o complexo-conjugado de um número com-

¹Von Neumann nomeou esses espaços em homenagem a David Hilbert, em vista das contribuições de Hilbert sobre equações integrais onde o espaço ℓ^2 apareceu.



Figura 6: John von Neumann (1903–1957)

plexo a é denotado por a^* . O espaço de Hilbert ℓ^2 é isomorfo ao espaço de funções integráveis ao quadrado no espaço euclidiano R^n que aparece na abordagem de Schrödinger.

Na formulação de von Neumann, estados são, até um fator de fase, vetores normalizados em um espaço de Hilbert \mathcal{H} , observáveis são operadores autoadjuntos, em \mathcal{H} ; ou seja, operadores que satisfazem $A = A^*$. Quando o operador é contínuo (limitado), o adjunto A^* é definido por

$$\langle z, Az' \rangle = \langle A^*z, z' \rangle, \quad \forall z, z' \in \mathcal{H}. \quad (12)$$

O ato de medição é descrito usando operadores de projeção. Ele provou o Teorema Espectral, que garante que tais operadores podem ser decompostos em autovalores e autovetores, dando assim um significado matemático preciso às grandezas mensuráveis.

O trabalho de Von Neumann mostrou que as abordagens aparentemente diferentes de Heisenberg e Schrödinger eram apenas duas faces da mesma teoria, e ele forneceu a clareza matemática que transformou a mecânica quântica de uma coleção de intuições brilhantes em uma estrutura científica consistente. Dessa forma, von Neumann deu ao assunto a linguagem rigorosa que ainda é usada hoje.

Além de seu livro de 1932, von Neumann continuou a desenvolver a estrutura matemática da teoria quântica. Em colaboração com Francis Murray, ele introduziu a teoria das álgebras de operadores, agora conhecidas como álgebras de von Neumann. Estas são álgebras de operadores limitados em um espaço de Hilbert que são fechadas por adjuntos e por limites na topologia fraca dos operadores. Essa generalização forneceu ferramentas poderosas para estudar sistemas infinitos e lançou as bases para grande parte da análise funcional moderna. A abordagem da álgebra de operadores de Von Neumann tornou-se posteriormente central para a mecânica estatística quântica e a teoria quântica de campos, onde a estrutura das álgebras de observáveis codifica informações físicas sobre localidade, simetria e limites termodinâmicos.

4 Simetrias e representações

Um passo decisivo na conexão da matemática com a física quântica foi dado pelo influente livro de Hermann Weyl (Figura 7), de 1928, *Teoria dos Grupos e Mecânica Quântica*. Neste trabalho, Weyl introduziu o uso sistemático da teoria da representação de grupos na mecânica quântica, fornecendo uma estrutura rigorosa para a compreensão das simetrias dos sistemas quânticos. Um dos exemplos mais importantes diz respeito à descrição do spin. Ao contrário do momento angular orbital, que surge do movimento de um elétron ao redor do núcleo, o spin é uma forma intrínseca do momento angular. O conceito de simetria desempenha um papel fundamental na teoria quântica: levar em consideração as simetrias não apenas ajuda a resolver problemas físicos, mas também fornece uma visão conceitual profunda sobre a natureza das interações fundamentais.

Matematicamente, as simetrias das rotações no espaço tridimensional são descritas pelo grupo $SO(3)$. No entanto, a mecânica quântica revela que partículas como o elétron se transformam não sob o próprio $SO(3)$, mas sob sua dupla cobertura, o grupo $SU(2)$, que consiste em 2×2 matrizes unitárias. A representação não trivial mais simples de $SU(2)$ é bidimensional e descreve estados de uma partícula com spin- $\frac{1}{2}$. Concretamente, isso significa que um elétron pode existir



Figura 7: Hermann Weyl (1885–1955)

em dois estados de spin possíveis, frequentemente chamados de “spin up” (\uparrow) e “spin down” (\downarrow). Esses dois estados são representados por vetores de duas componentes, ou “spinors”, sobre os quais as matrizes $SU(2)$ atuam. Por exemplo, uma rotação em torno do eixo z é descrita, na *representação de spin*, pela matriz diagonal

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} e^{i\theta/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\theta/2} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Este formalismo captura a propriedade contraintuitiva de que uma partícula de spin deve passar por uma rotação de 720 graus, em vez de 360 graus, para voltar ao seu estado original. Em termos matemáticos, a função de onda total que descreve um sistema de férmions idênticos deve ser *antissimétrica* sob a troca de quaisquer duas partículas. Para satisfazer o requisito de antissimetria para férmions, a parte do spin da função de onda deve, portanto, ser *anti-simétrica*. O único estado de spin antissimétrico é o *estado singleto*:

$$\chi_{\text{singleto}} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow_1\downarrow_2 - \downarrow_1\uparrow_2). \quad (14)$$

Isso descreve dois elétrons pareados com spins opostos. Em contraste, se ambos os elétrons ten-

tassem ocupar o mesmo orbital com o mesmo spin (ambos \uparrow , por exemplo), o estado de spin seria simétrico e a função de onda total desapareceria, tornando tal configuração proibida. Esta é a essência do princípio de exclusão de Pauli: apenas dois elétrons, com spins opostos, podem ocupar o mesmo estado orbital.

Este princípio explica a estrutura da tabela periódica: os elétrons preenchem orbitais sucessivos nos átomos, dois por orbital, levando às propriedades químicas dos elementos. De forma mais ampla, ele fundamenta a estabilidade da própria matéria: sem o princípio de exclusão, todos os elétrons entrariam em colapso no estado de menor energia, e os átomos não teriam estrutura.

O trabalho de Weyl forneceu a ponte conceitual e matemática entre a teoria abstrata de grupos e esses fenômenos físicos concretos. Seu tratamento do spin como uma representação de $SU(2)$ e a conexão com o princípio de exclusão de Pauli mostraram como as considerações de simetria ditam o comportamento fundamental da matéria. Posteriormente, o artigo de Eugene Wigner de 1939 estendeu esse ponto de vista às simetrias do próprio espaço-tempo, classificando as partículas pelas representações unitárias do grupo de Poincaré. Na física moderna, essas ideias se desenvolveram na poderosa estrutura do Modelo Padrão das Partículas Elementares, onde a teoria da representação de grupos de Lie e álgebras de Lie fundamenta a classificação de partículas e a estrutura de suas interações.

5 Dirac e sua equação

A equação de Dirac (Figura 8) foi motivada pela necessidade de conciliar a mecânica quântica com a relatividade especial de Einstein. A equação não relativística de Schrödinger descreve bem os elétrons em baixas velocidades, mas não é invariante de Lorentz. Uma generalização relativística natural é a equação de Klein-Gordon que, para uma partícula livre de massa m , se escreve

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \psi = 0. \quad (15)$$

Embora esta equação seja invariante de Lorentz, ela apresenta um grande problema: a densidade

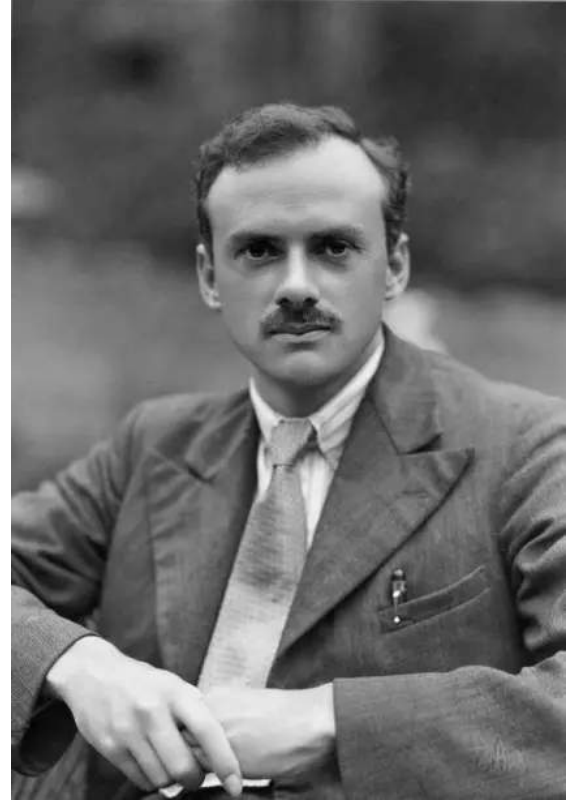


Figura 8: Paul Dirac (1902–1984)

de probabilidade associada não é definida positivamente, impossibilitando uma interpretação consistente de uma única partícula.

A ideia de Dirac foi construir uma equação diferencial parcial de primeira ordem, tanto no tempo quanto no espaço, cujo quadrado reproduz a equação de Klein-Gordon. Em sua forma original, a equação de Dirac é

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = (c\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta mc^2) \psi, \quad (16)$$

onde $\mathbf{p} = -i\hbar\nabla$ é o operador de momento, e $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ e β são matrizes 4×4 atuando em um spinor de quatro componentes ψ .

As matrizes satisfazem as seguintes relações de anticomutação,

$$\{\alpha_i, \alpha_j\} = \alpha_i \alpha_j + \alpha_j \alpha_i = 2\delta_{ij} I, \quad (17)$$

$$\{\alpha_i, \beta\} = \alpha_i \beta + \beta \alpha_i = 0, \quad (18)$$

$$\beta^2 = I, \quad (19)$$

onde $i, j = x, y, z$ e I é a matriz identidade 4×4 . Essas relações garantem que o quadrado do operador de Dirac reproduza o operador de Klein-

Gordon:

$$\begin{aligned} \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - c \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} - \beta mc^2 \right)^2 \psi = \\ \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2 + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \psi = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

A equação de Dirac tem várias consequências notáveis. Ela incorpora naturalmente o spin como uma propriedade intrínseca do elétron, prevê estados de energia negativa e levou à previsão do pósitron, descoberta experimentalmente mais tarde. Além disso, fornece a base da eletrodinâmica quântica (EDQ), fornecendo uma descrição relativística consistente de elétrons e pósitrons interagindo com campos eletromagnéticos.

A descoberta do pósitron fornece outro exemplo impressionante de como a compreensão matemática pode preceder a experimentação em física. A introdução de soluções de energia negativa por Dirac inicialmente parecia ser uma consequência puramente formal da busca por uma equação quântica relativística. No entanto, essa previsão matemática abstrata antecipou a existência de uma partícula completamente nova, o pósitron, que foi observado experimentalmente quatro anos depois por Carl Anderson em 1932. Este episódio destaca um tema recorrente na física moderna: o raciocínio matemático cuidadoso pode levar a previsões profundas sobre o mundo físico, às vezes muito antes que a tecnologia ou os experimentos estejam prontos para confirmá-las.

6 Conclusões

O nascimento da mecânica quântica exemplifica o profundo diálogo entre matemática e física. Da quantização da energia de Planck à mecânica matricial de Heisenberg, à equação relativística de Dirac e ao uso da teoria de grupos por Weyl, observamos um padrão recorrente: intuições físicas frequentemente motivam novas matemáticas, e estruturas matemáticas guiam a descoberta de novas físicas. Essa interação tem sido central para o desenvolvimento da teoria quântica e continua sendo uma de suas características definidoras.

Neste texto, focamos nos fundamentos históricos e conceituais da mecânica quântica, mas muitos desenvolvimentos notáveis estão além desse escopo. Por exemplo, a formulação da integral de

caminho de Feynman conectou a mecânica quântica à análise de dimensão infinita, enquanto o estudo de operadores pseudo diferenciais forneceu ferramentas rigorosas para a mecânica quântica no espaço de fase. A teoria da representação de grupos de Lie, desenvolvida sistematicamente por Harish-Chandra na década de 1950, tornou-se essencial para a compreensão das simetrias de partículas e campos. A geometria do Modelo Padrão das Partículas Elementares, formulada em termos de feixes de fibras, revelou a profunda conexão entre a teoria de calibre e a geometria diferencial. Mais recentemente, o estudo de Edward Witten sobre a equação de Chern-Simons levou a direções inteiramente novas na topologia de baixa dimensão, e a quantização por deformação de Maxim Kontsevich esclareceu as estruturas algébricas abstratas subjacentes à teoria quântica.

Todos esses exemplos ilustram que a história da mecânica quântica está longe de terminar. A interação contínua entre a matemática abstrata e a compreensão física não apenas enriquece nossa compreensão do universo, mas também impulsiona a criação de áreas inteiramente novas da matemática. Esse diálogo, iniciado há quase um século, continua a inspirar físicos e matemáticos hoje.

Agradecimentos

O autor agradece profundamente ao Prof. Júlio C. Fabris pela tradução da versão original em inglês para o português.

Sobre o autor

Giuseppe Dito (giuseppe.dito@ube.fr) é professor de matemática no Instituto de Matemática da Borgonha, em Dijon, França. Ele é especialista em física-matemática e se interessa particularmente pelos aspectos matemáticos da mecânica quântica e da teoria quântica de campos. Há 20 anos, é editor-chefe da revista *Letters in Mathematical Physics*, publicada pela Springer-Nature.

Referências

- [1] M. Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics* (McGraw-Hill, New York, 1966).
- [2] F. K. Richtmyer, E. H. Kennard e J. N. Cooper, *Introduction to Modern Physics* (McGraw-Hill, New York, 1969), 6th ed.
- [3] B. L. van der Waerden, *Sources of Quantum Mechanics* (Dover, New York, 1967).
- [4] J. von Neumann, *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton University Press, Princeton, 1955).

A mecânica quântica em construção

Nelson Pinto Neto

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Resumo

A mecânica quântica foi construída no início do século XX como um algoritmo de cálculo para organizar e prever os resultados estranhos dos mais variados experimentos envolvendo o mundo microscópico (moléculas, átomos, partículas elementares), que pareciam aleatórios, mas com uma distribuição probabilística previsível. Apesar do seu sucesso absoluto, os alicerces conceituais deste algoritmo são ainda obscuros e extremamente controversos. Como conectar o mundo microscópico descrito pela mecânica quântica com o mundo macroscópico da nossa experiência diária? Qual o papel dos observadores nesta conexão? Porque os estranhos fenômenos quânticos não acontecem em escalas macroscópicas? Como explicar a natureza não-local dos fenômenos quânticos? Neste artigo, apresentarei algumas das tentativas de respostas a estas e outras questões básicas, que se constituem como diferentes teorias com visões de mundo completamente distintas, comentando suas qualidades e defeitos. Concluiremos que a teoria quântica ainda está em construção, pois não há uma formulação consensual. Sua elaboração é um problema fundamental da Física contemporânea, e do pensamento em geral.

Abstract

Quantum mechanics was developed in the early 20th century as a computational algorithm to organize and predict the strange results of a wide variety of experiments involving the microscopic world (molecules, atoms, elementary particles), which appeared random but had a predictable probabilistic distribution. Despite its overwhelming success, the conceptual foundations of this algorithm remain unclear and extremely controversial. How can we connect the microscopic world described by quantum mechanics with the macroscopic world of our daily experience? What is the role of observers in this connection? Why don't strange quantum phenomena occur on macroscopic scales? How can we explain the nonlocal nature of quantum phenomena? In this article I will present some attempts to answer these and other basic questions, which constitute different theories with completely different worldviews, commenting on their strengths and weaknesses. We will conclude that quantum theory is still under construction, as there is no consensual formulation. Its development is a fundamental problem in contemporary physics, and in thought in general.

Palavras-chave: mecânica quântica; localidade, função de onda quântica; interferência quântica; colapso da função de onda.

Keywords: quantum mechanics; locality; quantum wave function; quantum interference; wave function collapse.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.50044](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.50044)

1 Introdução

O mundo microscópico, descrito pela mecânica quântica, é muito estranho. Imaginemos que, sobre uma mesa de sinuca, coloque-se um pedaço de madeira retangular com dois grandes orifícios pelos quais bolas de sinuca possam passar. Este pedaço de madeira divide a mesa de sinuca em dois lados. De um lado está uma bola de sinuca preta, sempre posicionada no mesmo ponto equidistante dos dois orifícios, e do outro uma bola de sinuca branca quântica. Um jogador de olhos

vendados tentará fazer com que a bola branca atinja a bola preta passando através do pedaço de madeira, mas um dos orifícios está fechado. Após muitas repetições, mede-se a razão entre o número de vezes que o jogador acertou a bola preta e o número de tentativas. A seguir, o outro orifício é aberto, e o que estava aberto é fechado. Novamente, mede-se a razão entre acertos e tentativas, para um grande número de tentativas. Finalmente, os dois orifícios são abertos. O resultado esperado é que, com os dois orifícios abertos, a razão entre acertos e tentativas será a

soma das duas anteriores, pois a bola ou passa por um orifício ou pelo outro. Entretanto, acontece algo totalmente inesperado: por mais que o jogador tente, ele nunca acerta a bola preta! Pior, se o jogador tirar a venda dos olhos logo após a tacada e verificar por qual orifício a bola passou, o jogador acerta a bola preta com a frequência esperada! Finalmente, se colocarmos a bola preta numa posição que não seja equidistante dos dois orifícios, a bola branca quântica pode atingir a bola preta, mas com uma frequência diferente da soma das duas frequências obtidas quando um dos orifícios está fechado. Mas então, por onde afinal passou a bola de sinuca quântica quando os dois orifícios estão abertos? Se a cada tacada a bola quântica tivesse passado por apenas um dos orifícios, então a frequência com que a bola preta é atingida deveria ser a soma das frequências para os casos onde um dos orifícios estava fechado, o que não é verdade. Será que não passou por nenhum orifício? Não, porque se fecharmos os dois orifícios não há colisão com a bola preta, em qualquer posição que esta esteja. E porque o resultado coincide com o esperado quando o jogador observa por qual orifício a bola passou?

Outra característica importante do mundo quântico se expressa no chamado Princípio da Incerteza. De acordo com este princípio, verificado em inúmeros experimentos, existem pares de propriedades de partículas quânticas que não podem ser conhecidas simultaneamente com precisão absoluta, como sua posição e sua velocidade, ou seu spin (um tipo de momento angular intrínseco) em direções diferentes. Este princípio, se verdadeiro, liquida com o determinismo clássico, que pressupõe o conhecimento de posições e velocidades de um sistema clássico de partículas em algum instante de tempo para que possamos determinar sua configuração em qualquer outro instante de tempo.

Nas primeiras décadas do século XX, este e outros tipos de fenômenos estranhos foram observados em experimentos com átomos e partículas elementares. Em 1927, no congresso de Solvay, na Bélgica, tais fenômenos foram muito discutidos pelos melhores físicos da época. Todos sabiam que o tipo de situação descrito no exemplo da mesa de sinuca, embora envolvendo bolas (partículas), é típica dos fenômenos ondulatórios. Quando uma onda de luz, por exemplo,

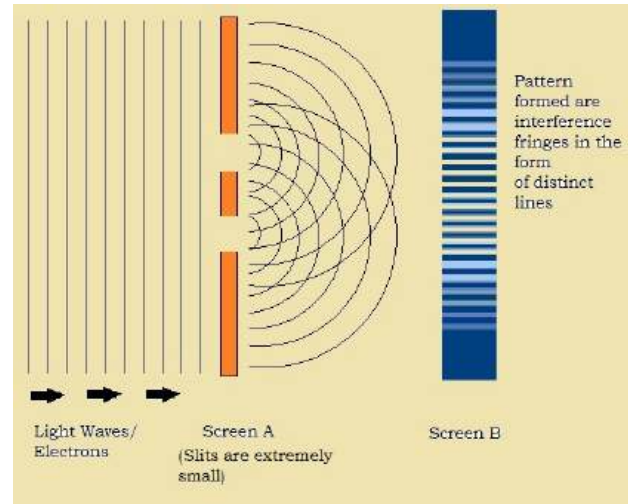


Figura 1: Figura de interferência quântica para o caso de partículas quânticas, elétrons, atravessando uma fenda dupla. Créditos: cortesia de [Intuitive Science](#).

atravessa um anteparo com dois orifícios acontece o fenômeno da interferência entre as duas frentes de onda que emergem dos dois orifícios. Ao atingir uma tela, nota-se que algumas faixas da tela ficam totalmente escuras. Estas são faixas onde ocorre uma interferência destrutiva entre as duas frentes de onda, algo bem entendido e bastante testado experimentalmente pelos físicos da época. Seguindo este raciocínio, a bola branca quântica nunca atinge a bola preta quando os dois orifícios do pedaço de madeira na mesa de sinuca estão abertos porque há uma onda associada à bola branca quântica, e a bola preta está situada numa região de interferência destrutiva desta onda, impedindo que a bola branca chegue ao local. Quando um dos orifícios está fechado só há uma frente de onda, a que emerge pelo orifício aberto. Portanto, não há interferência, e a bola branca pode atingir a bola preta eventualmente. Também percebeu-se que uma outra propriedade muito conhecida das ondas ajudariam a justificar o Princípio da Incerteza: ondas muito localizadas tem alta dispersão em suas velocidades, por outro lado ondas com velocidade muito bem definida não tem localização bem definida (ondas planas).

A Fig. 1 exibe uma figura de interferência envolvendo partículas quânticas reais (elétrons). É fácil ver as regiões onde o elétron não pode chegar.

No congresso de Solvay já havia um consenso

entre os físicos presentes de que uma onda estaria associada aos fenômenos quânticos, mas como isto se dá concretamente? Como ainda explicar o fato de que, ao olhar o orifício por onde a bola quântica passou, o efeito de interferência se perde? O físico francês Louis de Broglie (1892-1987) propôs que associada à partícula existiria uma onda que informa à partícula sobre tudo o que está a sua volta (o número de orifícios abertos, se alguém está observando, etc.). O físico austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961) sugeriu que as partículas seriam pacotes de onda localizados. Finalmente, os físicos alemães Max Born (1882-1970) e Werner Heisenberg (1901-1976) propuseram que o mundo quântico seria um mar de potencialidades que só teriam realidade através de alguma observação concreta. A onda, depois chamada de função de onda pois está definida no espaço contendo todas as possíveis posições de todas as partículas que formam o sistema quântico, daria a probabilidade de uma determinada potencialidade se tornar realidade através de um experimento. Veja na Fig. 2 uma foto dos grandes físicos que participaram desta conferência.

Durante a conferência não se chegou a um consenso sobre a melhor maneira de abordar os fenômenos quânticos. Entretanto, uma postura pragmática foi adotada, e a terceira opção foi escolhida. A partir daí a imensa maioria dos físicos se preocupou muito mais em aplicar a teoria aos mais variados domínios e testá-la experimentalmente (com grande sucesso) a partir do algoritmo mínimo de produção de resultados com o qual todos concordavam do que investigar questões fundamentais a respeito deste algoritmo. Este império conceitual e prático, impulsionado pela produção da bomba nuclear e consonante com a visão pragmática do capitalismo do pós-guerra, se tornou tão poderoso que qualquer tentativa de questioná-lo ou entendê-lo com mais profundidade era considerada metafísica ou filosofia absolutamente supérflua.

Felizmente, alguns grandes físicos da época continuaram buscando um entendimento mais profundo dos fenômenos quânticos, produzindo artigos cruciais para o desenvolvimento da teoria quântica, com novos resultados experimentais que nunca teriam sido sequer pensados se não tivesse havido estes questionamentos. Hoje pode-se



Figura 2: Foto da conferência de Solvay. Créditos: Benjamin Couprie. Fonte: [Wikimedia Commons](#).

dizer que existem muitas formas de entender os fenômenos quânticos, sem nenhuma preponderância de uma sobre a outra. Cada uma delas possui virtudes e lacunas, mas nenhuma é suficientemente convincente para se tornar um consenso. Estas diferentes abordagens permitem também obter resultados e avanços que dificilmente seriam obtidos no escopo das outras. Vale enfatizar que as discussões e críticas levantadas por diversos cientistas não são apenas questões metafísicas ou filosóficas inconsequentes. Elas podem sim, se consideradas com seriedade, levar a uma compreensão muito mais profunda da teoria quântica, com resultados experimentais concretos. Nas sessões a seguir farei um resumo das principais teorias que abordam os fenômenos quânticos e suas visões de mundo. Todas elas concordam com todos os resultados experimentais até hoje obtidos, mas são conceitualmente profundamente distintas, podendo inclusive implicar em resultados discordantes de experimentos idealizados mas ainda não realizados.

2 A interpretação de Copenhague da mecânica quântica

Existe uma tensão fundamental que permeia boa parte da polêmica em torno da mecânica quântica ligada ao que se entende fundamentalmente por Ciência. Enquanto uma corrente, capitaneada pelo físico dinamarquês Niels Bohr (1885-1962) defende que a Física recai apenas sobre o que podemos conhecer sobre a natureza, a outra, capitaneada pelo físico alemão Albert Einstein (1879-1955), defende que o objetivo

maior da ciência é encontrar descrições objetivas (independente de observadores) do mundo. Esta diferença pode ser muito bem exemplificada através de uma analogia com um jogo conhecido envolvendo adivinhação de palavras. Ana sai de uma sala onde seus amigos estão reunidos, enquanto estes escolhem uma palavra qualquer. Ela volta, e após uma série de perguntas, às quais seus amigos só podem responder sim ou não, ela descobre a palavra. A seguir sai João, mas os amigos que ficam na sala não escolhem palavra alguma, e combinam responder sim ou não aleatoriamente desde que as repostas não sejam conflitantes com nenhuma anterior. João volta e faz suas perguntas, cujas repostas se tornam cada vez mais demoradas. Pouco a pouco, uma palavra vai sendo construída e, ao final, João afirma esta palavra por ser a única consistente com todas as respostas de seus amigos. A chamada interpretação de Copenhague da mecânica quântica, advocada por Bohr, Heisenberg, Born e tantos outros, entende os fenômenos quânticos em consonância com a segunda forma de realizar o jogo, nada será acrescentado aos fatos tais como eles nos aparecem nos experimentos:

i) Os fenômenos quânticos (a colisão entre a bola branca e a bola preta) são aleatórios, imprevisíveis e únicos. Apenas sua distribuição estatística (número de vezes em que acontece a colisão pelo número de tentativas) possui algum padrão.

ii) Não se pode atribuir qualquer propriedade a uma partícula quântica antes que esta propriedade seja efetivamente observada: as bolas quânticas só adquirem a propriedade de terem passado por um dos orifícios caso sejam observadas efetivamente passando por uma delas. Quando deixamos os dois orifícios abertos, mas sem observar por qual orifício a bola passou, o fato da bola branca nunca atingir a bola preta atesta que não é possível pensar por qual orifício a bola branca passou.

iii) Certas propriedades das partículas quânticas não podem coexistir: ao se tentar conhecer uma propriedade nova, propriedades adquiridas anteriormente podem ser destruídas (não existem partículas que tenham spins em direções diferentes simultaneamente determinados). Este é o Princípio da Incerteza de Heisenberg. O determinismo clássico está liquidado.

Conclui-se, segundo a interpretação de Cope-

nhague, que não se pode atribuir estados de realidade às propriedades das partículas quânticas independentemente da observação humana. Perguntar por onde passou a bola quântica não faz qualquer sentido sem que haja algum artefato experimental destinado a responder esta questão. Não existe realidade objetiva, isto é, independente das observações. Propriedades quânticas (a possibilidade da bola quântica passar por um dos dois orifícios) são potencialidades que só se realizam através de uma medida.

Por outro lado, parece evidente a existência de realidade objetiva (existência de propriedades independentemente da observação) no mundo macroscópico. Ninguém duvida que a Lua girava em torno da Terra bem antes de haver qualquer ser vivo sobre este planeta. As questões envolvendo o momento em que as potencialidades quânticas se tornam fatos concretos e a fronteira entre o clássico e o quântico - que estão correlacionadas - são extremamente delicadas e controversas dentro da teoria quântica.

Para Bohr, nossa mente funciona classicamente. Os conceitos que entendemos e podemos comunicar aos nossos pares são clássicos e, como tal, qualquer teoria científica deve ser formulada em termos clássicos. Também por isso, é óbvio que um aparelho de medida deve necessariamente ser clássico, já que seus resultados devem ser passíveis de compreensão e comunicação por nós, humanos. Segundo esta visão, portanto, o mundo quântico não faz sentido sem a existência de um mundo clássico independente, cada um descrito por seu conjunto particular de leis. É através da interação com o mundo clássico que as potencialidades quânticas se tornam fatos concretos objetivos.

Entretanto, vários outros físicos, mesmo os inseridos na interpretação de Copenhague, não se satisfizeram com este esquema. Imagina-se que tudo seja formado por átomos, inclusive os objetos clássicos, então em que momento se faz necessário abandonar a descrição quântica de um sistema físico e empregar os esquemas característicos do mundo clássico? Porque não vemos comportamento quântico em quase nenhum sistema físico macroscópico? Por outro lado, hoje existem em laboratórios materiais que podem ser vistos a olho nu (envolvendo, por exemplo, circuitos supercondutores a baixíssimas temperaturas)

com comportamento quântico. Então, onde está o limite? Não seria possível unificar o mundo clássico e quântico em uma única descrição? Estas são questões extremamente relevantes. Deixá-las sem respostas torna a teoria vaga e imprecisa.

A quase impossibilidade de se observar fenômenos quânticos no nível macroscópico só foi melhor compreendida a partir dos trabalhos do físico alemão Heinz-Dieter Zeh (1932-2018) na década de 70, e do físico polonês Wojciech Hubert Zurek (1951-) na década de 80. Quando investigamos um sistema macroscópico só estamos interessados em uns poucos graus de liberdade coletivos (centro de massa, por exemplo) dentre os inúmeros graus de liberdade do sistema. Ao reduzir a descrição quântica a estes poucos graus de liberdade, possíveis efeitos de interferência coerente são destruídos devido ao grande ruído dos graus de liberdade não observados, num fenômeno chamado de decoerência. Este fenômeno foi depois observado em laboratório, culminando no prêmio Nobel de 2012. Para se ter uma ideia das dificuldades que alguns dos pioneiros da ideia de decoerência quântica enfrentaram, cabe aqui citar a seguinte frase de Zeh sobre suas pesquisas nesta direção:

(...) era absolutamente impossível naquele tempo discutir estas ideias com os colegas, ou mesmo publicá-las. Um influente vencedor do prêmio Nobel de Heidelberg francamente me informou que novas atividades sobre este assunto iriam encerrar minha carreira acadêmica!

O prêmio Nobel citado era o físico alemão Johannes Hans Daniel Jensen (1907-1973).

Hoje a decoerência é um fenômeno muito conhecido e estudado, principalmente porque é um dos grandes empecilhos à construção de um computador quântico de grande porte.

Outra questão fundamental intrinsecamente relacionada à transição quântico-clássico é entender o que de fato se passa num processo de medida que eleva uma potencialidade quântica ao nível de um dado real e objetivo. O físico-matemático húngaro-americano John von Neumann (1903-1957) se debruçou sobre esse problema. Ele investigou como a função de onda que descreve o aparelho de medida e o sistema quântico se comporta quando há uma interação entre eles. Foi mostrado que a função de onda se bifurca em vários pacotes que não se superpõem, como ra-

mos emergindo de um tronco de árvore, cada um centrado num dos resultados possíveis do experimento, o que foi um grande avanço. Entretanto, não há nada na teoria que privilegie um dos ramos em relação aos demais, e sabemos que ao final de uma medida só um resultado aparece. Esta unicidade factual final continua sendo um mistério. Por isso, na maioria das exposições da interpretação de Copenhague é imposto o postulado adicional do colapso da função de onda: ao final de uma medida quântica, apenas um dos ramos sobrevive, os outros desaparecem num processo aleatório adicional à evolução dinâmica da função de onda que Schrodinger havia proposto no congresso de Solvay.

3 A teoria de de Broglie-Bohm

Em 1927, no congresso de Solvay, o físico francês Louis de Broglie (1892-1987) apresentou a sua teoria de onda piloto sobre os fenômenos quânticos. Para de Broglie, a posição dos objetos quânticos teriam realidade objetiva independente da observação, tanto no nível macroscópico quanto microscópico. Desta forma simples, ele estendia a noção de realidade objetiva também ao mundo microscópico, unindo, por definição, o microcosmo ao macrocosmo, o quântico ao clássico.

Evidentemente, de Broglie tem que dar conta dos estranhos fenômenos quânticos, como a experiência da fenda dupla. Ele então sugere uma mudança radical nas leis da mecânica Newtoniana, propondo que toda e qualquer partícula tenha a sua velocidade determinada por uma onda, a função de onda que satisfaz a equação de Schrödinger, chamada onda piloto. Esta onda pode induzir uma interação não local entre as partículas nas quais atua, e por isso a teoria de de Broglie assume um realismo não local. A trajetória de cada partícula está determinada a menos da sua posição inicial, que é desconhecida, e por vezes chamada de variável escondida da teoria.

Em 1952, o físico americano David Bohm (1917-1992) retomou a teoria de de Broglie e mostrou que ela implica em todas previsões estatísticas da mecânica quântica. Por isso ela é hoje chamada de teoria de de Broglie-Bohm da mecânica quântica. No caso do experimento de interferência quântica, cálculos explícitos destas trajetórias

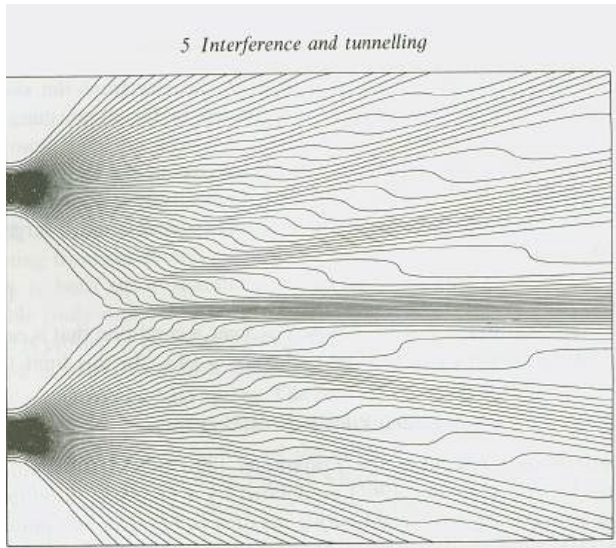


Figura 3: Trajetórias Bohmianas de um grande número de partículas quânticas arremessadas em direção a um anteparo com duas fendas. Cada partícula passa por uma ou outra fenda em posições aleatórias, cuja distribuição nas fendas é dada por uma função de onda inicial representando dois pacotes Gaussianos centrados em cada fenda. A função de onda evolui com o tempo segundo a equação de Schrödinger, e guia cada uma das partículas através das equações postuladas por de Broglie até que elas atinjam a tela final, formando uma figura de interferência. Fonte: Ref. [1].

foram realizados, cujo gráfico está apresentado na Fig. 3.

Do ponto de vista físico, a bola quântica passa por um dos orifícios, mas a onda piloto passa pelos dois e informa a bola sobre a presença do outro orifício. Na informação, que é passada continuamente à partícula, estão dados sobre o tamanho e separação dos orifícios, a possível existência de observadores com seus detectores e filtros, e tudo o mais que for relevante para o seu movimento. Vê-se que sua distribuição final no anteparo descreve uma figura de interferência perfeita.

O problema da medida quântica é facilmente resolvido na teoria de de Broglie-Bohm. Agora, além da função de onda, temos também um sistema físico descrito por suas posições espaciais atribuídas de uma realidade objetiva. Quando a função de onda que descreve todo o processo de medida se bifurca em vários pacotes de onda, o sistema físico real entra num dos pacotes (ramos), singularizando este em relação aos demais. A simetria entre os ramos é quebrada. Entretanto, não podemos saber em qual ramo o sistema entra, pois isto depende de suas posições inici-

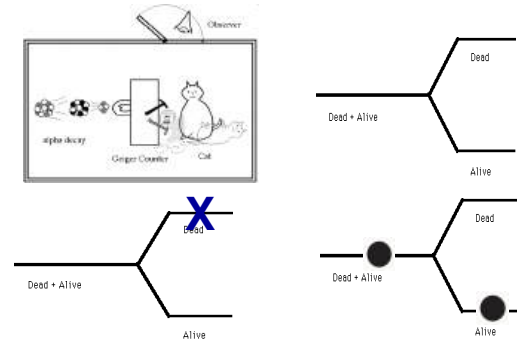


Figura 4: Gato de Schrödinger e os dois ramos de estados macroscópicos com as possibilidades de gato vivo e gato morto na parte superior direita da figura. Em Copenhague postula-se o colapso da função de onda com a eliminação ad.hoc. de um dos ramos, representado na parte inferior esquerda da figura. Em de Broglie-Bohm, o sistema físico entra em apenas um dos ramos, singularizando este ramo sem necessidade de destruir o outro, veja parte inferior direita da figura.

ais, que desconhecemos, mas podemos conhecer a probabilidade dele entrar em determinado ramo se tivermos a distribuição probabilística das suas possíveis posições iniciais. Se ela for dada pela regra usual da mecânica quântica (o módulo da função de onda inicial ao quadrado), todas as previsões da mecânica quântica podem ser obtidas. Por isso, a teoria de de Broglie-Bohm não precisa do postulado do colapso: todos podem coexistir, mas apenas aquele pacote contendo o sistema físico real tem relevância física.

Veja a Fig. 4 para uma comparação entre as visões de Copenhague e de Broglie-Bohm em relação à questão do gato de Schrödinger. Um decaimento quântico, que é aleatório, pode desencadear um processo que faça quebrar um frasco com veneno que mata o gato. Sendo um processo quântico, o gato poderia, em princípio, estar numa superposição absurda de estados vivo e morto, que no entanto não interferem entre si por serem estados macroscópicos. Como o observador externo só verá o gato vivo ou o gato morto, a interpretação de Copenhague postula o colapso de um dos ramos. Para de Broglie-Bohm, existem posições reais de todo o sistema físico, que se dirigirão a um ou outro ramo, singularizando este ramo.

Vimos anteriormente que o experimento de interferência quântica, quando analisado segundo a interpretação de Copenhague, implica na impossibilidade de se indagar sobre trajetórias, in-

dependentemente do ato de observação. Entretanto, através da teoria de de Broglie e Bohm, as trajetórias relativas àquele experimento puderam ser calculadas de forma consistente e expostas de maneira explícita, como exibido na Fig. 3. Isto mostra que a impossibilidade das trajetórias quânticas não é uma conclusão imposta a nós por fatos experimentais, como é dito em muitos cursos e livros didáticos, mas é, outrossim, consequência de uma escolha deliberada de pressupostos teóricos e filosóficos que não somos, de maneira alguma, forçados a aceitar.

Um problema fundamental que o físico irlandês John Stewart Bell (1928-1990) resolveu estudar na teoria de de Broglie-Bohm era a sua não localidade. Seria possível construir uma teoria com realidade objetiva mas local tão bem sucedida quanto a teoria de de Broglie-Bohm? Bell mostrou que a hipótese de localidade e realidade objetiva impõe que resultados de determinados experimentos deveriam satisfazer certas desigualdades que a teoria quântica não satisfaz. Esta discrepância foi mostrada pela primeira vez de maneira conclusiva em 1982 pelo físico francês ganhador do prêmio Nobel de 2022 Alain Aspect (1947-) e colaboradores. As desigualdades não eram satisfeitas, portanto a Natureza é essencialmente não local no sentido definido por Bell (embora ainda existam tentativas de salvar a localidade dos fenômenos naturais em teorias bem mais complicadas). Este é um dos resultados mais profundos da história da ciência.

4 A interpretação de vários mundos

Na sua versão mais aceita, a teoria de vários mundos, proposta inicialmente pelo físico americano Hugh Everett III (1930-1982) em 1957, toda a realidade física é descrita pela função de onda. Quando a função de onda se bifurca num processo de medida ou transição quântica, a realidade física (mundo) descrita por ela se bifurca em várias possibilidades, cada uma com sua própria realidade objetiva independente. Por exemplo, ao se realizar um experimento com N possibilidades de resultados, a função de onda que descreve sistema físico, aparelho de medida, observador, se bifurca em N ramos (mundos), cada um contendo um dos N resultados possíveis e N observadores idênticos



Figura 5: Gato de Schrödinger na visão de vários mundos comparado com de Broglie-Bohm. Em vários mundos os dois ramos tem importância física, realidade, uma com o gato vivo e a outra com o gato morto, mas não se comunicam (figura da esquerda). Em de Broglie-Bohm a tira do gato morto aparece mais pálida por representar uma onda vazia, sem interesse físico, o gato tem realidade somente no outro ramo (figura da direita). Créditos: Christian Schirm (esquerda e direita), através do Wikimedia Commons.

percebendo o valor correspondente ao seu mundo. Não é possível ao observador de um dos N novos mundos perceber a presença de qualquer outro dos demais mundos com seu respectivo “clone”, já que não há interferência entre mundos macroscópicos. Para qualquer um destes observadores, tudo se passa como se só o mundo dele existisse, sem nenhuma possibilidade de interação com os demais mundos. Assim, não há necessidade de colapso da função de onda. Nas palavras do próprio Everett:

Do ponto de vista da teoria, todos os elementos de uma superposição (todos os “ramos”) são “reais”, nenhum mais “real” que o outro. É completamente desnecessário supor que, após uma observação, de algum modo um elemento da superposição final será selecionado para ser agraciado com uma misteriosa qualidade chamada “realidade” e condenar os outros ao esquecimento. Podemos ser mais caridosos e permitir aos outros coexistir - de toda maneira, eles não vão causar nenhum problema já que todos os elementos da superposição (“ramos”) individualmente obedecem a equação de onda com total indiferença à presença ou ausência (“realidade” ou não) dos outros elementos.

A Fig. 5 mostra o que acontece com o gato de Schrödinger na visão dos vários mundos: o mundo com o gato vivo e o mundo com o gato morto coexistem.

Do ponto de vista puramente lógico esta é a

mais simples das teorias quânticas, pois é aquela com menos postulados: não há necessidade do postulado do colapso, nem de uma nova equação dinâmica para as posições das partículas quânticas. Por outro lado, a noção de probabilidade se torna bastante obscura: como falar da probabilidade de algo acontecer se todas as possibilidades efetivamente acontecem? Há várias propostas de resposta a esta questão, mas nenhuma se tornou consensual.

Como entender o experimento de interferência quântica nesta teoria? O físico israelense David Deutsch (1953-) argumenta que o fenômeno de interferência para a bola de sinuca quântica acontece devido à interação com uma outra bola quântica vinda de outro mundo (ramo). Este outro mundo surgiu no momento em que se abriu para a bola quântica a possibilidade de dois caminhos, um por cada orifício no bloco de madeira. O único mundo anterior (a função de onda inicial) se divide em dois. Após esta bifurcação, os dois mundos (ramos) são quase idênticos, à exceção das duas bolas quânticas, que se encontram em localizações diferentes na mesa de sinuca. Quando elas se encontram num determinado ponto, os mundos se tornam quase idênticos, e então acontece a interferência. Só nesta situação, um mundo (ramo) pode ser percebido pelo outro, ou seja, quando eles são quase iguais.

Caso a bola quântica seja observada, mas não retida, passando por um dos orifícios antes da interferência, isto desencadeia uma série de eventos em cascata no mundo (ramo) em que a bola quântica é registrada, que diferencia apreciavelmente este mundo do mundo onde a outra bola quântica passou pelo outro orifício e não foi observada. A possibilidade de uma interferência futura entre eles é quase impossível, pois exigiria a manipulação de inúmeros graus de liberdade de forma que todos sejam reconduzidos a terem os mesmos valores. Isto explica a inexistência de interferência entre artefatos experimentais e entre objetos clássicos, ambos macroscópicos.

Por mais bizarro que isto possa parecer, esta visão da teoria quântica permitiu a Deutsch provar resultados fundamentais em computação quântica que não se sabe como obtê-los em outras teorias quânticas.

5 Colapso espontâneo

Vamos agora tratar de teorias quânticas onde o colapso da função de onda é real, e é descrito por um modelo matemático preciso e concreto, ao nível das equações. Neste contexto, escalas e tempos característicos do colapso da função de onda em diferentes sistemas físicos podem ser calculados através de cálculos matemáticos rigorosos, e todas as ambiguidades associadas a este processo, discutidas anteriormente, são eliminadas. Ademais, os resultados obtidos podem ser testados experimentalmente, vinculando os modelos.

Como o colapso é um processo não linear estranho à equação de Schrödinger, tais teorias são generalizações não lineares da mecânica quântica usual. Para muitos, esta é uma tendência natural da Física, onde várias teorias lineares tiveram depois que ser estendidas ao domínio não linear para dar conta de fenômenos físicos mais complexos.

Um dos mais populares modelos de colapso espontâneo é o elaborado pelos físicos italianos Giancarlo Ghirardi (1935-2028), Alberto Rimini, e Tullio Weber, chamado de teoria GRW. Como se sabe, o processo de colapso da função da onda é totalmente aleatório, o estado para o qual uma superposição irá colapsar é arbitrário, e podemos apenas inferir a probabilidade de ocorrência de uma determinada redução da função de onda. Por isso a teoria GRW propõe que uma variável aleatória deva ser introduzida para desencadear, eventualmente, o processo de colapso. Nos intervalos de tempo onde a redução não ocorre, a função de onda obedece à equação de Schrödinger. Com estas premissas, GRW propõem que qualquer partícula massiva, além de obedecer à equação de Schrödinger, deverá sofrer a ação de processos aleatórios de localização no espaço numa certa escala de distância l , ocorrendo a uma frequência média f . Esta ação aleatória é universal e fundamental, e não tem relação com as outras interações da natureza, nem com a intervenção de observadores.

Seja então um sistema composto por várias partículas cuja função de onda seja uma superposição de dois pacotes de onda centrados em pontos diferentes do espaço, separados por uma distância macroscópica. Cada um destes pacotes é um produto de pacotes de funções de onda associa-

dos a cada uma das partículas do sistema também centrados no ponto onde o pacote total está centrado. Se uma das partículas do sistema sofrer um processo de localização espontânea para um dos pontos da superposição, a função de onda desta partícula no outro ponto colapsa a zero, anulando totalmente o outro ramo. A superposição desaparece, a função de onda final passa a conter apenas um ramo, e não há mais possibilidade de interferência macroscópica, o sistema colapsou. Portanto, o colapso será tão mais rápido quanto maior for o número N de partículas do objeto físico, e depende também da frequência f com a qual o processo aleatório de localização acontece. A teoria tem dois parâmetros livres, l e f . A escolha de GRW compatível com os experimentos até hoje realizados são $l = 10^{-5}$ cm e $f = 10^{-16}$ Hz.

Assim, um único elétron sofre um processo de localização espontânea, em média, a cada 100 milhões de anos. No caso de um sistema macroscópico, com aproximadamente 10^{24} partículas (número de Avogadro), em cada segundo este processo deve acontecer com $10^{24}f = 10^8$ partículas, causando a localização do objeto em um intervalo de tempo médio da ordem de 10^{-8} s. Assim, objetos macroscópicos, como o gato de Schrödinger ou o ponteiro de algum instrumento, colapsam muito rapidamente enquanto uma única partícula quântica pode permanecer num estado de superposição quântica, e manifestar fenômenos de interferência por um período de tempo bastante longo.

Modelos de colapso espontâneo têm alguns méritos inquestionáveis: eles permitem a convivência pacífica entre as potencialidades típicas da mecânica quântica e os fatos concretos oriundos das observações e do mundo clássico. A transição de um domínio ao outro pode ser avaliada quantitativamente, através de equações, que podem ser testadas empiricamente. Uma situação onde estes modelos poderiam ser verificados seria em sistemas mesoscópicos, onde a localização espontânea pode ocorrer em tempos nem muito curtos nem muito longos.

Nesta abordagem, a mecânica quântica é uma teoria realista e universal, sem variáveis escondidas e sem vários mundos, mas onde a equação de Schrödinger não é válida em qualquer situação. Processos não lineares suplementares envolvendo novos parâmetros fundamentais devem ser adici-

onados à teoria para que seja possível descrever completamente a evolução dos estados quânticos.

6 Conclusão e perspectivas futuras

Atualmente pode-se dizer, com segurança, que a chamada interpretação de Copenhague, a mais popular entre os físicos, é apenas uma das muitas formas de entender os fenômenos quânticos, sem nenhuma superioridade sobre as demais. Numa análise mais aprofundada, ela contém uma série de ambiguidades e limitações conceituais que impedem avanços em outras direções. Nas palavras de Einstein [2, p. 87, tradução nossa]:

A teoria quântica contemporânea [...] constitui uma ótima formulação de [certas] conexões [...] [mas] não oferece nenhum ponto de partida útil para futuros desenvolvimentos.

Um exemplo concreto é a aplicação da teoria quântica à descrição física do nosso universo, a chamada cosmologia quântica. Como nosso universo está em expansão, no passado as escalas de distância entre os componentes do seu conteúdo material devem ter sido muito pequenas, quando então efeitos quânticos podem se tornar muito relevantes. Entretanto, a interpretação de Copenhague exige um mundo clássico externo ao sistema quântico para que os fatos concretos e os conceitos clássicos relativos a este tenham sentido e existência. Ora, se o sistema a ser quantizado é a totalidade de todos os sistemas físicos, o Universo, então não pode haver mundo clássico externo a este que possa dar sentido à teoria. Desta forma, por definição, a própria concepção de cosmologia quântica não faz sentido no escopo desta interpretação. Felizmente existem as alternativas citadas acima, onde a cosmologia quântica pode ser desenvolvida sem qualquer problema conceitual.

Cada uma das alternativas à interpretação de Copenhague possui virtudes e lacunas, mas nenhuma é suficientemente convincente para se tornar um consenso. Por exemplo, as teorias de de Broglie-Bohm e de Colapso Espontâneo têm dificuldade em se acomodar aos princípios da Relatividade Restrita. Em de Broglie-Bohm todas as previsões estatísticas são consistentes com estes princípios, mas as trajetórias quânticas que dela advém, que provavelmente nunca serão observadas, não são. Já a teoria de Vários Mun-

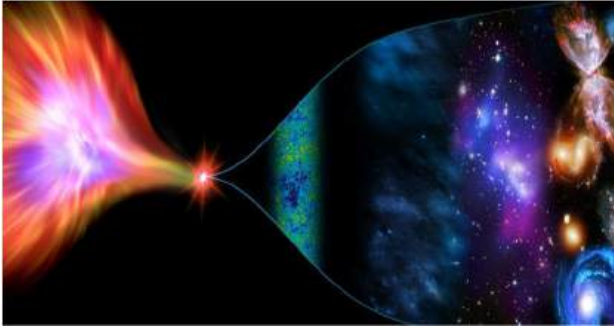


Figura 6: Modelo cosmológico onde efeitos quânticos freiam a contração do universo, lançando-o à fase de expansão que hoje presenciamos. Fonte: [Particle Cosmology Group/USTC](#).

dos é compatível com a Relatividade Restrita, porém sua ontologia é altamente extravagante e insólita.

Entretanto, estas diferentes abordagens permitem também obter resultados e avanços que dificilmente seriam obtidos no escopo das outras. Alguns exemplos são as aplicações da teoria de Broglie-Bohm à cosmologia (resultando em universos sem singularidade inicial que sempre existiram, veja Fig. 6) e à química quântica, e da teoria de Vários Mundos à computação quântica. Os resultados obtidos nestes contextos são altamente relevantes, alguns já testados experimentalmente, outros ainda por ser testados, e não se sabe como obter estes mesmos resultados no escopo da interpretação de Copenhague.

Vale enfatizar que as discussões e críticas levantadas por diversos cientistas, como Einstein, Bell e tantos outros, não são apenas questões metafísicas ou filosóficas inconsequentes. Elas podem sim, se consideradas com seriedade, levar a uma compreensão muito mais profunda da teoria quântica, com resultados experimentais concretos. Um exemplo são as investigações de Bell e o experimento de Aspect, onde mostrou-se que um certo critério de localidade, bastante amplo e intuitivo, simplesmente não é respeitado pela natureza.

Da mesma forma, as teorias alternativas descritas neste artigo, e outras que não pude descrever aqui, implicam em consequências experimentais conflitantes que talvez possam ser testadas num

futuro próximo. A cosmologia pode ter um papel importante nesta empreitada.

Finalizo este artigo com uma frase de Louis de Broglie [3]:

Tentar impedir todas as tentativas de ir além do ponto de vista presente a respeito da física quântica pode ser muito perigoso para o progresso da ciência e pode ser contrário às lições que aprendemos da história da ciência. Ela nos ensina, de fato, que o estado atual de nosso conhecimento é sempre provisório e que devem existir, além do que conhecemos atualmente, novas e imensas regiões a serem descobertas.

Para detalhes sobre este assunto tão apaixonante, as referências [4–6] indicam algumas sugestões de leitura.

Sobre o autor

Nelson Pinto Neto (nelsonpn@cbpf.br) trabalha na Coordenação de Cosmologia, Astrofísica e Interações Fundamentais do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF). É Pesquisador 1B do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), e é especialista em cosmologia primordial, modelos quânticos de ricochete, perturbações cosmológicas de origem quântica e suas consequências observacionais.

Referências

- [1] C. Philippidis, C. Dewdney e B. J. Hiley, *Quantum interference and the quantum potential*, *Il Nuovo Cimento B Series 11* **52**(1), 15 (1979).
- [2] P. A. Schipp (ed.), *Albert Einstein: philosopher-scientist* (MJF Books, Nova York, 1970).
- [3] D. Bohm, *Causalidade e acaso na física moderna* (Contraponto, 2015).
- [4] F. H. de Alencar Freitas e O. F. Jr, *Para que serve uma função de onda?: Everett, Wheeler, Bohr e uma nova interpretação da teoria quântica*, *Revista Brasileira de História da Ciência* **1**(1), 12 (2008). Disponível em https://www.sbhc.org.br/arquivo/download?ID_ARQUIVO=62, acesso em set. 2025.

- [5] N. Pinto Neto, *Teorias e Interpretações da Mecânica Quântica* (Livraria da Física, São Paulo, 2005). *Unraveling the Mysteries of Quantum Mechanics* (Princeton University Press, Princeton, 2005), revised ed.
- [6] G. Ghirardi, *Sneaking a Look at God's Cards:*

Efeitos quânticos em espaços curvos: do conceito de partícula à teoria de campos

Sandro Dias Pinto Vitenti

Universidade Estadual de Londrina

Resumo

A teoria quântica de campos constitui hoje a melhor descrição da matéria, mas essa formulação é resultado de uma longa evolução do conceito de partícula na física. Neste artigo acompanhamos esse percurso: partimos da mecânica clássica, em que partículas são tratadas como pontos materiais; seguimos para a mecânica quântica, onde passam a ser descritas como ondas associadas a probabilidades; e chegamos à teoria quântica de campos, em que surgem como excitações de campos fundamentais. Mostramos que, em espaços-tempos curvos ou em expansão, a definição de partícula deixa de ser única: diferentes observadores podem adotar diferentes estados de vácuo e, conseqüentemente, identificar partículas de formas distintas. Discutimos também o papel do vácuo quântico e sua relação com o problema da constante cosmológica, uma das grandes questões em aberto da física contemporânea. Ao articular teoria quântica, relatividade geral e cosmologia, o artigo discute tanto os avanços alcançados quanto os desafios conceituais ainda presentes na descrição do universo em suas escalas mais extremas.

Abstract

Quantum field theory is currently the most accurate description of matter, but this framework is the result of a long evolution of the concept of particle in physics. In this article, we trace this development: starting from classical mechanics, where particles are treated as point-like objects; moving to quantum mechanics, where they are described as waves associated with probabilities; and finally arriving at quantum field theory, where particles appear as excitations of fundamental fields. We show that in curved or expanding spacetimes, the definition of a particle is no longer unique: different observers can adopt different vacuum states and consequently identify particles in different ways. We also discuss the role of the quantum vacuum and its connection to the cosmological constant problem, one of the major open questions in contemporary physics. By connecting quantum theory, general relativity, and cosmology, the article addresses both the progress achieved and the conceptual challenges that remain in describing the universe at its most extreme scales.

Palavras-chave: teoria quântica de campos; espaço curvo; vácuo quântico; partículas; constante cosmológica; cosmologia quântica; relatividade geral.

Keywords: quantum field theory; curved spacetime; quantum vacuum; particle concept; cosmological constant; quantum cosmology; general relativity.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49699](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49699)

1 Ponto material

Na física, criamos modelos para descrever e entender os fenômenos da natureza. Um desses modelos, por mais curioso que pareça, é o do ponto material. Mas o que isso significa?

Podemos imaginar um ponto material como uma parte mínima de um objeto, um fragmento tão pequeno que, para os propósitos do nosso estudo, podemos tratá-lo como se não tivesse dimensões internas. Pense, por exemplo, em um

copo ou uma mesa. Se quebrarmos esse objeto em pedaços cada vez menores, chegamos a fragmentos tão pequenos que sua estrutura interna torna-se irrelevante. Em nosso modelo, supomos que podemos repetir esse processo indefinidamente, até alcançar uma idealização: o ponto material.

Essa é uma hipótese: uma construção abstrata que facilita a formulação de teorias. Não estamos afirmando que a natureza seja assim em última instância, mas sim que, do nosso ponto de vista, os fragmentos podem ser considerados pequenos

o suficiente para que qualquer estrutura interna restante seja desprezível. Em outras palavras, o que importa é a escala de observação. Se não conseguimos perceber diferenças internas, tratamos o objeto como pontual.

Esse tipo de raciocínio é comum na física. Ao falar de distância, por exemplo, também supomos que algo pode estar tão longe quanto se queira. Aqui, trabalhamos com a ideia complementar: algo pode ser tão pequeno quanto se queira. A novidade está em aplicar esse raciocínio ao tamanho e, com isso, criar um modelo simples, porém poderoso, para descrever o comportamento de objetos em diversas situações.

Agora, como toda idealização na física, o modelo de ponto material tem consequências. Vamos examinar uma delas. Suponha que esse ponto funcione como uma pequena lâmpada emitindo luz igualmente em todas as direções, sem criar nem destruir luz no processo. Essa emissão deve ser completamente simétrica, já que, no modelo pontual, qualquer estrutura interna é desprezível e, portanto, não pode haver direção preferencial.

Se colocarmos detectores ao redor da partícula, formando uma superfície esférica de raio R , poderemos medir quanta luz total (L) atravessa essa superfície. A área dessa esfera é $A = 4\pi R^2$, o que leva a uma densidade superficial de luz (potência por unidade de área) dada por $I = L/(4\pi R^2)$. Se repetirmos a medição a uma distância maior R' , a luz total L permanece a mesma, mas como a área da nova esfera $A' = 4\pi R'^2$ é maior, a nova densidade será menor: $I' = L/(4\pi R'^2)$.

Para entender por que a densidade da luz diminui com o quadrado da distância, imagine um esguicho d'água saindo de uma mangueira. Bem perto do bico (onde a mangueira é estreita), o jato de água está concentrado e “denso”. Conforme o jato se afasta, a mesma água se espalha por uma área circular cada vez maior, ficando mais “diluído”. Algo semelhante acontece com a luz emitida por uma partícula muito pequena, idealizada como uma fonte pontual. Toda a luz (L) emitida se distribui por uma superfície esférica ao redor da partícula. Quanto maior o raio (R) dessa esfera, maior será sua área, e mais “espalhada” ficará a luz. É isso que os detectores medem.

Essa analogia, no entanto, tem um limite importante. No caso da mangueira, vemos que ela tem uma largura finita, mas existe, portanto, um

limite para o quão concentrado o jato pode ser: a densidade da água perto do bico é grande, mas finita. No modelo da partícula pontual, porém, não há esse limite: assumimos que a partícula pode ser tão pequena quanto quisermos, idealmente um ponto sem extensão. Isso seria como imaginar uma mangueira com bico infinitamente estreito, o que permitiria um jato com densidade arbitrariamente grande bem próximo da origem. E se a luz (ou qualquer outra quantidade emitida) não pode ser destruída nem criada, essa extrapolação nos obriga a aceitar que sua densidade pode crescer indefinidamente conforme nos aproximamos da partícula. Essa consequência revela uma fragilidade do modelo: ele funciona bem enquanto mantemos distância, mas leva a divergências quando tentamos aplicá-lo em escalas muito pequenas.

1.1 Geometria euclidiana

Note que essa relação entre densidade e distância não é uma peculiaridade do modelo de luz ou de partículas: ela decorre diretamente da *geometria euclidiana* do espaço. Essa geometria é particularmente simples e simétrica, isto é, nossas medidas de comprimento não dependem da direção: uma régua tem o mesmo tamanho apontando para cima, para baixo ou para os lados. Além disso, as propriedades geométricas são as mesmas em todo lugar e a todo tempo. É essa regularidade do espaço que faz com que forças como a gravitação de Newton ou a força elétrica descrita por Coulomb também caiam com o quadrado da distância: ambas “respeitam” a mesma geometria ao se propagar.

Além disso, essa nossa régua imaginária funciona do mesmo jeito em qualquer lugar: mede o mesmo tanto na sala ou na cozinha, no quintal ou na lua. E também não muda com o tempo, pois ela mede o mesmo hoje, amanhã ou daqui a mil anos. Essa regularidade, tanto no espaço quanto no tempo, é uma das marcas da geometria euclidiana. É como se o espaço fosse sempre o mesmo, plano e previsível, sem surpresas.

É por causa dessa simetria tão simples e confiável que cientistas como Coulomb e Newton encontraram leis que envolvem o quadrado da distância. A força elétrica medida por Coulomb e a força gravitacional descrita por Newton têm exa-

tamente a mesma forma matemática. Isso não é coincidência, mas é porque ambas se espalham pelo espaço seguindo as mesmas regras geométricas. Mesmo sendo forças bem diferentes, elas “sentem” o espaço do mesmo jeito. A geometria é o palco comum onde essas forças atuam.

Agora, vejamos por que o modelo de partícula pontual, apesar das consequências discutidas, ainda é útil para descrever muitos fenômenos da natureza. Se lançarmos duas partículas carregadas uma contra a outra, elas se repelirão com uma força cada vez maior à medida que se aproximam. No entanto, para que a densidade de campo (ou a força) realmente se torne infinita, seria necessário um grau de precisão também infinito: as partículas teriam que colidir exatamente no mesmo ponto, com alinhamento e controle absolutos.

Na prática, isso nunca acontece. Sempre trabalhamos com escalas finitas de energia e precisão. Assim, os efeitos extremos previstos pelo modelo pontual nunca se manifestam. É por isso que a mecânica de Newton, baseada nesse modelo, funcionou tão bem por tanto tempo. Ela descreve com sucesso o movimento de planetas, projéteis e até cargas elétricas em muitas situações.

1.2 Instabilidade do modelo

Mas o cenário muda quando consideramos fenômenos mais sutis. Ao entender melhor o eletromagnetismo, descobriu-se que cargas aceleradas emitem luz, isto é, radiação eletromagnética e, com isso, perdem energia. Isso significa que, mesmo com baixa energia, se colocarmos uma carga negativa em órbita ao redor de uma carga positiva, a carga em movimento irá irradiar energia e, aos poucos, perder velocidade.

O problema surge porque, ao perder energia, a partícula se aproxima cada vez mais da outra. Eventualmente, ela acabaria “caindo” sobre a partícula central, atingindo uma região onde a força prevista se tornaria infinita, fazendo algo fisicamente absurdo. É como se nos aproximássemos demais do bico da mangueira imaginária: a densidade do jato (ou, aqui, da força) ficaria tão grande que deixaria de fazer sentido. Esse tipo de instabilidade revela uma limitação importante do modelo de ponto material. Ele funciona bem enquanto mantemos uma certa distância, mas fa-

lha justamente quando tentamos entender o que ocorre nas menores escalas.

2 Mecânica quântica

Diante do impasse, poderíamos imaginar que a solução seria abandonar o modelo de partícula pontual. Mas o que aconteceu foi diferente: surgiu uma nova forma de pensar a realidade, chamada *Mecânica Quântica*. Ela manteve a ideia de partícula, mas mudou completamente a maneira como a descrevemos.

Ao invés de falarmos em posições e velocidades bem definidas, agora lidamos com *estados e probabilidades*. A partícula continua sendo tratada como “pontual”, mas não podemos mais dizer com certeza onde ela está ou para onde vai. A teoria nos diz apenas onde é mais provável encontrá-la.

E foi justamente essa mudança de perspectiva que resolveu o problema das órbitas instáveis. Ao estudarmos os estados possíveis de uma partícula sob ação de uma força atrativa, como a elétrica entre próton e elétron, descobrimos que sua energia não pode variar de forma contínua. Ela só pode assumir certos valores discretos. Isso impede que a partícula perca energia indefinidamente até colapsar sobre a outra. A órbita “salta” para estados estáveis, quantizados.

Entre as muitas consequências da mecânica quântica, uma das mais importantes para a nossa discussão é que ela impõe, desde a sua formulação, limitações fundamentais sobre o que podemos saber a respeito de uma partícula.

Na mecânica de Newton, quando descrevemos o estado de uma partícula, atribuímos a ela uma posição x_0 e uma velocidade v_0 . Esses valores são tratados como números bem definidos, isto é, a teoria admite, sem restrições, que esses números possam ser conhecidos com precisão arbitrária. Em outras palavras, se tivermos instrumentos suficientemente bons, nada na estrutura da teoria impede que descubramos x_0 e v_0 com exatidão. Essa possibilidade está incorporada na própria construção do modelo: os estados são representados por pares (x, v) bem definidos.

Naturalmente, na prática, nossos instrumentos são limitados. Mas essa imprecisão sempre foi tratada, na mecânica clássica, como uma dificuldade tecnológica, não como uma limitação da

própria teoria.

Já na mecânica quântica, a situação é radicalmente diferente. A própria estrutura da teoria impede que um estado seja representado por uma posição e uma velocidade simultaneamente bem definidas. A incerteza não surge por falta de instrumentos adequados, mas sim como uma consequência inevitável da maneira como a teoria descreve a natureza. A ideia de um estado com (x, v) bem determinados sequer faz parte do espaço de possibilidades permitido pelo modelo.

Essa nova descrição em termos de probabilidade marca uma mudança profunda na forma como representamos os estados físicos. Na mecânica clássica, um estado era simplesmente um par (x, v) , isto é, uma posição e velocidade bem definidas em um dado instante. Já na mecânica quântica, não podemos mais falar em posição e velocidade determinadas ao mesmo tempo. O que passamos a descrever é a probabilidade de encontrar a partícula em uma certa posição, ou, alternativamente, a probabilidade de encontrar uma certa velocidade.¹

2.1 Probabilidade como um fluido

Veja que coisa interessante. Quando falamos, por exemplo, da força de Coulomb que diminui com o quadrado da distância, justificamos isso pelo fato de que essa força, ao se espalhar pelo espaço, não é “criada” nem “destruída”. E como o espaço tem uma certa geometria, a euclidiana, esse espalhamento obedece sempre às mesmas regras: quanto mais longe da fonte, mais “diluída” a força fica.

Agora pensemos na probabilidade. Partimos de uma ideia simples: a probabilidade de encontrar uma partícula em algum lugar do espaço tem que ser 100%. E se a partícula não for criada nem destruída, essa probabilidade continua sendo 100% ao longo do tempo. Ou seja, a probabilidade pode mudar de lugar, fluir de uma região para outra, mas não pode simplesmente aparecer ou desaparecer.

¹Essa diferença é ainda mais sutil do que parece. A função de onda da mecânica quântica nos dá a probabilidade de encontrar a partícula em uma posição *ou* em uma velocidade, mas não fornece uma probabilidade conjunta de posição *e* velocidade ao mesmo tempo. Essa limitação está ligada a princípios fundamentais da teoria e não abordaremos aqui.

Na prática, imagine que em um certo momento há 5% de chance de encontrar a partícula dentro de uma determinada região. Com o tempo, essa chance pode “escorrer” para fora dessa região, mas a quantidade total de probabilidade no espaço todo tem que permanecer constante.

Mas como descrevemos isso de forma precisa? Precisamos medir “porções” do espaço, e fazemos isso com a geometria euclidiana: usamos o volume da região como referência. A função que descreve onde é mais ou menos provável encontrar a partícula precisa se adaptar ao fato de que o espaço tem volume, assim como a densidade de água de um jato se adapta à área por onde ela passa.

A conclusão é que não descrevemos mais os estados de nossas partículas pontuais apenas como pontos com posição e velocidade bem definidas. Em vez disso, passamos a representá-las como *campos de probabilidade*: funções que indicam a chance de encontrar a partícula em cada região do espaço. É isso que chamamos de função de onda.

2.2 Quantização

A descrição em termos de probabilidades espalhadas pelo espaço traz uma consequência peculiar. Como essa probabilidade está distribuída em um espaço euclidiano (eventualmente com condições de contorno), surgem restrições sobre como essa distribuição pode evoluir. Em certas situações, os estados possíveis deixam de variar de forma contínua e passam a só poder assumir valores discretos: os chamados *quanta*.

Um exemplo importante é o oscilador harmônico, como um pêndulo idealizado ou um sistema massa mola. Nesse sistema, a energia não pode assumir qualquer valor: ela deve ser um múltiplo de $\hbar\omega$, onde ω é a frequência natural de oscilação e \hbar a constante de Planck. Isso significa que o oscilador não pode oscilar indefinidamente devagar. Existe um valor mínimo permitido para sua energia. Essa restrição tem uma interpretação natural: se o oscilador tivesse energia zero, ele estaria parado no ponto de equilíbrio. Nesse caso, saberíamos ao mesmo tempo sua posição e sua velocidade, o que viola os princípios da mecânica quântica.

O surgimento desses valores discretos pode ser

entendido a partir da forma como a probabilidade se espalha no espaço e da geometria do sistema. No caso do oscilador harmônico, a energia potencial cresce com o quadrado da distância ao ponto de equilíbrio. Quando resolvemos a equação de Schrödinger para esse sistema, encontramos dois tipos de soluções: uma com a função de onda concentrada em torno do ponto de equilíbrio e outra que cresce indefinidamente quando nos afastamos desse ponto.

A questão é que apenas as soluções concentradas são fisicamente aceitáveis: a função de onda deve ser normalizável, ou seja, representar uma distribuição de probabilidade finita. No entanto, essas soluções só existem para certos valores específicos de energia, justamente os múltiplos de $\hbar\omega$. Ao exigir normalização, impomos uma condição de quantização. Assim, a quantização surge como uma consequência direta das restrições impostas pela estrutura espacial e pelas condições físicas que a função de onda deve obedecer.

3 Relatividade especial

Agora, quando introduzimos a relatividade especial, a situação fica ainda mais estranha. Vamos ver por quê.

Imagine dois observadores numa sala: um está parado ao lado de uma lâmpada; o outro caminha em direção a ela. E você está observando a cena de fora, vendo tudo acontecer. Em um certo instante, a lâmpada acende.

Você vê a luz se propagar e alcançar primeiro o observador que caminha em direção à lâmpada, afinal, ele está indo ao encontro do feixe, e só depois atingir o que está parado. Mas aqui está o ponto fundamental: a relatividade especial exige que ambos os observadores meçam a mesma velocidade da luz, c , com seus próprios relógios e régua.

Então, cada um deles vai dizer que viu a luz chegar exatamente após d/c segundos, onde d é a distância inicial entre eles e a lâmpada em seus respectivos referenciais. Ou seja, embora você veja claramente a luz atingir primeiro quem está em movimento, ele próprio mede que o feixe levou d/c segundos. O mesmo vale para o observador parado.

Isso revela uma contradição com a nossa in-

Dois referenciais inerciais

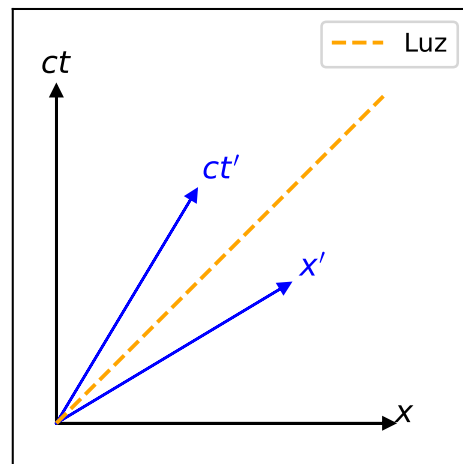


Figura 1: Dois referenciais: um parado (vertical) e outro em movimento (inclinado). Note que as linhas azuis misturam coordenadas de tempo e espaço no referencial parado (linhas pretas) (x, t) .

tuição clássica: você concorda com o observador parado sobre o tempo que a luz levou até ele, mas não com o que está em movimento. Não pode haver um tempo universal compartilhado por todos. O que consideramos como “o tempo que passou” depende do referencial. Em outras palavras, o tempo deixa de ser absoluto.

Quando modelamos matematicamente esse fenômeno, descobrimos que a relação entre dois referenciais em movimento relativo uniforme é descrita pelas transformações de Lorentz. Essas transformações mostram que espaço e tempo estão entrelaçados, e são dadas por:

$$x' = \gamma(x - vt),$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right),$$

onde $\gamma = 1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ e v é a velocidade relativa entre os referenciais. As variáveis x e t representam as coordenadas de um evento no referencial “parado”, enquanto x' e t' representam as mesmas coordenadas no referencial em movimento.

O que é importante entender nas equações acima é que uma linha horizontal na Figura 1 representa um instante de tempo no seu referencial, ou seja, uma “foto” do espaço em um determinado momento, como dissemos antes.

Porém, para o observador em movimento, o que

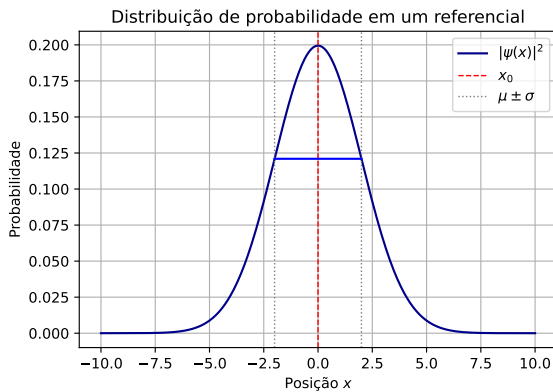


Figura 2: Distribuição de probabilidade para uma partícula em um referencial.

ele chama de “instante” corresponde a uma linha inclinada, como a linha azul na figura. Isso significa que aquilo que ele considera como “agora” inclui eventos que, para você, aconteceram em tempos diferentes. Em outras palavras, o conceito de simultaneidade deixa de ser absoluto: cada observador tem sua própria noção de quais eventos ocorrem ao mesmo tempo.

3.1 Efeitos sobre a probabilidade

O que acontece quando misturamos os conceitos de probabilidade com os referenciais da relatividade especial?

Considere uma partícula cuja posição mais provável está em torno de uma coordenada x_0 , com a probabilidade decaindo à medida que nos afastamos desse ponto. Para ilustrar, usamos uma distribuição Normal (Gaussiana), como mostrado na Figura 2. Essa descrição, porém, é feita em um referencial específico. Ou seja, o observador define um instante, sua noção de simultaneidade, e atribui probabilidades às posições espaciais da partícula naquele instante. O problema surge quando outro observador, em movimento em relação ao primeiro, tenta descrever essa mesma distribuição: para ele, os pontos que são simultâneos são diferentes. Assim, a forma como a probabilidade está distribuída no espaço também será diferente. A função de onda, portanto, não é algo absoluto: sua aparência depende do referencial adotado.

Para entender o que acontece com uma partícula descrita por uma distribuição como a da Figura 2 ao longo do tempo, é preciso conside-

rar como a incerteza sobre sua velocidade afeta a posição. Como discutido anteriormente, só podemos falar da probabilidade de encontrar a partícula com determinada posição e velocidade, e não de valores exatos. Se conhecêssemos exatamente sua velocidade, seria possível prever com precisão sua posição futura, e a distribuição não se modificaria com o tempo. Mas isso violaria o princípio da incerteza. Na prática, a incerteza na velocidade implica que a posição futura da partícula também seja incerta, o que leva ao espalhamento da distribuição: quanto mais tempo passa, maior a região onde a partícula pode estar, e portanto maior a largura da distribuição.

É possível imaginar que, no início, as velocidades possíveis estão distribuídas de forma a fazer a partícula tender ao centro, tornando a distribuição mais concentrada. Mas, com o tempo, essas velocidades começam a apontar para fora, fazendo a distribuição se espalhar. Na prática, ambos os efeitos ocorrem: a distribuição se contrai até atingir um mínimo e depois volta a se expandir. No caso de uma distribuição Normal como a da Figura 2, a dinâmica da equação de Schrödinger para uma partícula livre nos dá uma largura que evolui no tempo como

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sqrt{1 + t^2}.$$

Para $t < 0$, a distribuição se torna mais concentrada, atingindo um mínimo em $t = 0$; para $t > 0$, ela passa a se espalhar novamente. A Figura 3 mostra esse comportamento para os instantes entre $t = -1$ e $t = 1$.

Como essa mesma distribuição de probabilidade é vista por um observador em movimento? As transformações de Lorentz mostram que as coordenadas de espaço e tempo se misturam quando mudamos de referencial. Especificamente, os pontos (x, t) no referencial original são transformados em (x', t') no referencial em movimento, segundo:

$$x = \gamma(x' + vt'), \quad t = \gamma(t' + vx'/c^2).$$

Se a largura da distribuição no referencial original é dada por $\sigma(t) = \sigma_0 \sqrt{1 + t^2}$, ao expressarmos essa largura em termos das coordenadas do referencial em movimento, obtemos:

$$\sigma(x', t') = \sigma_0 \sqrt{1 + \left(t' + \frac{vx'}{c^2}\right)^2}.$$

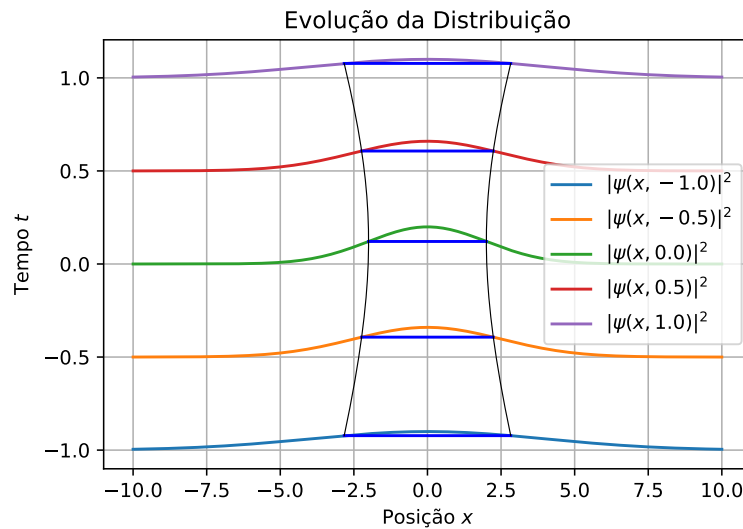


Figura 3: Distribuição de probabilidade para uma partícula em um referencial.

Ou seja, para o observador em movimento, a largura da distribuição passa a depender simultaneamente da posição x' e do tempo t' . Mesmo ao fixar um instante $t' = 0$, a largura não será constante ao longo do espaço x' . Isso acontece porque, como ilustrado na Figura 1, os pontos considerados simultâneos no referencial em movimento correspondem a tempos diferentes no referencial original, e como a largura da distribuição varia com o tempo, ela aparecerá com valores distintos em diferentes posições. Assim, a distribuição que originalmente era simétrica e normalizada deixa de ser uma gaussiana, e mais do que isso: em função de x' , ela já não é mais uma distribuição normalizável. Isso contradiz a premissa fundamental de que a probabilidade total de encontrar a partícula em algum ponto do espaço deve ser 100%.

Esse efeito é ilustrado na Figura 4, que mostra como a distribuição de probabilidade é vista por um observador em movimento. A figura revela que a antiga gaussiana simétrica se deforma, apresentando dois picos e perdendo sua forma característica. Ainda que a perda da normalização não seja visível diretamente na figura, ela é uma consequência inevitável dessa deformação: a distribuição em função de x' , ao não preservar a integral total igual a 1, deixa de representar uma probabilidade válida.

4 Mecânica quântica relativística

A incompatibilidade entre a Mecânica Quântica tradicional e a Relatividade Especial era, em certa medida, esperada. Afinal, a equação de Schrödinger é formulada dentro do contexto da mecânica clássica não relativística. Portanto, não surpreende que ela não respeite os princípios da relatividade especial.

A expectativa era que, ao construirmos uma versão relativística da equação de Schrödinger, a compatibilidade com a relatividade fosse restaurada. A primeira tentativa nesse sentido levou à equação de Klein-Gordon, que de fato é covariante (isto é, tem a mesma forma em todos os referenciais inerciais). No entanto, essa equação não permitia interpretar a densidade de probabilidade de forma consistente: ela não garantia a conservação da probabilidade com o tempo.

Em seguida, Dirac propôs uma nova equação, a equação de Dirac, que também respeita a relatividade especial e tem soluções que descrevem partículas com spin $1/2$. Ainda assim, ela apresentava dificuldades em manter uma interpretação probabilística direta e consistente.

O avanço conceitual decisivo veio com a compreensão de que essas equações não deveriam descrever a probabilidade de uma única partícula. Em vez disso, elas descrevem campos, entidades que existem em todo o espaço e tempo. As partículas passam a ser entendidas como excitações desses campos. Assim, a Mecânica Quântica Re-

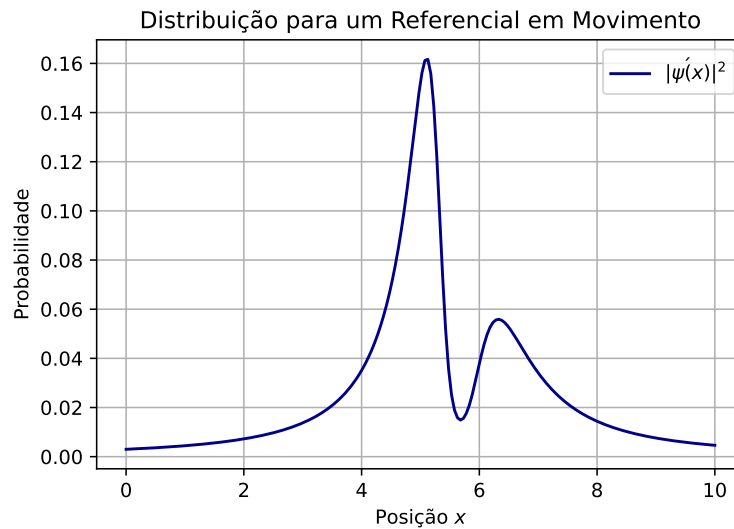


Figura 4: Distribuição de probabilidade para uma partícula em um referencial em movimento.

lativística evolui para a Teoria Quântica de Campos, onde a noção de partícula surge como um fenômeno derivado da dinâmica dos campos.

5 Teoria quântica de campos

É interessante observar o caminho evolutivo dessas ideias. A Teoria Quântica de Campos surge como resposta natural à tentativa de compatibilizar a Mecânica Quântica com a Relatividade Especial. Do ponto de vista conceitual, esse desenvolvimento parece ter seguido o caminho de menor resistência: em vez de uma reformulação radical desde o início, foram feitos ajustes pontuais, ampliando gradualmente os conceitos fundamentais.

Até esse ponto, o conceito de partícula como um ponto material permaneceu praticamente intacto. A Mecânica Quântica modifica a maneira como descrevemos seu estado, em termos de probabilidades e funções de onda, mas ainda assumimos que existe uma “partícula pontual” por trás dessa descrição.

Foi somente diante da dificuldade em formular uma Mecânica Quântica Relativística de forma consistente, onde nem a equação de Schrödinger nem suas primeiras generalizações (como Klein-Gordon ou Dirac) conseguiam lidar adequadamente com a conservação da probabilidade, que esse conceito passou a ser efetivamente questionado. O resultado foi a reformulação completa:

não mais tratamos partículas como entidades fundamentais, mas como excitações localizadas de um campo quântico que permeia todo o espaço.

Um aspecto notável disso tudo é que, paradoxalmente, o conceito de partícula só se torna claro quando quantizamos o campo. Em uma teoria clássica de campos, o campo pode assumir qualquer configuração espacial contínua, e nenhuma delas se destaca naturalmente como uma “partícula”. Mesmo que, em um dado instante, o campo esteja concentrado em uma região específica do espaço, ele pode evoluir suavemente para outras configurações, não há uma noção clara de quantização nem de individualidade associada a partículas.

Ao quantizar o campo, no entanto, a situação muda radicalmente. Podemos imaginar o campo como um conjunto de osciladores harmônicos, um sistema de “massas e molas”, onde cada ponto do espaço está acoplado aos seus vizinhos. Como vimos na seção sobre quantização, esses osciladores não podem estar em repouso absoluto (energia zero), e tampouco podem ser excitados de maneira arbitrária: apenas múltiplos inteiros de uma unidade mínima de energia (um *quantum*) são permitidos.

A partir desses estados excitados, os chamados estados de um quantum, podemos construir distribuições espaciais que lembram, por exemplo, uma gaussiana como a da Figura 2. Assim, o que chamamos de “partícula” é, nesse contexto,

uma configuração particular do campo: uma excitação quantizada, localizada e com propriedades dinâmicas específicas. O que antes parecia um problema, a violação da conservação da probabilidade na mecânica quântica relativística, agora é reinterpretado como a possibilidade de criação ou destruição de partículas. Ou melhor, de quantas de excitação do campo.

6 Espaços curvos e a relatividade geral

Ao longo do texto, vimos que a geometria do espaço desempenha um papel central na descrição do comportamento de partículas e campos. É ela que define noções fundamentais como distância, tamanho e direção, estabelecendo, portanto, o palco onde as teorias físicas operam. A própria definição de partículas, sua evolução no tempo e os estados quânticos possíveis dependem da estrutura geométrica subjacente.

Na Relatividade Especial, espaço e tempo deixam de ser entidades separadas e passam a ser descritos por uma única estrutura geométrica: o espaço-tempo. A partir dessa ideia, é necessário adotar uma geometria que incorpore, de forma consistente, a equivalência entre réguas e relógios, respeitando a constância da velocidade da luz. Essa geometria é a chamada geometria de Minkowski, base da Relatividade Especial.

Um passo conceitual decisivo ocorre quando consideramos a equivalência entre a massa inercial e a massa gravitacional, já presente na gravitação de Newton. Essa equivalência sugere que a gravidade age de forma universal: todas as partículas caem da mesma maneira, independentemente de suas massas ou composições. Essa universalidade aponta para uma interpretação geométrica da gravidade. Afinal, se todas as partículas seguem a mesma trajetória em queda livre, parece natural concluir que essas trajetórias estão determinadas não por uma força específica, mas pela própria geometria do espaço-tempo.

Ao levar essa ideia às últimas consequências, chegamos à formulação da Relatividade Geral. A gravitação deixa de ser tratada como uma força no sentido tradicional e passa a ser entendida como a curvatura do espaço-tempo. É a presença de matéria e energia que altera essa geometria, e as partículas se movem segundo as linhas que ela

define.

Por fim, a própria noção de massa ganha uma nova interpretação. A Relatividade Especial nos mostra que massa e energia são aspectos de uma mesma entidade, e que a energia (e o momento) depende do referencial. Isso nos leva à generalização natural da “massa gravitacional” para o tensor energia-momento, que contém as densidades e fluxos de energia e momento em todas as direções. A Relatividade Geral é, então, expressa pelas equações de Einstein, que relacionam a curvatura do espaço-tempo à distribuição de energia e momento nele contida.

Um ponto crucial é que, na Relatividade Geral, a geometria do espaço-tempo deixa de ser fixa: ela passa a depender diretamente da distribuição de matéria e energia, por meio do tensor energia-momento. Como vimos, campos possuem excitações que carregam energia e momento, e é justamente essa energia que curva o espaço-tempo. Surge, então, uma interdependência fundamental: a geometria determina como os campos evoluem, mas os próprios campos, ao transportar energia e momento, alteram essa geometria. Trata-se de um sistema acoplado, no qual campos e geometria influenciam-se mutuamente. Do ponto de vista técnico, é necessário resolver de forma consistente tanto a dinâmica dos campos quanto as equações que regem a curvatura do espaço-tempo.

Por mais complexa que seja, a Relatividade Geral ainda pode ser formulada como um problema de causa e efeito, ou, tecnicamente, como um problema de condições iniciais bem posto. Isso significa que, dados um estado inicial da matéria e uma geometria inicial do espaço-tempo, as equações de Einstein permitem prever a evolução do sistema ao longo do tempo.

Neste texto, no entanto, abordaremos um cenário mais simples: assumiremos uma geometria de fundo fixa (ainda que não trivial, isto é, diferente da geometria plana de Minkowski) e investigaremos como campos quânticos se comportam sobre essa geometria.² Adotar uma geometria de fundo

²Há aqui um ponto conceitual relevante: a Relatividade Geral é formulada como uma teoria clássica, em que a fonte da curvatura do espaço-tempo, o tensor energia-momento, é uma grandeza bem definida. Já a Teoria Quântica de Campos descreve energia e momento de forma probabilística, por meio de operadores sobre estados quânticos. Essa incompatibilidade conceitual está no cerne do

fixa permite estudar o comportamento de campos quânticos em geometrias curvas sem precisar resolver simultaneamente as equações de Einstein.

7 Desafios

A formulação da Teoria Quântica de Campos em espaços-tempo curvos exige um extenso ferramental matemático, cuja construção e aplicação representam, por si só, um grande desafio técnico. Essas dificuldades, no entanto, são do tipo que consideramos “bem postas”: uma vez dominado o formalismo, espera-se que os cálculos possam ser realizados de maneira consistente, ainda que complexa.

Neste texto, porém, o foco recai sobre outro tipo de desafio, mais profundo e conceitual: aqueles em que não está claro se a própria formulação da teoria é consistente ou completa. São questões que colocam em dúvida os fundamentos da Teoria Quântica de Campos em contextos gravitacionais e que apontam, possivelmente, para a necessidade de uma nova estrutura teórica.

7.1 Desafio 1: energia do vácuo

Para introduzir o problema da constante cosmológica, vamos começar com uma analogia simples e intuitiva. Suponha que o espaço não seja contínuo, mas formado por pontos igualmente espaçados. Ou seja, as posições possíveis estão separadas por um comprimento fixo Δx . Vamos também assumir que estamos olhando apenas uma dimensão do espaço (como uma linha reta).

Nessa linha, temos um campo, que chamaremos de ϕ , definido apenas nos pontos múltiplos de Δx , isto é: $\phi(\Delta xn)$, onde n é um número inteiro ($\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$). Podemos pensar no valor de ϕ em cada ponto como representando a “altura” do campo ou, em termos físicos, o grau de excitação do campo naquele ponto. Como vimos, essa excitação está relacionada à presença de partículas. Por simplicidade vamos denotar a excitação por $\phi(n)$.

Agora, queremos entender como esse campo evolui no tempo. Pela Relatividade Restrita, sabemos que espaço e tempo estão entrelaçados: o

problema da Gravitação Quântica.

que é “tempo puro” para um observador pode ser uma mistura de tempo e espaço para outro. Assim, se quisermos uma equação para a evolução de ϕ que respeite a relatividade, ela deve envolver tanto o tempo quanto o espaço.

Esse tipo de consideração nos leva à equação de Klein-Gordon, uma das equações fundamentais para campos relativísticos:

$$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0,$$

lembrando que c representa a velocidade da luz.

Essa equação expressa o fato de que a propagação de ϕ no tempo e no espaço acontece de maneira relativisticamente consistente, isto é, sua forma é a mesma para qualquer observador inercial.

Para entender melhor o termo espacial da equação, vamos “traduzir” a derivada espacial de segunda ordem para uma linguagem discreta. Uma aproximação simples para a derivada segunda é:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \approx \frac{\phi(n+1) + \phi(n-1) - 2\phi(n)}{\Delta x^2}.$$

Essa expressão mede como a “altura” do campo em um ponto difere da média entre os pontos vizinhos. Podemos verificar que ela se comporta como esperamos:

- Se o campo for constante, por exemplo $\phi(n) = A$, então todos os termos da equação acima valem A , e o resultado é zero, ou seja, sem variação.
- Se o campo variar linearmente, como $\phi(n) = A + Bn$, também teremos variação nula: a inclinação constante significa que não há “curvatura” no campo, apenas inclinação.
- Já quando a variação do campo muda de ponto para ponto (por exemplo, se a inclinação muda), essa expressão será diferente de zero, indicando curvatura do campo naquele ponto.

Antes de prosseguirmos, é importante lembrar que a equação de Klein-Gordon não foi escolhida de forma arbitrária. Ela surge naturalmente a partir de princípios fundamentais, como a Relatividade Restrita, que exige que as leis da física sejam válidas em todos os referenciais inerciais,

e a invariância por mudança de referencial, que impõe uma simetria entre espaço e tempo. Além disso, a forma da equação reflete a estrutura geométrica do espaço-tempo, que define como calculamos variações espaciais e temporais, e também está enraizada no próprio conceito de campo, que associa valores físicos a cada ponto do espaço-tempo. Esses elementos, tomados em conjunto, nos conduzem à forma da equação de maneira quase inevitável.

À primeira vista, resolver a equação de Klein-Gordon pode parecer uma tarefa bastante complicada. Para determinar como o campo varia em um ponto, precisamos saber como ele se comporta em seus vizinhos. Mas, para isso, é necessário conhecer também os vizinhos dos vizinhos, e assim por diante, o que sugere uma dependência que se propaga indefinidamente. Essa situação é análoga a um sistema de massas conectadas por molas, no qual cada massa está ligada às suas vizinhas: uma perturbação em um ponto afeta todo o sistema, e o comportamento de uma parte depende do todo.

Apesar da aparente complexidade da equação de Klein-Gordon, existe um truque bastante interessante que permite encontrar soluções de forma simples: procurar por configurações de ϕ que sejam altamente simétricas, tão simétricas que permaneçam invariantes (ou oscilem de maneira previsível) com o tempo.

Um exemplo trivial é $\phi(n) = 0$, uma configuração estática e completamente simétrica. Mas há outras menos óbvias. Considere, por exemplo, a configuração $\phi(n) = (-1)^n A$, em que o campo alterna entre $+A$ e $-A$ a cada ponto da malha. Substituindo essa configuração na aproximação discreta da derivada segunda, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\phi(n+1) + \phi(n-1) - 2\phi(n)}{\Delta x^2} &= \\ &= \frac{(-1)^{n+1}A + (-1)^{n-1}A - 2(-1)^n A}{\Delta x^2} \quad (1) \\ &= -\frac{4A}{\Delta x^2}(-1)^n = -\frac{4}{\Delta x^2} \phi(n) \end{aligned}$$

ou seja, essa configuração satisfaz uma equação do tipo de um oscilador harmônico. O que isso nos revela é sutil: não estamos introduzindo novos osciladores no sistema. O que oscila aqui é a própria configuração espacial do campo, como um todo.

Note que, na Figura 5, o campo oscila de forma regular e previsível, como um oscilador harmônico. No entanto, a configuração espacial do campo, isto é, os valores relativos de $\phi(n)$ ao longo dos pontos, permanece inalterada: apenas a amplitude varia com o tempo. Essas configurações especiais, que mantêm sua forma espacial enquanto oscilam, são chamadas de modos de Fourier. No exemplo da figura, a frequência associada ao modo é $\sqrt{4c^2/\Delta x^2}$, sendo o fator c^2 oriundo da equação de Klein-Gordon.

Essas configurações não são casos isolados. Existe, na verdade, uma infinidade de modos simétricos como esses, que oscilam de forma regular ao longo do tempo. Além disso, é possível demonstrar que qualquer configuração do campo pode ser decomposta como uma superposição desses modos de Fourier. Isso nos permite descrever a dinâmica do campo, por mais complexa que pareça, como a soma de oscilações simples. Em geral, pode-se mostrar que as frequências possíveis desses modos são dadas por:

$$\omega_k = \frac{2c}{\Delta x} \operatorname{sen} \left(\frac{k\Delta x}{2} \right),$$

com k variando de 0 até $\pi/\Delta x$, onde atinge a frequência máxima.

A situação se torna mais sutil quando consideramos a quantização do campo. Como discutido anteriormente, um oscilador harmônico quântico possui uma energia mínima de excitação dada por $E_k = \hbar\omega_k$. Neste contexto, como o campo é descrito como uma soma de infinitos osciladores, um para cada modo de Fourier, a energia associada a cada modo também contribui com um valor mínimo. Ao somarmos essas energias em um único ponto, obtemos uma densidade de energia que cresce com o número de modos incluídos. Em particular, temos:

$$E(0) \propto \frac{\hbar c}{\Delta x},$$

ou seja, a densidade de energia em um ponto diverge quando $\Delta x \rightarrow 0$. Essa divergência não está relacionada à energia total do campo, mas à densidade local de energia, indicando que qualquer tentativa de retornar ao limite contínuo leva a infinitos. Note ainda que essa densidade é a mínima possível, ou seja, mesmo em um estado considerado vazio (o vácuo) a densidade de energia continua sendo infinita.

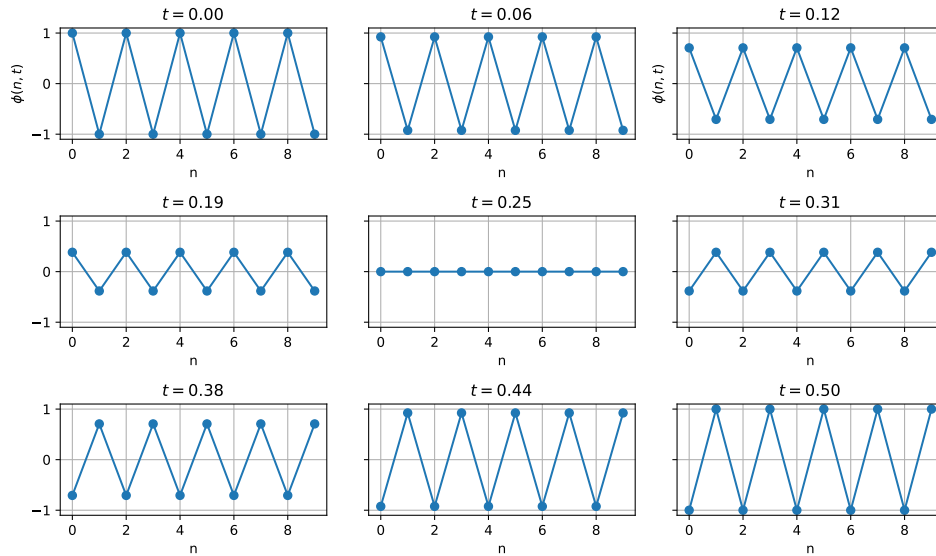


Figura 5: A evolução de ϕ para uma configuração simétrica. O tempo passa de $t = 0$ (esquerda superior) para $t = 0.5$ (direita inferior).

Pela generalidade da análise, concluímos que qualquer campo quântico, ao ser quantizado, contribui com uma densidade de energia infinita. Como vimos, energia e momento são fontes da curvatura do espaço-tempo nas equações de Einstein. Assim, surge uma situação conceitualmente delicada: os campos quânticos geram uma curvatura infinita, tornando a própria geometria do espaço-tempo mal definida.

Uma tentativa de contornar o problema seria assumir a existência de um comprimento mínimo, abaixo do qual o espaço-tempo não pode ser resolvido, por exemplo, uma escala de corte Δx fundamental. Isso impediria a divergência ao excluir os modos de alta frequência. No entanto, mesmo com esse corte, a densidade de energia estimada continua sendo extraordinariamente alta, muitas ordens de grandeza acima da densidade de energia associada à constante cosmológica inferida por observações astronômicas.

Esse é o chamado problema da energia do vácuo, mas é importante distinguir dois aspectos diferentes dessa questão. Primeiro, do ponto de vista teórico, mesmo na ausência de gravitação, a quantização de campos em espaços planos simples leva à conclusão de que o estado de vácuo possui uma energia associada. Essa energia é formalmente infinita, mas pode ser regularizada e normalizada, e sua existência é bem estabelecida dentro da teoria quântica de campos. Esse é um

problema conceitual por si só: o vácuo, definido como ausência de partículas, ainda assim carrega energia. Segundo, quando passamos a considerar a gravitação, esse conteúdo energético deveria atuar como fonte da curvatura do espaço-tempo, segundo a Relatividade Geral. Ou seja, a energia do vácuo deveria contribuir para a dinâmica do universo. Com a observação da expansão acelerada do cosmos, surge então uma possibilidade tentadora: talvez essa aceleração possa ser explicada justamente pela energia do vácuo. No entanto, se tentamos calcular essa contribuição usando a teoria de campos padrão, obtemos um valor para a densidade de energia do vácuo que é dezenas (ou até mais de cem) ordens de grandeza maior do que o valor necessário para explicar a aceleração observada. Essa discrepância entre o valor previsto e o observado é uma das maiores já encontradas na física.³

Além disso, vale notar que esses cálculos são normalmente feitos em espaços planos e fixos, sem

³O modelo padrão da cosmologia inclui uma constante cosmológica para explicar a expansão acelerada do universo. Esse termo pode ser introduzido diretamente no modelo cosmológico como um parâmetro livre. Por outro lado, a teoria de campos quânticos em espaços curvos também leva, de forma natural, a uma contribuição para a dinâmica do espaço-tempo com a mesma estrutura formal. O problema surge justamente porque esses dois caminhos, o cosmológico e o quântico, produzem contribuições de forma similar mas com magnitudes extremamente discrepantes.

acoplamento dinâmico entre os campos quânticos e a gravitação. Para tratar o problema de forma mais completa, seria necessário descrever a energia do vácuo em um sistema onde o espaço-tempo é dinâmico e onde esse acoplamento é levado em conta desde o início, algo que exige uma teoria ainda não estabelecida de gravitação quântica.

Mas por que estamos enfrentando esse problema? Embora ainda não exista uma resposta definitiva, podemos levantar algumas hipóteses. Uma possibilidade é que, apesar de termos substituído o modelo de partícula pontual pela noção de campo, certos traços da ideia de pontualidade ainda persistem. Por exemplo, ao perguntarmos “onde está a partícula?”, continuamos a associar essa questão a um ponto específico do espaço. Mesmo que essa pergunta agora se refira a uma distribuição de probabilidades fornecida por um campo quântico, a estrutura da teoria ainda nos leva a atribuir significado físico a quantidades definidas pontualmente. Sem uma interpretação concreta da natureza dessa “posição” na mecânica quântica, não está claro até que ponto nos afastamos, de fato, da noção de ponto material.

8 Desafio 2: definição de partícula e vácuo

Nosso segundo desafio consiste em entender a definição de partícula quando a geometria do espaço-tempo deixa de ser simples e homogênea, como no caso Euclidiano. Vamos começar retomando o que normalmente assumimos: em um espaço com simetrias bem definidas, como o espaço-tempo de Minkowski, uma excitação do campo pode ser interpretada como um quantum, isto é, uma partícula. Essa associação funciona porque podemos decompor o campo em modos bem comportados, como os modos de Fourier, cujas oscilações têm frequência e energia bem definidas. A estrutura simétrica do espaço-tempo garante que essa decomposição tenha um significado físico inequívoco: uma certa configuração de campo carrega o mesmo conteúdo físico, independentemente de sua posição ou orientação. Ou seja, uma configuração como a da figura Figura 2 tem o mesmo significado em qualquer parte do espaço.

No entanto, quando consideramos uma geometria que varia de ponto para ponto, como em um

espaço-tempo curvo ou em expansão, essa correspondência deixa de ser direta. Modos de campo com a mesma forma podem ter significados físicos distintos dependendo da região do espaço-tempo em que se encontram. Em outras palavras, a ausência de simetrias globais impede que se defina, de forma universal, o que é uma partícula.

Isso está relacionado ao fato de que, para definir partículas, precisamos distinguir entre oscilações de energia positiva e negativa. Em Minkowski, isso é feito com base na simetria temporal: uma escolha de tempo permite separar os modos segundo a frequência. Mas em geometrias dinâmicas, como em um universo em expansão, essa separação é ambígua, diferentes observadores podem decompor o campo de maneiras distintas e, portanto, discordar sobre o que significa ausência de partículas.

Por exemplo, se fizermos uma mudança de referencial em Minkowski, os modos de Fourier, como mostrados na Figura 5, se transformam, mas terminam sendo outros modos de Fourier semelhantes ao original. Ou seja, o momento e a energia dos modos de Fourier podem mudar, mas o caráter de “modo de Fourier” permanece o mesmo. Isso é uma consequência direta das simetrias do espaço-tempo plano: elas garantem que os estados definidos a partir desses modos tenham o mesmo significado físico para todos os observadores inerciais. Com isso, os estados de uma partícula continuam sendo estados de uma partícula mesmo após uma mudança de referencial. Ou seja, o conceito de “partícula” permanece invariante sob transformações entre observadores inerciais.

Agora imagine um espaço-tempo cuja geometria varia com o tempo, como no caso do universo em expansão descrito pela Relatividade Geral. Nesse contexto, não existem mais simetrias globais suficientes para garantir essa equivalência. Um modo de campo bem definido em um instante pode evoluir de maneira complexa, deixando de se parecer com um modo de Fourier no futuro, pior que isso, pode ser necessário combiná-lo com vários outros modos para descrever sua evolução. Assim, a afirmação de que um certo estado corresponde a uma partícula passa a depender do referencial adotado.

Vale notar que algo semelhante já ocorre em Minkowski: ao adotarmos um referencial acele-

rado, os modos de Fourier também se deformam. Um estado que representa uma partícula em um referencial inercial pode ser interpretado como um estado com múltiplas partículas no referencial acelerado.⁴

Portanto, o que chamamos de partícula, nesse contexto, deixa de ser uma entidade absoluta. É uma construção que depende da geometria local do espaço-tempo e da forma como escolhemos decompor o campo. Como consequência, diferentes observadores, ou diferentes momentos em um espaço-tempo dinâmico, podem atribuir números distintos de partículas à mesma configuração de campo.

Mais ainda, essa ambiguidade é tal que um estado que aparenta não conter partículas (isto é, estar no vácuo) para um observador pode conter várias partículas para outro. Essa situação está na base de diversos fenômenos fundamentais, como a criação de partículas em universos em expansão e o efeito Hawking em buracos negros. Nesses casos, o que para um observador é o vácuo, para outro representa um estado com conteúdo físico observável.

Na cosmologia, essa ambiguidade se manifesta diretamente nos modelos do universo primordial. Quando consideramos o início da expansão cósmica no contexto do modelo inflacionário,⁵ é comum assumir que o universo estava inicialmente preenchido por um campo em seu estado de vácuo. No entanto, como vimos, o conceito de vácuo é intrinsecamente ambíguo em geometrias dinâmicas, o que introduz uma incerteza conceitual no próprio modelo, um tema que permanece como objeto ativo de pesquisa.

É verdade que, para a maior parte das escalas relevantes descritas pelo modelo inflacionário, essa ambiguidade pode ser ignorada. Em escalas suficientemente pequenas comparadas ao raio de curvatura do universo, o espaço-tempo se comporta de forma aproximadamente plana, e os modos do campo se aproximam dos modos de Minkowski. Mesmo assim, persiste uma ambiguidade para uma fração, potencialmente significativa, das escalas, especialmente aquelas que cruzam o horizonte durante a inflação. Nessas escalas, a escolha do vácuo inicial afeta direta-

mente as previsões do modelo, como o espectro das flutuações primordiais, ressaltando a importância conceitual e observacional da questão.

9 Para onde vamos?

Ao longo deste percurso, acompanhamos a evolução conceitual da física desde o modelo clássico de ponto material, passando pela quantização da mecânica e pela unificação relativística do espaço-tempo, até a formulação da teoria quântica de campos. A incorporação da geometria curva, via Relatividade Geral, amplia esse quadro ao incluir a dinâmica do próprio espaço-tempo como parte do sistema físico.

Essa trajetória revelou tensões fundamentais entre os pilares da física moderna. A quantização em espaços curvos, onde não há simetrias globais, nos leva a enfrentar ambiguidades conceituais profundas, como a indefinição do vácuo e a dependência do conceito de partícula ao referencial ou à época cósmica. Além disso, a associação entre energia do vácuo e curvatura do espaço-tempo leva à discrepância entre teoria e observação expressa no problema da energia do vácuo.

Esses dois desafios, a energia do vácuo e a definição de partícula, não são apenas dificuldades técnicas, mas indícios claros de que os princípios que sustentam nossas teorias atuais não são completos. Eles apontam para a necessidade de uma reformulação mais profunda, possivelmente em uma nova teoria que torne compatível coerentemente gravidade e mecânica quântica. Até lá, esses limites permanecem como guias importantes para onde buscar o próximo passo.

Sobre o autor

Sandro Dias Pinto Vitenti (vitenti@uel.br) é Doutor em Física pelo Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), com experiência na área de cosmologia e física teórica. Atualmente, é professor adjunto na Universidade Estadual de Londrina (UEL), atuando principalmente nas áreas de cosmologia primordial, gravitação e cosmologia quântica, teoria quântica de campos em espaços curvos, cosmologia numérica, análise de dados

⁴Esse fenômeno é chamado de Efeito Unruh.

⁵O modelo inflacionário é amplamente utilizado para explicar as condições iniciais do universo observável.

e aglomerados de galáxias como sondas cosmológicas. Suas contribuições para a pesquisa nessa área incluem o desenvolvimento da biblioteca de cosmologia numérica e análise de dados denominada *Numerical Cosmology library* (NumCosmo), a qual implementa diversos algoritmos de estatística, análise de dados e cálculo de observáveis astrofísicos e cosmológicos, sendo de grande utilidade para a comunidade científica. Além disso, é membro do Laboratório Interinstitucional de e-Astronomia (LIneA) e desempenha papel de investigador principal em colaborações internacionais, como o Legacy Survey of Space and Time (LSST) e o Dark Energy Science Collaboration (DESC).

Leituras recomendadas

Para aprofundamento nos conceitos apresentados neste artigo, sugerimos as seguintes obras e

fontes de divulgação:

- [1] B. Greene, *The Fabric of the Cosmos: Space, Time and the Texture of Reality* (Penguin Books Limited, 2005).
- [2] S. Carroll, *Something Deeply Hidden: Quantum Worlds and the Emergence of Spacetime* (Penguin Publishing Group, 2020).
- [3] S. Hawking, *A Brief History of Time* (Random House Publishing Group, 2011).
- [4] N. Birrell e P. Davies, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 1984).
- [5] R. Wald, *Quantum Field Theory in Curved Spacetime and Black Hole Thermodynamics*, Chicago Lectures in Physics (University of Chicago Press, 1994).

Testes de gravitação quântica no laboratório

Francisco Bento Lustosa

Universidade Estadual do Ceará

Resumo

Este trabalho introduz alguns dos principais tópicos relacionados aos recentes esforços para realizar experimentos que comprovem a natureza quântica da gravidade no laboratório. Um panorama geral dos problemas conceituais envolvidos será apresentado, descrevendo as teorias mais conhecidas bem como discutindo algumas abordagens mais relevantes para os experimentos no laboratório como o modelo de decoerência de Diósi-Penrose. Utilizando o formalismo da quantização canônica da gravidade linearizada é demonstrado como previsões estão começando a ser extraídas das teorias conhecidas para um regime ainda pouco explorado experimentalmente. Em seguida, são discutidas algumas das principais propostas experimentais da literatura, em especial a possibilidade de gerar emaranhamento entre duas fontes massivas em estado de superposição quântica e os testes envolvendo sistemas optomecânicos. As conclusões listam problemas em aberto relacionados aos métodos tradicionais de quantização da gravidade no regime de baixas energias e discutindo os caminhos mais promissores experimentalmente para testar previsões que possam comprovar a natureza quântica do campo gravitacional.

Abstract

This work introduces some of the main topics related to recent efforts to conduct experiments that prove the quantum nature of gravity in the laboratory. An overview of the conceptual problems involved will be presented, describing the most well-known theories as well as discussing some of the most relevant approaches for laboratory experiments, such as the Diósi-Penrose decoherence model. Using the formalism of canonical quantization of linearized gravity, it is demonstrated how predictions are beginning to be extracted from the known theories for a regime that is still little explored experimentally. Next, some of the main experimental proposals in the literature are discussed, particularly the possibility of generating entanglement between two massive sources in a state of quantum superposition and the tests involving optomechanical systems. The conclusions list open problems related to traditional methods of gravity quantization in the low-energy regime and discuss the most promising experimental paths to test predictions that could confirm the quantum nature of the gravitational field.

Palavras-chave: gravitação quântica; decoerência; emaranhamento.

Keywords: quantum gravity; decoherence; entanglement.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49482](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49482)

1 Introdução

1.1 Motivações

O problema de unificar as interações fundamentais da Natureza em uma teoria única, coerente e completa continua sendo um dos maiores desafios da Física [1, 2]. O principal obstáculo nessa direção parece ser a falha em desenvolver uma Teoria de Gravitação Quântica que ofereça previsões testáveis e conclusivas. As duas mais conhecidas tentativas nessa direção são a Teoria das Cordas [3] e a Teoria de Gravidade de Laços (*Loop Quantum Gravity*, ou LQG) [4], que têm oferecido diversos caminhos indiretos para a ob-

servação de efeitos de gravitação quântica desde as maiores escalas com modelos de cosmologia quântica [5–8] e buracos negros [9] até as menores escalas através de modificações do princípio da incerteza e violações da simetria de Lorentz [10, 11]. No entanto, ambas as abordagens sofrem de algumas falhas conceituais e não oferecem caminhos claros para testar suas premissas fundamentais diretamente. Se, em última instância, as teorias são desenvolvidas para explicar a emergência da Mecânica Quântica e da Relatividade Geral a busca pela assinatura fundamental se dá sempre indiretamente por modificações de uma dessas duas teorias em alguma escala de energia, massa

ou comprimento. Na verdade, propriedades como comprimentos mínimos e violações de Lorentz são comuns à muitas abordagens de quantização da gravidade ou de unificação das interações através de extensões do Modelo Padrão de partículas. Por esse motivos muitos pesquisadores têm se voltado para buscar assinaturas de efeitos relacionados à granularidade do espaço-tempo ou um comprimento mínimo que modifique as relações de incerteza com um foco maior em situações em que altas energias e curvaturas possam estar envolvidas como em cenários astrofísicos e cosmológicos (ver [11] para mais referências sobre o assunto).

Alguns autores argumentam que o campo gravitacional não deve ser tratado como um campo quântico e sua natureza fundamentalmente diferente requer que pensemos em um acoplamento entre esta entidade clássica e os campos quânticos que seja consistente e coerente com essa diferença [12–14]. Por outro lado, a ideia de que a aplicação de métodos de Teorias Efetivas de Campo (EFTs, na sigla em inglês) [15, 16] ou de quantização canônica da relatividade geral [17, 18] pudessem gerar previsões para situações experimentais de baixas energias em que o campo gravitacional pudesse estar em estados superpostos [19] ou mediar o emaranhamento [20] tem ganho cada vez mais atenção tanto de grupos experimentais como de colaborações teóricas para gerar previsões para situações específicas (ver [21] para uma extensa e recente revisão sobre os diversos desafios relativos aos experimentos e previsões teóricas para a gravitação quântica no laboratório). A questão que está posta é: a gravidade precisa ser quantizada? É possível imaginar experimentos que provem a natureza quântica do campo gravitacional mesmo que não comprovem diretamente uma teoria específica?

Enquanto os limites de energia para testar teorias fundamentais parece inacessível diretamente em experimentos terrestres, o avanço das tecnologias tem nos permitido acessar experimentos com comprimentos cada vez menores de espaço [22] e de tempo [23] e massas cada vez maiores em experimentos quânticos de baixas energias [21, 24, 25]. Ao mesmo tempo que a necessidade de uma melhor precisão em medidas da constante gravitacional de Newton têm avançado na direção de experimentos de gravitação clássica com massas cada

vez menores [26]. Além disso, o campo da optomecânica quântica oferece caminhos promissores na direção de testar as interações de sistemas quânticos bem controlados de fótons com sistemas cada vez maiores [27, 28].

Esses avanços renovaram o interesse em experimentos de gravitação quântica no regime de baixas energias. Vários autores têm proposto cenários experimentais em que campos gravitacionais pudessem causar efeitos fundamentalmente quânticos possíveis de serem observados com tecnologias atuais [15, 21, 25, 29]. Em especial, a proposta de Bose [30], Marletto e Vedral [31] envolvendo o emaranhamento de superposições massivas tem sido amplamente discutida na literatura tanto do ponto de vista teórico quanto em seu desenvolvimento experimental [30, 32, 33]. Essa possibilidade gerou uma ampla gama de teorias nas quais a gravidade é responsável por algum tipo de modificação da mecânica quântica [34–37]. Essa última categoria de teorias com correções de gravitação quântica em baixas energias têm a vantagem distinta de serem capazes de produzir previsões para sistemas laboratoriais simples que deveriam violar a mecânica quântica padrão em experimentos acessíveis no futuro próximo (alguns experimentos envolvendo detecção de radiação por emissão espontânea já foram realizados para testar modelos de decoerência gravitacional [38]). As consequências de tais efeitos têm sido discutidas na literatura de forma mais intensa nas últimas duas décadas e podem ter implicações importantes em todas as áreas das aplicações quânticas [39].

Neste artigo apresentamos as alternativas experimentais que têm sido discutidas na literatura envolvendo superposições do campo gravitacional, decoerência induzida pela gravitação e a possibilidade de emaranhamento mediado pelo campo gravitacional [15, 25]. Não será nosso objetivo descrever as muitas alternativas teóricas que têm sido propostas na literatura, apesar de ocasionalmente nos referirmos à uma proposta ou outra que envolva alguma modificação das teorias usuais (como o mecanismo de colapso gravitacional Diósi-Penrose [34, 40]). Ainda assim, é impossível falar sobre os experimentos e seus objetivos sem uma visão clara do status atual das propostas teóricas de quantização da gravidade. Portanto, antes de introduzirmos os experimentos que ire-

mos analisar apresentaremos um panorama teórico geral e incluiremos uma seção dedicada a uma descrição dos métodos utilizados para derivar previsões que utilizaram a quantização canônica de uma métrica linearizada [17, 18, 37, 41], inspiradas no trabalho seminal de Bronstein [42] que aplicou pela primeira vez as técnicas de primeira quantização na equações de Einstein linearizadas. Essa abordagem pode ser considerada “padrão”, mas como iremos ressaltar ao longo do texto alguns passos na derivação de previsões são alvo de debate na literatura. Em especial, a questão de como lidar com os estados de vácuo de campos quânticos no limite de infravermelho [43–45] e a forma de definir a superposição de geometrias na quantização canônica de campos gravitacionais [17, 46] são problemas em aberto relacionados aos fundamentos das teorias envolvidas e que motivam a continuada busca por uma teoria unificada de gravitação quântica [47].

1.2 Problemas de interpretação

Uma consequência natural da maneira como este “novo”¹ campo da Gravitação Quântica de Bancada tem se desenvolvido é a incerteza sobre quais conclusões podemos tirar dos mesmos, caso sejam bem sucedidos em demonstrar que o campo gravitacional possa ser colocado em superposição, mediar emaranhamento ou ser responsável por um novo tipo de decoerência quântica [37, 51, 52]. Isso se dá por diversos motivos, começando pela dificuldade inerente em unificar uma teoria baseada em espaço-tempo quadridimensional curvo e sem observadores com outra que descreve vetores em um espaço de Hilbert com dimensão arbitrária que depende fundamentalmente da definição de observáveis e medidas. Com relação a mecânica quântica em geral, é preciso ressaltar que

¹A ideia de testar a natureza quântica da gravitação com sistemas quânticos certamente não é nova e remonta à proposta de Feynmann desenvolvida nas discussões da conferência de Chapell Hill em 1957 [48] e que descreveremos mais a frente. Além disso, os experimentos de Colella-Ovehauser-Werner (COW) em 1975 [49] e de Page-Geilker de 1981 [50] foram propostos como exemplos de testes de gravitação quântica mas posteriormente foram compreendidos como evidência de que o campo gravitacional clássico da Terra afeta sistemas quânticos. O aspecto fundamentalmente “novo” dos experimentos que iremos analisar está na ideia de que sistemas quânticos possam ser a fonte do campo gravitacional a ser medido.

os mecanismos de decoerência ainda são relativamente imprecisos nas suas derivações teóricas e apenas o modelo de Caldeira-Leggett que descreve banhos térmicos e o modelo de banho de spin de Prokof’ev e Stamp foram testados diretamente em situações específicas (ver [39, 53] e referências para uma discussão completa sobre o status desses modelos e seus experimentos). A não-localidade intrínseca ao fenômeno do emaranhamento também coloca em dúvida a possibilidade de introduzir uma base espaço-temporal para o fenômeno de forma a evitar paradoxos. A ideia de que o campo gravitacional possa estar em um estado superposto ou mediar um efeito explicitamente não-local, vai de encontro ao conceito tradicional de trajetórias geodésicas próprio da relatividade e necessita de uma explicação racional que unifique os conceitos quânticos à essa estrutura. É nessa direção que surgiu a ideia de Referenciais Quânticos (*Quantum Reference Frames*, ou QRFs) proposta por Giacomini, Castro-Ruiz e Brukner em [54], que vem sendo explorada e debatida na literatura nos últimos anos com a necessidade de modificações e extensões sendo ressaltada por diversos autores [55–57]. Também não será nosso objetivo discutir os desenvolvimentos e limitações teóricas dos modelos de decoerência gravitacional ou de superposições de referenciais quânticos, mas é importante ressaltar essas questões para demonstrar que não é apenas a falta de uma teoria quântica de gravitação que limita a interpretação dos resultados experimentais. A limitação da compreensão dos fenômenos de superposição, decoerência e emaranhamento na formulação tradicional da mecânica quântica também impõem sérias dificuldades à derivação de cenários teóricos claros e consistentes [39].

Para deixar claro este último ponto podemos tentar visualizar o que ocorreria se colocássemos uma massa em uma superposição de duas posições diferentes, levando em conta a massa como fonte do campo gravitacional (e, portanto, da geometria do espaço-tempo considerado). Uma representação pictórica dessa situação está representada na Figura 1 [35]. Tentando manter uma visão agnóstica sobre a interpretação da mecânica quântica, podemos assumir que a massa evolui simultaneamente por dois caminhos e portanto o campo gravitacional da mesma também evolui de maneira superposta. O que isso implica para a

estrutura espaço-temporal durante a evolução da superposição? A massa curva o espaço-tempo da mesma maneira como se houvessem duas massas, uma em cada um dos caminhos? Ou teríamos uma divisão do campo pelos ramos da função de onda? Se tentarmos observar essa situação, estaremos observando um processo de decoerência como os outros ou a curvatura do espaço-tempo deve causar algum efeito novo? Essas questões, apesar de exacerbadas pela possibilidade de considerar um espaço-tempo curvo, já existem na mecânica quântica usual quando pensamos em objetos carregados, por exemplo. Até hoje a questão de como descrever e observar uma superposição quântica de campos quânticos localizados leva a diversos problemas fundamentais que ultimamente estão relacionados à formulação inicial dos postulados da mecânica quântica e sua incompatibilidade com uma descrição completa da realidade. Não é por acaso que o renascimento do interesse na possibilidade de testar efeitos de gravitação quântica no laboratório começou com a proposta teórica de Diósi e Penrose [34, 40, 46], que foi inspirada pelo paradoxo do colapso da função de onda e os desenvolvimentos em torno dos modelos de decoerência [39].

Na ausência de uma Teoria Quântica de Gravidade e de uma interpretação clara e consistente para o formalismo da mecânica quântica usual, os experimentos que têm sido propostos são focados em provar que o campo gravitacional tem propriedades essencialmente quânticas, eliminando dessa maneira ao menos a classe de teorias que nega essa possibilidade [13, 14]. A discussão sobre qual teoria quântica de gravitação seria a correta e como poderíamos interpretar os resultados ficaria postergada para quando pudermos de fato discutir os resultados experimentais.

1.3 Unificando interações ou quantizando geometrias?

Uma característica comum tanto à Teoria de Cordas como à LQG é a de que todos os testes experimentais propostos para as mesmas só poderão gerar sinais indiretos, através da modificação da Relatividade Geral ou das teorias quânticas usuais - ou ambas. Apesar de teorias (relativamente) consistentes em um nível fundamental e com muitas propriedades e consequências interes-

santes, ainda não há nenhuma indicação experimental que possa validá-las no presente momento mesmo que indiretamente. Nesse sentido, uma atitude mais conservadora sugere voltar às origens da discussão e tentar encontrar situações acessíveis aos experimentos atuais que possam esclarecer os problemas conceituais que nos impedem de construir uma descrição unificada do mundo.

Voltar às origens da discussão significa tentar extrair previsões relativas aos limites de aplicação das duas teorias (Gravitacional e Quântica) de formalismos que empreguem apenas os conceitos básicos das mesmas. Por um lado, podemos considerar a Relatividade Geral como uma teoria quântica de campos efetiva em baixas energias evitando questões relativas à divergências no UV [16]. De fato, essa abordagem tem sido utilizada amplamente na literatura e pode ser utilizada para calcular correções quânticas para o potencial gravitacional no limite newtoniano [15]. No entanto, questões relativas às divergências no infravermelho são motivo de debate na literatura quando consideramos situações envolvendo fontes quânticas [43–45, 58]. De forma ainda mais conservadora mas seguindo a mesma linha, vários autores têm demonstrado como a quantização canônica das equações linearizadas da Relatividade Geral para sistemas simples pode ser usada para extrair previsões quantitativas para situações envolvendo sistemas quânticos massivos que possam causar emaranhamento ou sofrer decoerência devido às interações gravitacionais [17, 18, 37]. A consistência dessas derivações com aproximações a partir dos métodos de teorias efetivas de campo envolvendo expansões perturbativas também tem sido verificado para alguns casos e efeitos [41, 59].

De forma geral, os modelos de quantização canônica da gravidade podem ser considerados como a abordagem inicial comum à muitas propostas de Teoria de Gravitação Quântica [2, 60, 61]. Diversas interpretações da mecânica quântica também tem sua origem em formas diferentes de tentar entender a equação de Wheeler-DeWitt que determinaria a função de onda do universo [62]. Exemplos de interpretações que são usadas até hoje na construção de modelos de cosmologia e teorias de gravitação quântica incluem a interpretação de muitos mundos proposta por Everett e estendida por De Witt [63, 64], a abordagem de

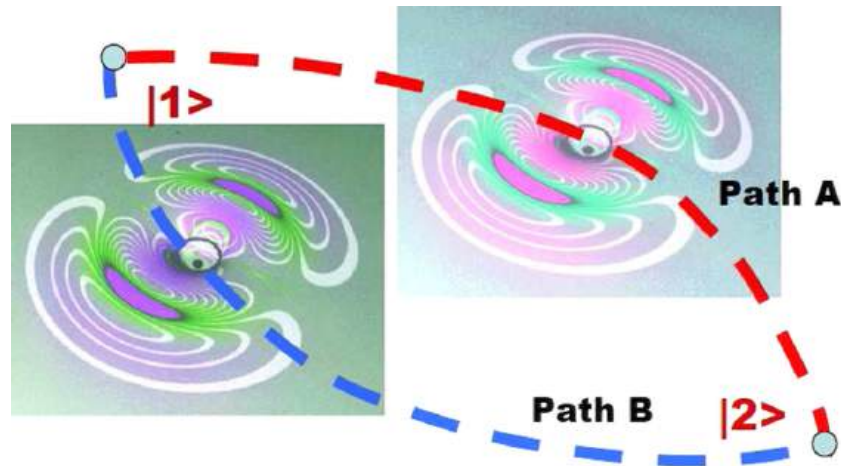


Figura 1: Representação pictórica do efeito gravitacional de uma partícula massiva em uma superposição quântica de dois caminhos (Figura retirada de [35]).

histórias consistentes [65–67] e a Teoria da Onda-Piloto de de Broglie-Bohm [68]. Essa última se enquadra na categoria geral de teorias onde podemos geometrizá-la para incluir a gravitação através do formalismo Hamiltoniano possivelmente modificando as equações de Schrödinger [69–71].

No entanto, a necessidade da quantização do campo gravitacional e a validade dos métodos tradicionais para derivar efeitos observáveis do mesmo não foram verificados experimentalmente. Por um lado, sabemos como campos clássicos podem influenciar sistemas quânticos em modelos simplificados que ignoram a estrutura do espaço-tempo [49, 50]. A equação de Wheeler-deWitt permite a exploração de um regime em que a curvatura do espaço-tempo pode ser incluída na evolução do estado quântico sem que seja necessária a formulação de uma teoria de gravitação quântica subjacente. Comprovar a validade de efeitos derivados a partir desse formalismo pode comprovar não só a necessidade de quantizar o campo gravitacional mas também tem o potencial de oferecer uma janela para testar alguns efeitos derivados no contexto de diferentes teorias [21, 36, 71].

O artigo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 apresentaremos o formalismo da gravitação quântica linearizada que levou às derivações de modelos para possíveis efeitos de decoerência gravitacional e emaranhamento mediado pelo campo gravitacional, sem a necessidade de incluir modificações fundamentais nem na teoria quântica nem na gravitacional. Na Seção 3

descreveremos os experimentos mentais que deram origem às propostas práticas atualmente em desenvolvimento e como eles ressaltam os desafios conceituais e práticos relacionados a extrair previsões e compará-las com resultados reais. Na Seção 4 descreveremos os possíveis efeitos de decoerência gravitacional e como o mecanismo de Diósi-Penrose pode causar efeitos observáveis, discutindo algumas propostas experimentais (algumas já realizadas [38] e outras em desenvolvimento [15]). Na Seção 5 apresentaremos a proposta de Bose, Marletto e Vedral (BMV) que envolve a observação de emaranhamento mediado pelo campo gravitacional gerado por superposições quânticas. Finalmente, na Seção 6 apresentaremos uma proposta recente que foi usada para testar possíveis efeitos de teorias alternativas de quantização da gravidade usando um sistema optomecânico, demonstrando o potencial desse tipo de experimento para realizar medidas precisas de efeitos ainda não totalmente compreendidos com métodos de quantização tradicional. Ainda com relação a sistemas optomecânicos, descreveremos a proposta recente de tentar usar sensores quânticos e a interação com ondas gravitacionais para detectar o graviton. Na Seção final serão listados alguns dos desafios teóricos e os possíveis caminhos que podem ser explorados para comprovar a natureza quântica do campo gravitacional utilizando as propostas experimentais apresentadas.

2 Quantização canônica da gravidade linearizada

A Relatividade Geral é baseada nas equações de movimento que derivam da ação de Einstein-Hilbert dada por

$$S = \frac{1}{\kappa} \int d^4x (-g)^{1/2} R, \quad (1)$$

onde $\kappa = 16\pi G/c^4$ é a constante de acoplamento, g é o determinante do tensor métrico e R o escalar de curvatura de Ricci. Para derivar as equações de Einstein aplicamos em geral o formalismo Lagrangiano, apropriado para análise da evolução de campos clássicos. Na mecânica quântica, por outro lado, a equação de Schrödinger é em geral construída a partir da quantização canônica de uma Hamiltoniana que leva a uma equação que determina a evolução de uma função de onda Ψ .

Com o objetivo de aplicar o procedimento de quantização de Dirac devemos construir o Hamiltoniano e os vínculos associados à Relatividade Geral [72]. O espaço-tempo quadridimensional pode ser descrito pela evolução de hiper-superfícies tridimensionais $\Sigma(t)$ caracterizadas por um tempo global t . A métrica quadridimensional pode ser escrita na forma

$$ds^2 = (N^2 - N_i N^i) dt^2 - 2N_i dx^i dt - g_{ij} dx^i dx^j, \quad (2)$$

onde N é a função de lapso, que relaciona a evolução temporal na folheação do espaço-tempo com o tempo próprio medido por observadores ortogonais às hipersuperfícies $\Sigma(t)$ (Figura 2, [73]). A ação de Einstein-Hilbert (desconsiderando termos de superfície) é reescrita em termos das quantidades tridimensionais como

$$S = \frac{1}{\kappa} \int dt \int d^3x N g^{1/2} (K_{ij} K^{ij} - K^2 + R^{(3)}). \quad (3)$$

O tensor K_{ij} representa a curvatura extrínseca das hiper-superfícies tridimensionais e é definido como

$$K_{ij} = \frac{1}{2N} \left(-\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} + D_i N_j + D_j N_i \right), \quad (4)$$

e D_i a derivada covariante com respeito às coordenadas x^i . A partir da densidade lagrangiana contida na ação obtemos o momento canonicamente conjugado à g^{ij} :

$$p^{ij} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{g}_{ij}} = -g^{1/2} (K^{ij} - g^{ij} K). \quad (5)$$

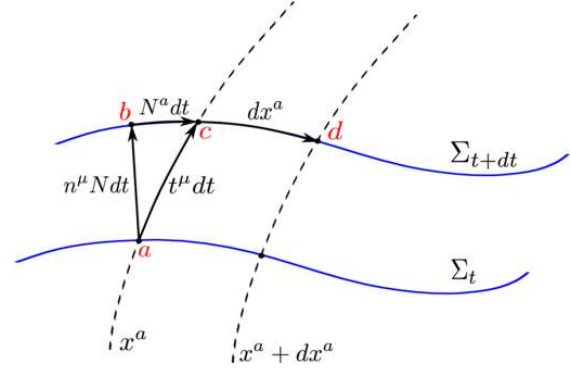


Figura 2: Representação geométrica das funções N e N^i (Figura retirada de [73]).

A hamiltoniana gravitacional será dada pela expressão usual

$$H = \int d^3x (p^{ij} \dot{g}_{ij} - \mathcal{L}). \quad (6)$$

Podemos obter uma expressão para \dot{g}_{ij} invertendo a equação (5) para escrever a curvatura extrínseca em termos do momento obtemos

$$\frac{\partial g_{ij}}{\partial t} = 2N G_{ijkl} p^{kl} + D_i N_j + D_j N_i, \quad (7)$$

onde

$$G_{ijkl} = \frac{1}{2} g^{-1/2} (g_{ik} g_{jl} + g_{il} g_{jk} - g_{ij} g_{kl}). \quad (8)$$

Assim podemos escrever a hamiltoniana da Relatividade Geral clássica como

$$H = \int d^3x (N \mathcal{H} + N_i \mathcal{H}^i), \quad (9)$$

$$\mathcal{H} = G_{ijkl} p^{ij} p^{kl} - g^{1/2} R, \quad (10)$$

$$\mathcal{H}^i = -2D_j p^{ij}. \quad (11)$$

As variáveis N , e N^i não são dinâmicas e a variação da hamiltoniana com respeito às mesmas implica nos vínculos

$$\mathcal{H} = 0, \mathcal{H}^i = 0, \quad (12)$$

que serão responsáveis pela construção da evolução dinâmica do sistema. Nessa construção, todas as métricas quadridimensionais com as mesmas condições iniciais descrevem as mesmas geometrias para quaisquer escolhas de $N(t)$ e $N^i(x^i, t)$.

Utilizaremos agora a aproximação de campo fraco da Relatividade Geral que trata a métrica

do espaço-tempo como uma pequena perturbação em torno da métrica plana

$$g_{ij} = \delta_{ij} + h_{ij}, \quad (13)$$

onde δ_{ij} é a métrica Euclidiana. As funções de lapso e shift também são linearizadas como $N = 1 + n$ e $N^i = 0 + n^i$ [18].

A ação linearizada da gravidade é independente das derivadas temporais de n e n^i , indicando que eles não precisam ser tratados como graus de liberdade dinâmicos nessa aproximação. Afim de derivar os vínculos associados com essa ação, uma escolha de fixação de calibre precisa ser feita e em geral se impõem as condições $\partial_i n_j = 0$ e $\partial_i n = 0$. Assim, os únicos graus de liberdade estarão contidos em h_{ij} , que terá um momento canonicamente conjugado dado por

$$\pi^{ij} = \frac{1}{\kappa} (\dot{h}^{ij} - \dot{h} \delta^{ij}). \quad (14)$$

Para considerar a possibilidade de testar os efeitos quânticos de uma fonte gravitacional localizada, definimos um tensor de momento energia estático para a matéria cuja única componente diferente de 0 é dada por $T^{00} = \rho/\kappa$. Obtemos então os vínculos escalar e vetorial

$$\mathcal{C}_\rho = \partial_i \partial_j h^{ij} - \partial_i \partial^i h - \rho, \quad \vec{\mathcal{G}}^i = \partial_j \pi^{ij} = 0, \quad (15)$$

que correspondem indiretamente aos vínculos dados pela equação 12. A métrica $h_{ij}(x)$ pode ser escrita em termos dos momentos \vec{k} e decomposta em modos longitudinal e transversal, como muitas vezes é feito no tratamento de propagação de ondas. A Hamiltoniana completa da Relatividade Geral linearizada resultante só depende da componente transversal $h_{ij}^T(\vec{k})$ e é dada por [18]

$$H_{G+M} = \kappa \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} (\pi_{ij} \pi^{ij} - \pi^2/2) + \frac{1}{4\kappa} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} k^2 (h_{ij}^T(\vec{k}) h_T^{ij}(-\vec{k}) - h_T(\vec{k}) h_T(-\vec{k})), \quad (16)$$

onde também são impostas as condições $n = 0$, $n_i = 0$. A Hamiltoniana acima é correspondente ao que se obtém ao aplicar o formalismo de Arnowitt-Deser-Misner (ADM) [72] e expandir até segunda ordem na métrica. O acoplamento com o setor de matéria se dá através do

vínculo escalar que na aproximação linearizada com a fonte estática se transforma em um análogo da equação de Poisson, gerando uma forma clássica para $h^T(\vec{x})$ dada por

$$\mathbf{h}_\rho^T(\vec{x}) = \frac{\kappa}{4\pi} \int d^3y \frac{\rho(\vec{y})}{|\vec{x} - \vec{y}|}. \quad (17)$$

A quantização canônica de Dirac consiste em elevar os vínculos clássicos ao status de operadores quânticos e impô-los sobre um determinado funcional de onda dos graus de liberdade da métrica $\Psi(h_{ij}) \equiv \langle \Psi | h_{ij} \rangle$. O operador de momento se torna uma derivada funcional da forma $\hat{\pi}^{ij} = -i\hbar \frac{\delta}{\delta h_{ij}}$ e a função de perturbação da métrica deve obedecer as relações de comutação gravitacionais dadas por

$$[\hat{h}_{ij}(\vec{k}), \hat{\pi}^{kl}(\vec{p})] = i\delta_{(i}^k \delta_{j)}^l (\vec{k} + \vec{p}) \quad (18)$$

Isso nos permite construir operadores a partir da Hamiltoniana e dos vínculos que levam às equações de onda equivalentes às equações obtidas no formalismo de Wheeler-DeWitt². Para escrever a versão quântica da equação do vínculo escalar aplicada à um funcional de onda apropriado precisamos definir uma base de estados de energia e é preciso definir a distribuição de energia clássica $\rho(\vec{x})$ e como ela se relaciona com a base de estados quânticos que estamos interessados em analisar.

Neste ponto é importante ressaltar que as escolhas sobre como o espaço de estados de Hilbert é definido depende largamente em escolhas relativamente arbitrárias que podem diferir dependendo das abordagens e enfoques considerados [17, 18, 59]. Em particular, para resolver as equações de onda precisamos definir a base de estados e um estado de energia mínimo que estará relacionado ao estado de vácuo do campo gravitacional bem como ao estado de energia mínima da fonte considerada. Como esses dois estados se acoplam é justamente o ponto de maior debate na literatura sobre os efeitos de gravitação quântica.

²O formalismo geral de Wheeler-DeWitt sofre de alguns problemas conceituais que levam à certas arbitrariedades na definição dos vínculos e da maneira que devemos aplicá-los à diferentes sistemas [17, 47, 71]. Aqui assumimos a postura adotada em [18, 20, 41, 59] onde o primeiro desafio é demonstrar a consistência das diferentes abordagens à quantização do campo gravitacional linearizado e sua capacidade de reproduzir o limite Newtoniano que em última instância está por trás dos efeitos previstos em [30, 31].

Não só como eles se acoplam, mas o que podemos dizer sobre esse acoplamento quando consideramos que a interação newtoniana é a principal responsável pelo mesmo. Extenso trabalho tem sido dedicado a argumentar que mesmo que seja uma superposição de campo gravitacional de potenciais newtoniana, os efeitos de interferência, decoerência e emaranhamento que podem ser gerados pela mesma só podem ser explicados quando combinamos os conceitos de gravitação clássica com as teorias quânticas de campo [20, 41, 52].

Em [59] duas possibilidades de definição do operador de momento energia e da base de estados são discutidas. Na primeira, considera-se o modelo de uma fonte semi-clássica em uma superposição delocalizada de estados quânticos. Essa situação seria descrita por um operador $\hat{T}_{00}(\hat{x}_S, \hat{p}_S)$ atuando sobre estados da fonte de acordo com

$$\hat{T}_{00} |\alpha_i\rangle_S \approx \rho_i(\vec{x} - \vec{x}_i, t) |\alpha_i\rangle_S, \quad (19)$$

onde $|\alpha_i\rangle_S$ representa um estado coerente da fonte bem localizado na posição \vec{x}_i . Para uma fonte estática e aproximadamente pontual a densidade é dada por $\rho(\vec{x} - \vec{x}_i, t) \propto mc^2 \delta(\vec{x} - \vec{x}_i)$. Esta possibilidade é chamada de abordagem semiclássica e nela se presume que o estado quântico é fonte do campo clássico criando uma superposição que pode gerar efeitos de interferência de fase como os previstos em [30, 31]. Nesse caso o estado quântico da fonte seria dado pela superposição $|\psi\rangle = \sum_i c_i |\alpha_i\rangle_S$ e o estado total acoplado ao campo gravitacional deve ser encontrado como solução das equações de vínculo aplicadas à função separável

$$|\Psi_\psi\rangle_{S+G} = \sum_i c_i |\alpha_i\rangle_S |h_i\rangle_G, \quad (20)$$

onde dois estados $|h_i\rangle_G$ só diferem pela solução da equação de Poisson $\mathbf{h}_\rho^T(\vec{x})$.

A segunda possibilidade considera uma distribuição de energia mais geral do que a dada por um ρ bem localizado em duas posições bem definidas e pode dar vazão à análises de situações mais gerais envolvendo superposições de estados de energia. Nesse caso o estado quântico não pode ser preparado em uma combinação linear de funções localizadas mas seria dado por uma distribuição contínua construídos a partir de uma nova base $|E\rangle_S$ que diagonaliza o tensor de energia e

momento de acordo com

$$\hat{T}_{00} |E\rangle_S = E(\vec{x}) |E\rangle_S \quad (21)$$

que leva a definição de um estado geral da fonte em termos dessa base

$$|\psi\rangle_S = \int d\mu(E) \psi(E) |E\rangle_S. \quad (22)$$

Nesse caso, a equação de Poisson se torna uma integral da função $E(\vec{x})$. O estado inicial da fonte acoplada ao campo gravitacional seria dado por

$$|\Psi\rangle_{S+G} \propto \int d\mu(E) \mathcal{D}[\pi_{ij}] \psi(E) \times \exp\left(-\frac{i}{2\hbar} \int d^3x \pi_T(\vec{x}) h_E^T(\vec{x})\right) \times \Psi_{vac}[\pi_{ij}] |E\rangle_S |\pi_{ij}\rangle_G, \quad (23)$$

onde o funcional de onda para o estado de vácuo do campo gravitacional foi obtido como

$$\Psi_{vac} \propto \exp\left\{-\frac{\kappa}{\hbar} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3 |k|} (\pi_{ij}^T(\vec{k}) \pi_T^{ij}(-\vec{k}) - \pi_T(\vec{k}) \pi_T(-\vec{k}))\right\}, \quad (24)$$

onde tanto a perturbação da métrica como seus momentos associados estão projetados na direção transversal ($h_T^{ij} = P_k^i P_l^j h^{kl}(\vec{k})$, com $P_j^i = \delta_j^i - k^i k^j / |k|^2$). A solução acima foi encontrada a partir da aplicação do vínculo escalar no estado inicial geral.

Com o objetivo de analisar situações reais, precisamos obter previsões para formas de detectar efeitos gerados pela superposição quântica de estados do campo gravitacional. Em [59], uma situação onde duas fontes \hat{T}_A e \hat{T}_B estariam em estados superpostos e poderiam interagir através do campo gravitacional foi analisada teoricamente. Nesse caso, a Hamiltoniana do sistema seria dada inicialmente por uma soma $\hat{H} = \hat{H}_A + \hat{H}_B + \hat{H}_0^G + \hat{H}_I$, onde \hat{H}_0^G descreve o campo gravitacional livre e a interação é dada na forma mais geral por

$$\hat{H}_I = -\frac{1}{2} \int d^3x \hat{h}_{\mu\nu}(\vec{x}) (\hat{T}_A^{\mu\nu}(\vec{x}) + \hat{T}_B^{\mu\nu}(\vec{x})). \quad (25)$$

Considerando a situação em que as duas fontes são estáticas e interagem por um tempo t , os autores de [59] determinaram que o fator de fase

dependente das fontes que contribui para o emaranhamento é dado por

$$\Theta_{AB} = \frac{\kappa t}{4\pi\hbar} \int d^3x d^3y \frac{E_A(\vec{x})E_B(\vec{y})}{|\vec{x} - \vec{y}|}, \quad (26)$$

de forma que o efeito depende tanto da duração temporal da interação quanto da distância entre as fases. Muito provavelmente as funções $E(\vec{x})$ serão dependentes dos parâmetros da superposição também, bem como das propriedades das massas envolvidas.

Uma situação mais próxima da considerada em [41] foi analisada em [59], considerando que a fonte superposta do campo gravitacional deve ser medida por algum método de precisão quântica que não destrua diretamente a interferência o modelo acima foi analisado considerando que o sistema B consistia em um oscilador harmônico que não interage diretamente com o campo gravitacional. Considerando um estado separável da forma $|\Phi_0\rangle_{SGB} = |\Psi\rangle_{s+G} \otimes |\phi_0\rangle_B$ e a Hamiltoniana completa mas com o termo de interação simplificado na forma

$$\hat{H}_I = -\frac{1}{2} \int d^3x \hat{h}_{ij}(\vec{x}) \hat{T}_B^{ij}(\vec{x}), \quad (27)$$

indicando que o campo gravitacional é gerado pela fonte A e atua em B através de $\hat{h}_{ij}(\vec{x})$ (sem ele mesmo ser fonte do campo gravitacional). A tarefa se torna agora analisar a evolução desse estado dada por

$$|\Phi\rangle_{AGB} = e^{-\frac{it}{\hbar} \hat{H}} |\Phi_0\rangle_{AGB}. \quad (28)$$

Em [59] a fase gerada pelos comutadores do hamiltoniano gravitacional e de interação foi calculada até a terceira ordem na variável tempo. O método utilizado dá origem a uma longa expansão que deve incluir também comutadores entre os operadores de posição e momento da fonte e da sonda. Os resultados indicam a possibilidade de que efeitos exclusivamente quânticos apareçam em experimentos modelados a partir da ideia geral apresentada em [41, 74] e diretamente relacionado aos efeitos a serem testados no experimentos da proposta BMV [30, 31]. No entanto, a escala dos efeitos e as muitas discussões sobre a validade de alguns passos da derivação teórica continuam a ser obstáculos na direção de previsões experimentais testáveis.

Em [59] ficou demonstrado que mesmo no caso de fontes gravitacionais quânticas estáticas, é possível identificar efeitos de gravitação quântica para além dos efeitos gerados simplesmente pela superposição semiclássica do potencial newtoniano. Em configurações interferométricas envolvendo uma partícula fonte e uma partícula teste, a fase dinâmica adquirida pelo sistema pode conter termos diretamente relacionados aos comutadores entre os operadores do campo gravitacional linearizado e seus momentos conjugados — um efeito que não pode ser explicado por modelos clássicos da gravidade. Para que essa fase relativa seja observável, é necessário preparar a sonda em uma superposição quântica de estados com diferentes valores associados ao tensor energia-momento, como estados com diferentes energias ou momentos. A detecção dessas fases exige medições conjuntas do sistema, de forma a manter a coerência do estado total. Embora esses efeitos sejam difíceis de medir, eles representam uma assinatura inequívoca da quantização do campo gravitacional e abrem caminho para novos testes experimentais da gravidade quântica.

3 De experimentos mentais à experimentos reais

Já em 1957, Feynman sugeriu um experimento para testar se o campo gravitacional poderia estar em um estado de superposição, utilizando um aparelho de Stern-Gerlach onde medir o spin equivaleria a observar uma pequena esfera subindo ou descendo. A ideia surgiu em meio à uma discussão sobre os limites de aplicação da mecânica quântica em sistemas macroscópicos e a necessidade de quantizar o campo gravitacional. Nesse experimento os graus de liberdade quantizados do sistema que passa pelo aparelho de Stern-Gerlach estariam acoplados à uma bola que por sua vez estaria em uma superposição de estados para cima ou para baixo (Figura 3). Mesmo que a primeira bola seja muito pequena para que seu campo gravitacional seja observado diretamente, Feynman argumenta que uma segunda bola um pouco maior poderia ser usada como aparelho de medida que amplificaria o efeito e esta também teria uma amplitude quântica associada a superposição de seu campo gravitacional. Feyn-

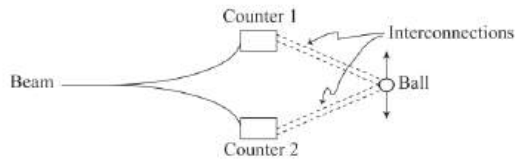


Figura 3: Representação do experimento mental proposto por Feynman em 1957 (Figura retirada de [48]).

man argumenta que “a única forma de evitar a quantização da gravidade é supor que se a amplificação se torna grande o suficiente então efeitos de interferência não poderiam ‘em princípio’ ter um papel para além de certo ponto na cadeia”, e você não pode usar a mecânica quântica a partir de certas escalas maiores. Curiosamente é justamente essa possibilidade que está por trás da proposta de colapso gravitacional do modelo de Diósi-Penrose [34, 40] que discutiremos na próxima Seção.

O experimento mental proposto por Feynman foi mais recentemente analisado de forma rigorosa em [41, 74] (Figura 4), e as discussões teóricas em torno dele influenciaram fortemente os desenvolvimentos teóricos que descrevemos na última Seção [18, 20, 59]. Ficou demonstrado que ele oferece um cenário interessante para discutir como modelar o campo gerado por uma fonte quântica em superposição e quais são os desafios conceituais envolvidos em medir os efeitos desse campo. O experimento consiste em um corpo carregado ou massivo preparado em uma superposição espacial com separação d , a uma distância $D \gg d$ de uma cavidade onde outro corpo massivo/carregado está colocado. No instante $t = 0$, a partícula em superposição passa por um aparelho de Stern-Gerlach invertido de forma que, se o sistema não interagir, deve produzir uma distribuição gaussiana. Se o corpo confinado também for liberado em $t = 0$, ele interagirá com o sistema em superposição, dando origem a efeitos de interferência observáveis [41].

A análise de [41] mostra que, para obter uma descrição consistente do emaranhamento e da decoerência, é necessário levar em conta as flutuações do vácuo e a emissão de radiação quântica. O efeito quantitativo exato do emaranhamento entre os dois sistemas deve ser calculado considerando tanto a fonte quanto a sonda sob a perspectiva da Teoria Quântica de Campos.

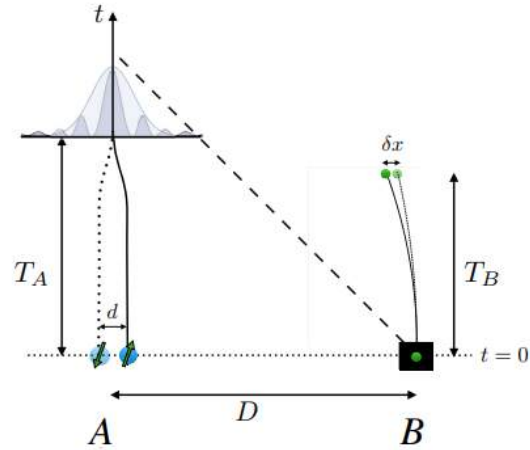


Figura 4: O experimento mental de Feynman representado de forma mais explícita como analisado por [74] e [41] (Figura retirada de [41]).

A análise teórica de [41] tem sido complementada pelas recentes discussões em torno dos graus de liberdade envolvidos na geração de emaranhamento através do campo gravitacional [17, 20, 52, 75, 76]. Por trás da discussão é possível notar que diferentes atitudes sobre os fundamentos da mecânica quântica e a teoria quântica de campos podem levar a diferentes conclusões sobre o status conceitual do fenômeno (em particular os autores de [17] indicam a necessidade de considerar outros métodos de quantização, como a abordagem de histórias consistentes [67]). Em especial, o conhecido problema da medida da mecânica quântica toma novas proporções no contexto da teoria quântica de campos e para alguns autores uma nova abordagem baseada em métodos de informação quântica deve ser desenvolvida antes de tirarmos conclusões baseadas em métodos de teorias de campo efetivas [77].

No entanto, existe um número cada vez maior de autores e abordagens teóricas indicando que a observação da superposição do campo gravitacional ou da geração de emaranhamento pelo mesmo só poderia ser explicada assumindo que o campo, mesmo na aproximação newtoniana, tenha propriedades fundamentalmente quânticas. A questão se torna encontrar situações em que esses efeitos possam ser claramente modelados e observados de maneira direta com as tecnologias quânticas que temos atualmente. É para essas propostas que nos voltaremos agora.

4 Testes de decoerência gravitacional

Mecanismos de decoerência visam descrever a evolução de estados quânticos durante o processo de medida sem assumir que superposições quânticas colapsam de forma instantânea, violando o princípio da relatividade especial. Os primeiros modelos sugeriam que ambientes podem ser modelados como banhos térmicos que, ao interagir com sistemas quânticos superpostos, causariam a perda de interferência de maneira gradual e contínua. Esse efeito foi quantificado de maneira precisa pela primeira vez no modelo de Caldeira e Leggett que permitiu separar efeitos clássicos de dissipação do fenômeno quântico de decoerência de fase (ver [39] para uma revisão completa sobre diferentes modelos teóricos e testes experimentais). Processos de decoerência são descritos pela evolução do operador de densidade dada pelo resultado de uma equação mestre, que de forma genérica pode ser escrita como [28]:

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = \frac{i}{2m\hbar}[\hat{p}, \hat{p}^2] - \Lambda[\hat{O}, [\hat{O}, \hat{\rho}]], \quad (29)$$

onde o operador \hat{O} pode ser substituído por \hat{x} ou $\hat{p}/2m$ dependendo do tipo de decoerência a ser observado. O segundo termo representa o efeito da decoerência e o parâmetro Λ deverá ser determinado pelo tipo de mecanismos considerados.

Considerando apenas os efeitos derivados da quantização canônica da relatividade geral ou de métodos perturbativos de teorias de campo efetivas, é possível estimar a taxa de decoerência relacionada à possibilidade de que superposições massivas emitam radiação gravitacional [15, 39]. Estimativas desse efeito, no entanto, indicam que a escala de qualquer efeito causado pela emissão de gravitons seria até 10^{23} ordens de magnitude menores do que os efeitos de emissão espontânea eletromagnética. Além disso, é preciso imaginar que experimentos desse tipo seriam realizados sob influência do campo gravitacional da Terra e possivelmente sob efeito de um fundo de ondas gravitacionais cosmológico ou astrofísico que também deve causar efeitos de decoerência gravitacional, mas que dificilmente poderiam ser usados para testar a natureza quântica do campo [17].

Por outro lado, os modelos propostos por Diósi e Penrose indicam que o campo gravitacional afeta a evolução de superposições massivas de maneira a introduzir uma não linearidade na equa-

ção de Schrödinger e uma modificação específica da equação mestre [36, 40, 46]. Através de argumentos diferentes [15], Diósi e Penrose chegaram a conclusão que a distribuição de massa deslocada deveria levar à um efeito adicional de interferência devido à autointeração dos diferentes ramos da função de onda. Esse efeito leva não só a possibilidade de decoerência de superposições quânticas mas de efeitos de difusão aumentados para sistemas quânticos em repouso que já foram explorados por experimentos [38]. Nesse último caso, se argumenta que a interação do operador de massa com a evolução do operador de densidade de um sistema quântico isolado leva à um processo de emissão espontânea de radiação estimulado pela massa do sistema. Nesse caso a emissão seria de fótons gerados pelo colapso dos estados quânticos induzido pela distribuição de massa e descrito pela equação mestre

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = \frac{i}{2m\hbar}[\hat{H}, \hat{\rho}] - \frac{4\pi G}{\hbar} \int d^3x d^3y [\hat{M}(\vec{y}), [\hat{M}(\vec{x}), \hat{\rho}]], \quad (30)$$

onde o operador de densidade é uma superposição dos diferentes ramos da função de onda $\hat{M} = \sum_n \mu_n(x, \hat{x}_n)$. A definição desses operadores e como utilizá-los para construir um espaço de soluções que descreva situações reais é talvez o ponto central da discussão do ponto de vista de fundamentos de mecânica quântica. Penrose e Diósi introduzem a possibilidade de que os ramos da função de onda interajam entre si quebrando a linearidade da mecânica quântica usual³.

O experimento [38] colocou vínculos restritos nos possíveis modelos de colapso induzido pela gravidade e os autores afirmam terem excluído definitivamente a versão livre de parâmetros do mecanismo de Diósi-Penrose. Existem diversas versões desse tipo de efeito introduzindo efeitos estocásticos ou não-lineares na evolução quântica devido à algum efeito de gravitação quântica [15, 35], a maioria dos quais não causaria os efeitos estudados no experimento [38].

Considerando a precisão cada vez maior de experimentos que observam diretamente a taxa de

³Diósi na verdade introduziu o efeito gravitacional como um possível efeito estocástico, mas efetivamente seu efeito real é uma correção não-linear na equação de Schrödinger.

decoerência de sistemas com um elevado número de graus de liberdade internos, não é impossível imaginar que obteremos superposições mesoscópicas com massas na ordem de 10^{-6} g nas próximas décadas [15, 19, 28]. Essas superposições, por sua vez, podem ser usadas para estudar a decoerência do campo gravitacional se encontrarmos uma maneira de interagir com o sistema através de uma “medida não destrutiva” (QND, na sigla em inglês) [15, 39]. A simples medida do tempo de decoerência pode servir como um teste dos efeitos da massa na superposição quântica de diferentes sistemas. Por outro lado, podemos imaginar um sistema massivo bem controlado que interaja com um fundo ou um pulso de ondas gravitacionais. Nesse caso, podemos buscar tanto o efeito de decoerência causado por um banho de grávitons como imaginar um experimento em que a onda seja utilizada para excitar um grau de liberdade quântico [29]. Falaremos brevemente sobre essa última proposta mais adiante.

5 A proposta BMV

A dificuldade em imaginar situações onde pudéssemos medir diretamente o efeito de decoerência quântico previsto pelos métodos de quantização tradicional, motivou os autores de [30, 31] a desenvolver um cenário onde a interferência entre duas superposições massivas pudesse ser observada (“testemunhada”) pelo emaranhamento entre os dois sistemas. Esse efeito pode ser derivado puramente do limite Newtoniano do que se considera a abordagem padrão para um regime de energias onde tanto a Mecânica Quântica quanto a Relatividade Geral são bem estabelecidas.

A proposta BMV envolve o acoplamento entre os graus de liberdade de spin e o campo gravitacional de nanodiamantes com uma propriedade especial chamada de vacância de Nitrogênio que permite o controle preciso da superposição espacial dos estados de spin. Por outro lado, os nanodiamantes são massivos e neutros o suficiente para que a interação gravitacional possa dominar sobre outras interações. A ideia inicial de Bose propõe que esses nanodiamantes sejam preparados sob a ação de um campo magnético preciso em uma câmara isolada e sejam colocados em queda livre. Um detector seria posicionado na

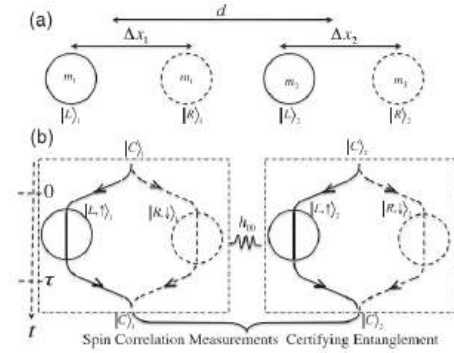


Figura 5: Representação da proposta BMV [30, 31] onde sistemas massivos seriam colocados em superposições espaciais através da aplicação de campos magnéticos atuando em seus spins. Esses sistemas devem ser então colocados em uma cavidade e deixados livres para evoluir em queda livre. A cavidade deve ser tal que permita simultaneamente o controle da superposição dos spins e evite quaisquer fontes de ruído (Figura retirada de [30]).

parte de baixo da cavidade e mediria a correlação entre os estados quânticos das duas superposições, indicando a existência de emaranhamento entre os mesmos. O argumento teórico indica que isso só seria possível se o campo gravitacional tivesse características fundamentalmente quânticas (mas como mencionamos antes, isso ainda é ponto de debate na literatura [52, 75, 76]). Existem significativos desafios práticos na realização de um experimento que tenha as dimensões e a precisão necessárias para observar o efeito proposto mas esforços na direção de obter os primeiros passos necessários, em especial a preparação de sistemas de nanodiamantes em estados superpostos bem controlados, já estão em andamento [21].

Uma versão modificada da proposta BMV também utilizando nanodiamantes com vacância de Nitrogênio poderia ser realizada com a utilização de armadilhas gravito-magnéticas [32, 33]. Nesse caso, a superposição poderia ser melhor controlada e a distância entre os sistemas medida de maneira mais precisa. Por outro lado, a armadilha tem outras potenciais fontes de ruído e decoerência que podem ofuscar o efeito da interação gravitacional. Ainda assim, devido a maior simplicidade do esquema que pretende preparar fontes espaciais estáticas em um esquema de dimensões consideravelmente menores do que a proposta original de [30] ele também tem o potencial para testar e eliminar as potenciais fontes de ruído de maneira mais rápida e precisa. Permitindo que

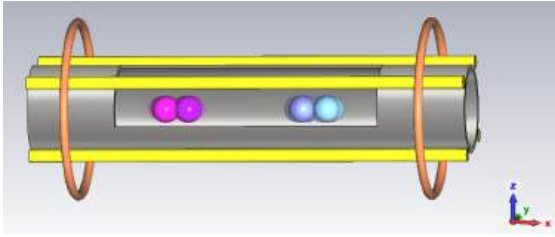


Figura 6: Representação pictórica da cavidade gravito-magnética (figura retirada de [32]). Nessa proposta a superposição espacial é gerada aplicando campos magnéticos em diferentes direções nos nanodiamantes. Controla-se os spins nas direções y e z para posicionar os sistemas e aplica-se um gradiente de campo na direção x para produzir uma superposição espacial.

os dois sistemas superpostos interajam dentro da cavidade, cria-se um estado emaranhado cuja fase de interferência será uma função da massa das superposições e da distância criada entre os estados de spin na direção x (Figura 6).

O esquema geral da proposta BMV explora a possibilidade de que o acoplamento entre os graus de liberdade de spin e a massa dos sistemas quânticos nos permitam inferir o emaranhamento mediado pelo campo gravitacional. Os obstáculos práticos para realizar os experimentos estão ligados principalmente à dificuldade em manter superposições quânticas coerentes por um período de tempo que permita a geração de emaranhamento pelo campo gravitacional. Considerando que o efeito é proporcional a massa das partículas podemos imaginar que sistemas com massas maiores poderiam ser capazes de gerar efeitos observáveis. Apesar de sistemas maiores inerentemente conterem mais complicações, o campo da optomecânica quântica e o controle de fótons em cavidades ópticas permite imaginar esquemas em que objetos razoavelmente massivos como espelhos mesoscópicos possam ser colocados em superposição.

6 Sistemas Optomecânicos

Existem inúmeras possibilidades para explorar a interação entre pulsos ópticos bem controlados e sistemas materiais conhecidos que podem eventualmente levar a detecção de efeitos de gravitação quântica. Na física de materiais, efeitos quânticos de excitação coletiva chamados de fônons são quantizados e seus estados coerentes podem

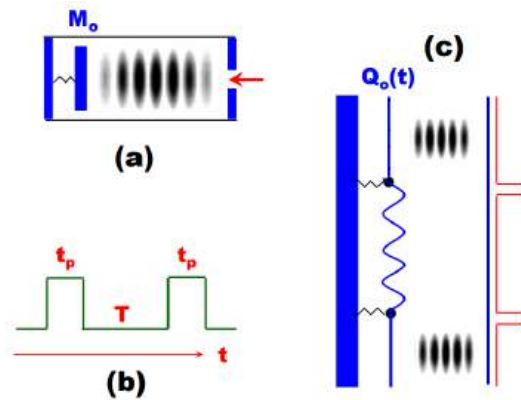


Figura 7: Representação esquemática dos elementos e realização do experimento optomecânico analisado em [27], de onde a figura foi retirada. Em (a) a cavidade com o espelho e o pulso está representada. Em (b) o protocolo de introdução de dois pulsos sequenciais que introduzem e retiram os modos oscilatórios da cavidade. A coordenada clássica do espelho $Q_0(t)$ é representada em (c) como oscilando entre a aplicação dos pulsos. Possíveis correções quânticas para o que ocorre com a oscilação do espelho devido a superposição quântica da massa M_0 depois do segundo pulso poderiam gerar emissão espontânea de fótons.

ser estudados diretamente de maneira quantitativa [39]. Em geral, experimentos envolvendo cavidades ópticas têm que levar em consideração interações entre os pulsos eletromagnéticos e os modos coletivos das paredes da cavidade. Experimentos em que a interação entre pulsos eletromagnéticos quantizados afeta sistemas mecânicos micro ou mesoscópicos envolvem o acoplamento de fótons diretamente com os modos quantizados de fônons do material. A partir daí, podemos imaginar que os modos do material e os dos fótons interagem como osciladores Harmônicos e podem transferir excitações quânticas de um para o outro. Esse tipo de modelo é amplamente utilizado e bem compreendido em diversos cenários experimentais [21, 28].

Um modelo simplificado dessa possibilidade foi estudado em [27] e está representado na Figura 7. O experimento consiste em introduzir um pulso controlado de laser em uma cavidade óptica onde um espelho está acoplado a uma mola microscópica. O desenvolvimento de experimentos de medidas quânticas cada vez mais precisos envolveu um grande esforço na direção de criar cavidades onde todas as interações externas pudessem ser isoladas. Pelo mesmo motivo, o controle de la-

sers permite a emissão de pulsos quantizados com número de fótons bem definidos.

O experimento funciona com uma sequência de pulsos que introduzem fótons na cavidade e depois os retiram. Durante o tempo T os fótons interagem com o espelho colocando a massa M_0 em um estado emaranhado com o pulso. Quando o pulso é retirado a mecânica quântica prevê que o sistema retorna ao estado inicial. Se a massa do espelho foi colocada em superposição durante a interação com o pulso é possível que o efeito de decoerência gravitacional cause excitação dos modos de vácuo eletromagnéticos dentro da cavidade. Isto é, é possível que após o segundo pulso depois de um tempo correspondente a decoerência da superposição do campo gravitacional do espelho um ou mais fótons sejam criados gerando uma assinatura da natureza quântica do campo gravitacional.

No trabalho [27] esse arranjo experimental foi utilizado para comparar as previsões obtidas com a Mecânica Quântica tradicional (não-relativística e sem considerar possíveis efeitos de gravitação quântica gerados pela massa M_0). Previsões de teorias alternativas de gravitação quântica que preveem efeitos análogos aos do modelo de Diósi-Penrose. As abordagens consideradas foram o formalismo de Schrödinger-Newton que propõe uma abordagem semi-clássica para o problema e a Teoria de Linhas de Mundo Correlacionadas (CWL) que prevê correlações gravitacionais entre diferentes ramos da função de onda (ou linhas de mundo). Ambas resultam em correções não-lineares que causariam uma probabilidade de criação de fótons na cavidade.

A precisão necessária para detectar esse efeito pode depender de muitos aspectos do experimento. Em especial a qualidade da cavidade, ou seja, a capacidade de realmente isolar fatores externos e outras fontes de decoerência que possam causar desvios das previsões da Mecânica Quântica.

Uma outra abordagem que foi discutida de forma prática recentemente em [29] consiste em tentar aproveitar a interação entre sistemas quânticos macroscópicos com ondas gravitacionais para detectar grávitons. A ideia consiste em usar medidas correlacionadas com detectores de ondas gravitacionais e uma barra resfriada de sensoramento quântico de ressonador acústico (esse mé-

todo combinaria técnicas de preparação de estados fundamentais macroscópicos através do resfriamento e detecção de ondas gravitacionais). Detectores de ondas gravitacionais em forma de barras ressonantes são estudados desde os anos 1970 mas não atingiram a precisão necessária para se tornar candidatos reais para gerar observações nas escalas esperadas [78]. A novidade na proposta de Tobar e seus colaboradores está em considerar o efeito do bombardeio de grávitons contidos em uma onda gravitacional e observar a possibilidade de que um deles cause a excitação de um fônon na barra gerando a emissão de fóton que poderia ser observado por medidas contínuas (QNDs).

Uma detecção de excitação quantizada do fônon correlacionada com uma medida de onda gravitacional pelos detectores que vem tendo imenso sucesso em obter sinais cada vez mais precisos como LIGO e VIRGO [78] seria interpretada, de acordo com os autores de [29], com evidência de que um gráviton se acoplou com o sensor quântico. A derivação teórica do fenômeno é feita utilizando métodos de primeira quantização tratando o campo gravitacional da onda como modos bosônicos oscilantes que interagem com os modos dos átomos da barra. Os resultados mostram que interações entre estados coerentes da onda levariam a propagação de estados coerentes na barra. A barra, por sua vez, deve ser preparada como um sensor quântico a ser medido continuamente (ou pelo tempo que for possível manter a barra em um estado resfriado próximo ao estado fundamental). Medidas da evolução da energia da barra podem ser usadas para medir a emissão espontânea de radiação e a correlação dos dados com observações de ondas gravitacionais pode levar à evidências em favor da quantização da onda gravitacional.

7 Conclusões

Neste trabalho a discussão de modelos de gravitação quântica tentou se focar nos efeitos que podemos esperar da junção das teorias conhecidas em limites que sejam potencialmente acessíveis experimentalmente. Apesar de citar alguns modelos alternativos [34–36, 40] e possíveis interpretações que podem ajudar a resolver questões

conceituais [63, 67–69, 77], o principal objetivo foi demonstrar que i) é possível derivar quantitativamente efeitos mensuráveis de gravitação quântica com métodos de quantização usuais aplicados às aproximações lineares da Relatividade Geral e ii) existem vários cenários experimentais propostos na literatura, muitos dos quais sendo ativamente desenvolvidos por grupos experimentais, que tem o potencial de testar a natureza quântica do campo gravitacional seja por efeitos de decoerência gravitacional [37], emaranhamento [30] ou acoplamentos com sistemas optomecânicos [27, 29].

Esperamos ter deixado claro ao longo da discussão que os desafios práticos para a realização dos experimentos são tão grandes quanto os conceituais que continuam a ser explorados por perspectivas diferentes na literatura. Alguns dos problemas que mencionamos na abordagem teórica e que estão em aberto foram

- Newton vs Gráviton: há um desacordo geral na literatura sobre se as interações mediadas apenas pelo grau de liberdade newtoniano do campo gravitacional podem ser consideradas quânticas. O emaranhamento induzido gravitacionalmente é prova suficiente de que o campo gravitacional precisa ser quantizado [52, 75, 76]?
- Escolhas de calibre e quantização de vínculos: a quantização canônica leva à uma discussão sobre superposição de geometrias que, para alguns, indica a necessidade de um esquema de quantização diferente [17, 77]. Outros desenvolveram um formalismo de Referencial Quântico que afirma evitar problemas de reparametrização, mas este continua a ser refinado e debatido por diferentes autores [54–57].
- Modelagem das fontes: sem uma fonte pontual, precisamos de uma descrição mais detalhada das partículas/corpos em estados macroscópicos de superposição e de como eles emitem radiação/excitam o estado do vácuo do campo gravitacional [59]. Descrições via Teoria Efetiva de Campos usam métodos de espalhamento com estados assintóticos que não são adequados para os limites não relativísticos e de baixas energias [77].
- Divergências infravermelhas: embora haja um consenso geral de que as divergências que aparecem nos diferentes modelos podem ser removidas por técnicas adequadas, alguns autores sugerem que métodos distintos podem levar a previsões divergentes para experimentos de gravitação quântica com emaranhamento ou decoerência [43–45].

Dentro do contexto de teorias de gravitação quântica os problemas acima não são tão sérios quanto as dificuldades encontradas em outras abordagens, como a Teoria de Cordas ou Gravitação Quântica de Laços. Uma Gravitação Quântica da Relatividade Geral, seja ela baseada na quantização canônica ou em métodos de teorias de campo efetivas, ao menos permite a derivação de previsões quantitativas para diversas situações. Ao darmos enfoque aos problemas conceituais da abordagem mais conservadora, o que se pretende demonstrar é a possibilidade de testar diferentes métodos dentro dos parâmetros das teorias conhecidas que podem levar à estimativas precisas de efeitos observáveis. É natural esperar que os efeitos calculados a partir de primeiras aproximações sejam tão pequenos que possam ser desprezados. Mas as novas propostas experimentais e a combinação de diferentes métodos têm demonstrado que o que parece estar faltando é um tratamento mais preciso e cuidadoso da situação experimental correta para que consigamos finalmente encontrar a assinatura decisiva da natureza quântica do campo gravitacional.

Os desafios práticos para a realização das diversas propostas experimentais apresentados são ainda muito numerosos para serem listados. O primeiro passo continua a ser produzir estados coerentes e superpostos de sistemas cada vez maiores [24] e criar formas cada vez mais precisar de medir os diferentes efeitos de decoerência [19, 21, 28, 39]. Sensores quânticos cada vez mais precisos e formas de controlar e medir suas propriedades são uma necessidade para o avanço das tecnologias, portanto podemos esperar que avanços nas técnicas experimentais abram cada vez mais caminhos para que possamos explorar efeitos quânticos em escalas meso e macroscópica.

Testes de decoerência gravitacional já podem ser usados para testar teorias quânticas alternativas, especialmente modelos de colapso da função de onda como o de Diósi-Penrose [34, 40] mas tam-

bém efeitos das teorias de Schrödinger-Newton ou Teoria de Linhas de Mundo Correlacionadas [35]. Estimativas desse efeito com a gravidade linearizada quântica padrão prevê efeitos extremamente pequenos que não serão observáveis com a tecnologia atual. No entanto, como mencionamos ao fim da Seção 2, correções de maior ordem para além da primeira aproximação linear Newtoniana podem ocorrer ao considerarmos fontes quânticas genéricas para o campo gravitacional [59]. É possível que combinações apropriadas de superposições da fonte e do campo gravitacional gerem previsões anteriormente inesperadas que amplifiquem esses efeitos em alguns cenários.

A realização experimental da proposta de Bose, Marletto e Vedral dependerá de muitos desenvolvimentos experimentais que ainda estão nas primeiras fases de construção [21]. Ainda assim, a nova proposta de [32] indica justamente o potencial para pensarmos situações que nos aproximem do cenário ideal onde poderemos medir efeitos de emaranhamento induzido pelo campo gravitacional. Explorar o acoplamento do spin com a posição do sistema de vacância de Nitrogênio é uma das principais vantagens da proposta e o estudo desses sistemas têm sido foco de muitos esforços experimentais. Os sistemas optomecânicos surgem como candidatos ideais para a criação de novos setups experimentais que possam explorar diferentes aspectos de medidas quânticas de alta precisão. Os exemplos descritos envolvendo o espelho oscilando [27] e o ressonador acústico resfriado [29] são apenas duas das propostas atualmente estudadas na literatura [21, 28]. Muitos outros cenários ainda podem ser explorados envolvendo diferentes superposições de estados coletivos em materiais e manipulação de campos eletromagnéticos com alta precisão.

O debate em torno da quantização do campo gravitacional persiste e se aprofunda enquanto as diferentes propostas experimentais não são realizadas [12]. No entanto, nossa discussão deixa claro que ainda há muito trabalho que pode ser feito para chegarmos a descrições precisas do limite em que a Mecânica Quântica de muitos corpos, os campos quânticos relativísticos e a Relatividade Geral devem ser levados em consideração. O estudo das propostas experimentais apresentadas e dos limites atuais dos sensores quânticos mais avançados revela também os limites impos-

tos pelos problemas de interpretação do problema da medida que permeiam todas as abordagens apresentadas [77]. Os fenômenos da decoerência e do emaranhamento estão no centro de um dos maiores mistérios da física, a interpretação da função de onda, e por isso mesmo são candidatos ideais para criar caminhos para testar os fundamentos da nossa realidade.

Agradecimentos

O autor gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Felipe Tovar Falciano (CBPF) pelo convite para contribuir com a revista *Cadernos de Astronomia*.

Sobre o autor

Francisco Bento Lustosa (chico.lustosa@uece.br) é especialista em assuntos relacionados a intersecção dos fenômenos quânticos e gravitacionais, com maior enfoque na Teoria da Onda-Piloto de de Broglie-Bohm. Tem mestrado pela Universidade Federal Fluminense (UFF), doutorado pela Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ) e passou um período de 5 anos como bolsista de pós-doutorado no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF) onde trabalhou sob a supervisão do professor Nelson Pinto-Neto. Desde janeiro de 2025 é bolsista PDCTR-FUNCAP/CNPq na Faculdade de Educação, Ciências e Letras de Iguatu (FECLI/UECE).

Referências

- [1] A. Ashtekar e R. Geroch, *Quantum theory of gravitation*, [Reports on Progress in Physics](#) **37**(10), 1211 (1974).
- [2] C. Kiefer, *Quantum Gravity*, International Series of Monographs on Physics (Oxford University Press, 2012), 3^a ed.
- [3] J. Polchinski, *String Theory, Volume I: An Introduction to the Bosonic String* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1998).

- [4] C. Rovelli e F. Vidotto, *Covariant Loop Quantum Gravity: An Elementary Introduction to Quantum Gravity and Spinfoam Theory* (Cambridge University Press, 2014).
- [5] P. C. M. Delgado, *Introdução à cosmologia quântica*, *Cadernos de Astronomia* **4**(2), 98–111 (2023).
- [6] P. C. M. Delgado, R. Durrer e N. Pinto-Neto, *The CMB bispectrum from bouncing cosmologies*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2021**(11), 024 (2021).
- [7] A. Barrau, *Astrophysical and cosmological signatures of Loop Quantum Gravity*, *Scholarpedia* **12**(10), 33321 (2017), revision #184853.
- [8] L. Chataignier, C. Kiefer e P. Moniz, *Observations in Quantum Cosmology* (2023). [ArXiv:2306.14948](#).
- [9] S. Vagnozzi et al., *Horizon-scale tests of gravity theories and fundamental physics from the Event Horizon Telescope image of Sagittarius A (*)*, *Classical and Quantum Gravity* **40**(16), 165007 (2023). [ArXiv:2205.07787](#).
- [10] M. Maggiore, *A generalized uncertainty principle in quantum gravity*, *Physics Letters B* **304**(1), 65 (1993).
- [11] A. Addazi et al., *Quantum gravity phenomenology at the dawn of the multi-messenger era—A review*, *Progress in Particle and Nuclear Physics* **125**, 103948 (2022).
- [12] J. Oppenheim, *Is it time to rethink quantum gravity?*, *International Journal of Modern Physics D* **32**(14), 2342024 (2023).
- [13] J. Oppenheim e Z. Weller-Davies, *The constraints of post-quantum classical gravity*, *JHEP* **02**, 080 (2022). [ArXiv:2011.15112](#).
- [14] J. Oppenheim et al., *Objective trajectories in hybrid classical-quantum dynamics*, *Quantum* **7**, 891 (2023).
- [15] D. Carney, P. C. E. Stamp e J. M. Taylor, *Tabletop experiments for quantum gravity: a user’s manual*, *Classical and Quantum Gravity* **36**(3), 034001 (2019).
- [16] J. F. Donoghue, *Quantum General Relativity and Effective Field Theory* (2023). [ArXiv:2211.09902](#).
- [17] C. Anastopoulos, M. Lagouvardos e K. Savvidou, *Gravitational effects in macroscopic quantum systems: a first-principles analysis*, *Classical and Quantum Gravity* **38**(15), 155012 (2021).
- [18] L.-Q. Chen, F. Giacomini e C. Rovelli, *Quantum States of Fields for Quantum Split Sources*, *Quantum* **7**, 958 (2023).
- [19] M. Derakhshani, C. Anastopoulos e B. L. Hu, *Probing a gravitational cat state: Experimental Possibilities*, *Journal of Physics: Conference Series* **701**(1), 012015 (2016).
- [20] M. Christodoulou et al., *Locally Mediated Entanglement in Linearized Quantum Gravity*, *Phys. Rev. Lett.* **130**, 100202 (2023).
- [21] S. Bose et al., *Massive quantum systems as interfaces of quantum mechanics and gravity*, *Rev. Mod. Phys.* **97**, 015003 (2025).
- [22] W. M. Campbell et al., *Improved constraints on minimum length models with a macroscopic low loss phonon cavity*, *Phys. Rev. D* **108**, 102006 (2023).
- [23] A. L’Huillier, *Nobel Lecture: The route to attosecond pulses*, *Rev. Mod. Phys.* **96**, 030503 (2024).
- [24] M. Arndt, S. Gerlich e K. Hornberger, *Experimental Decoherence in Molecule Interferometry* (Springer International Publishing, Cham, 2022), 65–83.
- [25] D. Carney et al., *Snowmass 2021 White Paper: Tabletop experiments for infrared quantum gravity* (2022). [ArXiv:2203.11846](#).
- [26] T. Westphal et al., *Measurement of gravitational coupling between millimetre-sized masses*, *Nature* **591**(7849), 225 (2021).
- [27] J. Wilson-Gerow, Y. Chen e P. C. E. Stamp, *Testing Quantum Gravity using Pulsed Optomechanical Systems* (2023). [ArXiv:2311.02033](#).

- [28] R. Kaltenbaek et al., *Research campaign: Macroscopic quantum resonators (MAQRO)*, *Quantum Science and Technology* **8**(1), 014006 (2023).
- [29] G. Tobar et al., *Detecting single gravitons with quantum sensing*, *Nature Communications* **15**(1), 7229 (2024).
- [30] S. Bose et al., *Spin Entanglement Witness for Quantum Gravity*, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 240401 (2017).
- [31] C. Marletto e V. Vedral, *Gravitationally Induced Entanglement between Two Massive Particles is Sufficient Evidence of Quantum Effects in Gravity*, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 240402 (2017).
- [32] M. Vicentini et al., *Table-top nanodiamond interferometer enabling quantum gravity tests* (2024). Disponível em <https://arxiv.org/abs/2405.21029>, *ArXiv:2405.21029*.
- [33] G. D. Pietra et al., *The Bose-Marletto-Vedral experiment with nanodiamond interferometers: an insight on entanglement detection* (2024). *ArXiv:2410.19601*.
- [34] R. Penrose, *On Gravity's role in Quantum State Reduction*, *General Relativity and Gravitation* **28**(5), 581 (1996).
- [35] P. C. E. Stamp, *Rationale for a correlated worldline theory of quantum gravity*, *New Journal of Physics* **17**(6), 065017 (2015).
- [36] A. Bassi, A. Großardt e H. Ulbricht, *Gravitational decoherence*, *Classical and Quantum Gravity* **34**(19), 193002 (2017).
- [37] C. Anastopoulos e B.-L. Hu, *Gravitational decoherence: A thematic overview*, *AVS Quantum Science* **4**(1), 015602 (2022).
- [38] S. Donadi et al., *Underground test of gravity-related wave function collapse*, *Nature Physics* **17**(1), 74 (2021).
- [39] P. C. E. Stamp, *Environmental decoherence versus intrinsic decoherence*, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **370**(1975), 4429 (2012).
- [40] L. Diósi, *A universal master equation for the gravitational violation of quantum mechanics*, *Physics Letters A* **120**(8), 377 (1987).
- [41] A. Belenchia et al., *Quantum superposition of massive objects and the quantization of gravity*, *Phys. Rev. D* **98**, 126009 (2018).
- [42] M. Bronstein, *Republication of: Quantum theory of weak gravitational fields*, *General Relativity and Gravitation* **44**(1), 267 (2012).
- [43] D. Carney et al., *On the need for soft dressing*, *Journal of High Energy Physics* **2018**(9), 121 (2018).
- [44] G. W. Semenoff, *Entanglement and the Infrared* (2019). Disponível em <https://arxiv.org/abs/1912.03187>, *ArXiv:1912.03187*.
- [45] K. Prabhu, G. Satishchandran e R. M. Wald, *Infrared finite scattering theory in quantum field theory and quantum gravity*, *Phys. Rev. D* **106**, 066005 (2022).
- [46] R. Penrose, *On the Gravitization of Quantum Mechanics 1: Quantum State Reduction*, *Found. Phys.* **44**, 557 (2014).
- [47] C. Kiefer, *Conceptual Problems in Quantum Gravity and Quantum Cosmology*, *ISRN Mathematical Physics* **2013**, 509316 (2013).
- [48] *The role of gravitation in physics : report from the 1957 Chapel Hill Conference* (Edition Open Access, 2017). Disponível em <https://edition-open-sources.org/media/sources/5/Sources5.pdf>, acesso em ago. 2025.
- [49] R. Colella, A. W. Overhauser e S. A. Werner, *Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference*, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1472 (1975).
- [50] D. N. Page e C. D. Geilker, *Indirect Evidence for Quantum Gravity*, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 979 (1981).
- [51] C. Overstreet et al., *Inference of gravitational field superposition from quantum measurements*, *Phys. Rev. D* **108**, 084038 (2023).

- [52] D. L. Danielson, G. Satishchandran e R. M. Wald, *Gravitationally mediated entanglement: Newtonian field versus gravitons*, *Phys. Rev. D* **105**, 086001 (2022).
- [53] M. Schlosshauer, *Quantum decoherence*, *Physics Reports* **831**, 1 (2019).
- [54] F. Giacomini, E. Castro-Ruiz e Āaslav Brukner, *Quantum mechanics and the covariance of physical laws in quantum reference frames*, *Nature Communications* **10**(1), 494 (2019).
- [55] M. Bojowald e A. Tsobanjan, *Algebraic Properties of Quantum Reference Frames: Does Time Fluctuate?*, *Quantum Reports* **5**(1), 22 (2023).
- [56] M. J. Lake e M. Miller, *Quantum reference frames, revisited* (2023). [ArXiv:2312.03811](#).
- [57] E. Castro-Ruiz e O. Oreshkov, *Relative subsystems and quantum reference frame transformations*, *Communications Physics* **8**(1), 187 (2025).
- [58] I. L. Shapiro, *Polemic notes on IR perturbative quantum gravity*, *International Journal of Modern Physics A* **24**(08n09), 1557 (2009).
- [59] L.-Q. Chen e F. Giacomini, *Quantum effects in gravity beyond the Newton potential from a delocalised quantum source* (2024). [ArXiv:2402.10288](#).
- [60] B. S. DeWitt, *Quantum Theory of Gravity. I. The Canonical Theory*, *Phys. Rev.* **160**, 1113 (1967).
- [61] K. V. Kuchar, *Canonical quantum gravity* (1993.). [ArXiv:gr-qc/9304012](#).
- [62] C. Kiefer e P. Peter, *Time in Quantum Cosmology*, *Universe* **8**(1), 36 (2022). [ArXiv:2112.05788](#).
- [63] B. DeWitt e N. Graham (eds.), *The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics* (Princeton UP, 1973).
- [64] M. Leifer, *Does the many-worlds interpretation hold the key to spacetime?*, *Physics Today* **72**(12), 56 (2019).
- [65] D. A. Craig e P. Singh, *Consistent probabilities in Wheeler-DeWitt quantum cosmology*, *Phys. Rev. D* **82**, 123526 (2010).
- [66] J. J. Halliwell, *Decoherent histories analysis of minisuperspace quantum cosmology*, *J. Phys. Conf. Ser.* **306**, 012023 (2011). [ArXiv:1108.5991](#).
- [67] N. Savvidou, *Histories approach to general relativity: I. The spacetime character of the canonical description*, *Classical and Quantum Gravity* **21**(2), 615 (2003).
- [68] N. Pinto-Neto, *Bouncing Quantum Cosmology*, *Universe* **7**(4), 110 (2021).
- [69] F. Shojai e M. Golshani, *On the geometrization of Bohmian mechanics: anew approach to quantum gravity*, *International Journal of Modern Physics A* **13**(04), 677 (1998).
- [70] W. Struyve, *Wheeler-DeWitt quantization for point-particles*, *General Relativity and Gravitation* **53**(3), 32 (2021).
- [71] A. Valentini, *Beyond the Born Rule in Quantum Gravity*, *Foundations of Physics* **53**(6), 605 (2023).
- [72] R. Arnowitt, S. Deser e C. W. Misner, *Dynamical Structure and Definition of Energy in General Relativity*, *Phys. Rev.* **116**, 1322 (1959).
- [73] R. Jha, *Introduction to Hamiltonian formulation of general relativity and homogeneous cosmologies*, *SciPost Phys. Lect. Notes* **73** (2023).
- [74] A. Mari, G. D. Palma e V. Giovannetti, *Experiments testing macroscopic quantum superpositions must be slow*, *Scientific Reports* **6**(1), 22777 (2016).
- [75] D. Carney, *Newton, entanglement, and the graviton*, *Phys. Rev. D* **105**, 024029 (2022).
- [76] E. Martín-Martínez e T. R. Perche, *What gravity mediated entanglement can really tell us about quantum gravity*, *Phys. Rev. D* **108**, L101702 (2023).

- [77] C. Anastopoulos, B.-L. Hu e K. Savvidou, *Quantum field theory based quantum information: Measurements and correlations*, *Annals of Physics* **450**, 169239 (2023).
- [78] M. Maggiore, *Gravitational Waves: Volume 1: Theory and Experiments* (Oxford University Press, 2007).

Efeitos quânticos na gravitação e em análogos gravitacionais

Lucas Tobias de Paula, Murillo Spadin Domingues e Maurício Richartz
Universidade Federal do ABC

Resumo

A física moderna revela que o vácuo quântico, longe de ser um espaço absolutamente vazio, apresenta propriedades peculiares quando analisado em um espaço-tempo curvo, como na vizinhança de buracos negros. A interação entre campos quânticos e a geometria do espaço-tempo é formalmente descrita pela Teoria Quântica de Campos em Espaços Curvos, que considera os efeitos gravitacionais como manifestações clássicas da curvatura do espaço-tempo, conforme estabelecido pela Relatividade Geral. A radiação Hawking, por exemplo, descreve como flutuações quânticas próximas a um buraco negro resultam em uma emissão térmica para o espaço exterior, causando sua evaporação. Já o efeito Unruh prevê que um observador acelerado percebe um banho de radiação em uma região na qual um observador em repouso veria apenas o vácuo de partículas. Todavia, esses fenômenos são difíceis de detectar diretamente, devido às escalas extremas envolvidas, que resultam em emissões térmicas com temperaturas extremamente pequenas. Para contornar isso, cientistas desenvolveram modelos análogos de gravitação. Esses modelos análogos de gravitação são sistemas (por exemplo, fluidos em movimento e gases ultrafrios) que imitam, em laboratório, condições equivalentes a espaços-tempos curvos. Experimentos que usam esses modelos tornam possível estudar como a estrutura do espaço-tempo influencia o comportamento quântico do vácuo, aproximando teoria e observação e ampliando o entendimento sobre as fronteiras entre a gravitação e a mecânica quântica.

Abstract

Modern physics reveals that the quantum vacuum, far from being an absolutely empty space, exhibits peculiar properties when analyzed in a curved spacetime, such as in the vicinity of black holes. The interaction between quantum fields and spacetime geometry is formally described by Quantum Field Theory in Curved Spacetimes, which treats gravitational effects as classical manifestations of spacetime curvature, as established by General Relativity. Hawking radiation, for instance, describes how quantum fluctuations near a black hole lead to thermal emission to the exterior, resulting in its gradual evaporation. Another example is the Unruh effect, which predicts that an accelerated observer perceives a thermal bath of radiation in a region where an inertial observer would see only the particle vacuum. However, these phenomena are difficult to detect directly due to the extreme scales involved, which result in thermal emissions of extremely low temperatures. To overcome this limitation, scientists have developed analogue models of gravity. These analogue models are systems (for example, fluid flows and ultracold gases) that reproduce, in the laboratory, conditions equivalent to curved spacetimes. Experiments based on these models allow us to study how spacetime structure influences the quantum behavior of the vacuum, bridging theory and observation and deepening our understanding of the interface between gravity and quantum mechanics.

Palavras-chave: teoria quântica de campos em espaços-tempo curvos; relatividade geral; radiação Hawking; efeito Unruh; modelos análogos de gravitação.

Keywords: quantum field theory in curved spacetimes; general relativity; Hawking radiation; Unruh effect; analogue models of gravity.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49451](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49451)

1 O conceito de vácuo

O conceito de vácuo (ou seja, a noção do “nada”) sofreu diversas mudanças no decorrer dos anos, tanto no contexto filosófico, quanto no físico. Por muitos séculos se referia ao vácuo como

a ausência completa de tudo, incluindo matéria, energia e até mesmo espaço. Essa ideia, aparentemente simples, gerou profundos debates filosóficos e científicos ao longo da história [1].

Na Grécia Antiga, o filósofo Demócrito (c. 460 a 375 a.C.), juntamente com seu professor Leu-

cipo, propôs uma das primeiras noções de vácuo. Eles argumentavam que o mundo era composto por pequenas partículas indivisíveis, os átomos, que se moviam através de um “espaço vazio”. Para Demócrito, esse espaço vazio era condição necessária para a diversidade de objetos do nosso mundo, permitindo que os átomos se movessem e se ordenassem livremente e de diferentes maneiras. Embora essa visão tenha certa correspondência à nossa compreensão moderna, ela não foi o pensamento dominante até o século XVI.

Foi a filosofia de Aristóteles (384 a 322 a.C.) que prevaleceu por quase dois milênios, passando pela Idade Média e chegando até o início dos tempos modernos. Em sua obra *Physica* (c. 330 a.C.), Aristóteles advoga contra a existência de um espaço vazio. Para ele, o espaço era preenchido por quatro elementos naturais: terra, água, fogo e ar. Cada um desses elementos tinha uma orientação natural de movimento no espaço: sendo o fogo o mais leve, se moveria sempre pra cima; já o mais pesado, a terra, se moveria pra baixo. Num espaço vazio, sem qualquer tipo de matéria, até mesmo as definições de “para cima” e “para baixo” seriam ambíguas, já que não haveria nada se movimentando. Consequentemente, onde não há nada, não seria possível definir o espaço, e, portanto, nenhum vácuo poderia existir na natureza. Sua visão, de acordo com a qual “a natureza abomina o vácuo” (*horror vacui*), sustentava que todo vácuo criado seria imediatamente preenchido pela natureza.

No século XVII, o debate sobre a possibilidade de existir um espaço totalmente desprovido de matéria ressurgiu, especialmente na Itália, França e Alemanha. Este período marcou o início de uma abordagem experimental. Galileu Galilei (1564-1642) foi um dos primeiros a questionar a antiga ideia, herdada de Aristóteles, de que o vácuo não poderia existir na natureza. Ele argumentava que o ar é um corpo físico, dotado de massa. Por volta de 1613, Galilei realizou experimentos simples, através dos quais ele observou que recipientes aquecidos ou preenchidos com fumaça podiam apresentar pequenas variações de peso em relação aos mesmos recipientes sem aquecimento e sem fumaça. Esses resultados o levaram a defender que o ar era uma substância física mensurável e que, ao ser removido ou substituído, deixaria um espaço completamente vazio, o que ele identifi-

cava como a possibilidade do vácuo. Ainda que não tenha conseguido demonstrar a existência do vácuo, Galileu rompeu com a visão tradicional ao tratar o “nada” como um conceito físico, que poderia, em princípio, ser investigado experimentalmente.

O experimento fundamental que provou a existência do vácuo foi realizado em 1644 por Evangelista Torricelli, aluno de Galilei. Com um tubo de vidro longo (cerca de 1 metro) fechado em uma das extremidades, Torricelli realizou o seguinte experimento. Encheu o tubo completamente com mercúrio, tapou a extremidade aberta com o dedo e, em seguida, virou-o cuidadosamente, mergulhando essa extremidade em uma bacia também cheia de mercúrio. Para sua surpresa, quando removeu o dedo da extremidade que estava submersa na bacia, o nível de mercúrio dentro do tubo desceu alguns centímetros, mas não vazou completamente para a bacia. O espaço que se formou acima do nível do mercúrio, dentro do tubo, não continha ar, vapor, ou qualquer outra substância visível. Este “nada” foi interpretado por Torricelli como um vácuo. Esse resultado contrariava diretamente a noção antiga de que a natureza abominava o vazio. Torricelli concluiu que era a pressão do ar sobre a superfície da bacia que sustentava a coluna de mercúrio dentro do tubo, e não alguma força interna ou misteriosa. Com isso ele demonstrou que a noção de vácuo não era apenas uma abstração filosófica, mas possuía uma fundamentação prática.

No fim do século XIX, o fortalecimento da teoria ondulatória da luz obscureceu novamente a noção de vácuo. Como ondas precisam de um meio de propagação, foi proposto que a luz viajaria em um “éter luminífero”, uma substância invisível e sem massa que preencheria todo o espaço. Essa hipótese era compatível com as equações de Maxwell para o eletromagnetismo, mas foi desafiada em 1887 pelo experimento de Michelson e Morley, que tentou detectar o movimento da Terra em relação ao suposto éter [2]. O resultado nulo do experimento não apenas colocou em dúvida a existência do éter, como também pavimentou o terreno para a teoria da relatividade especial de Einstein, que eliminou a necessidade de um meio para a propagação da luz. A partir daí consolidou-se a visão do vácuo clássico como espaço vazio de matéria. No entanto, com o sur-

gimento da mecânica quântica e, posteriormente, da teoria quântica de campos, essa concepção seria radicalmente revista. O próprio vácuo passou a ser entendido como um estado físico, repleto de flutuações e interações fundamentais.

2 O vácuo quântico: de volta a Aristóteles?

A noção do vácuo como um “nada” absoluto foi fundamentalmente transformada pela física quântica. A Teoria Quântica de Campos (TQC), desenvolvida no século XX, nos força a abandonar a imagem de partículas isoladas se movendo em um espaço vazio. Em vez disso, a TQC postula que o universo é preenchido por campos quânticos que permeiam cada ponto do espaço-tempo. Partículas, como elétrons e fótons, deixam de ser os objetos pontuais que fundamentam nossas teorias e passam a ser compreendidas como excitações ou “quanta” desses campos. Nesse contexto, a ideia de vácuo como ausência de partículas deixa de valer e o vácuo passa a ser entendido como o estado de menor energia desses campos.

Cada tipo de partícula é descrito por um campo que se estende por todo o espaço. Todavia, mesmo na ausência de partículas reais, esses campos mantêm uma estrutura dinâmica. Um exemplo simples é o campo escalar livre e não massivo, denotado por $\phi(\vec{r}, t)$. Sua dinâmica é descrita pela equação de Klein-Gordon:

$$\square\phi(\vec{r}, t) = 0, \quad (1)$$

em que o operador \square , conhecido como d'Alembertiano, é definido por

$$\square \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}, \quad (2)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo. Do ponto de vista matemático, esse campo pode ser interpretado como uma coleção infinita de osciladores harmônicos independentes, distribuídos por todos os pontos do espaço. O vácuo, nesse contexto, corresponde ao estado fundamental (ou seja, o estado de menor energia possível) de todos esses osciladores juntos.

A mecânica quântica, que rege o comportamento de todos os sistemas quânticos (sejam eles

campos, partículas ou osciladores), impõe limites fundamentais para a precisão com que certas propriedades físicas podem ser conhecidas simultaneamente. O Princípio da Incerteza de Heisenberg afirma que algumas grandezas físicas (como posição e momento, ou energia e tempo) são inerentemente incertas quando observadas conjuntamente. No caso específico da energia e do tempo, por exemplo, esse princípio pode ser expresso pela desigualdade

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (3)$$

onde ΔE é a incerteza na energia e Δt é a incerteza no tempo durante o qual a energia é medida, e \hbar é a constante reduzida de Planck. Essa relação fundamental implica que, mesmo no vácuo, a energia não pode ser exatamente zero em todo espaço por todo o tempo, pois isso implicaria em $\Delta E = 0$, o que tornaria Δt indefinido (infinito). Em vez disso, o vácuo é preenchido por flutuações quânticas intrínsecas, resultando na criação e aniquilação espontânea de pares de partículas e antipartículas. Essas flutuações também se manifestam na energia do estado fundamental para cada modo de oscilação do campo quântico, dada por

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar \omega, \quad (4)$$

onde ω é a frequência do oscilador. Embora efêmeras demais para serem detectadas diretamente, os efeitos provenientes dessas flutuações são reais e mensuráveis.

Uma das evidências da existência dessas flutuações do vácuo é o efeito Casimir. Em 1948, Hendrik Casimir previu que duas placas metálicas planas e paralelas, mantidas muito próximas no vácuo, deveriam experimentar uma força atrativa [3]. Essa força surge porque as placas, mesmo que eletricamente descarregadas, perturbam o vácuo e induzem flutuações quânticas no espaço entre elas. Nesse sistema, a densidade de energia do vácuo é dada por

$$u = \frac{\pi^2 \hbar c}{710 d^3}, \quad (5)$$

onde d é a distância entre as placas. Tomando o gradiente da energia encontramos que a pressão entre as placas é dada por

$$P = \frac{3\pi^2 \hbar c}{710 d^4}, \quad (6)$$

O efeito Casimir foi experimentalmente confirmado pela primeira vez em 1958 [4], fornecendo uma prova de que o “vácuo” está longe de ser vazio.

3 A teoria quântica de campos em espaços curvos: vácuo e a gravidade

A descrição do vácuo quântico se torna ainda mais complexa quando os campos passam a ser tratados de maneira dinâmica, em um espaço-tempo de fundo curvo. Na TQC usual, supõe-se que o espaço-tempo é plano, como descrito pela métrica de Minkowski, que corresponde ao ambiente da relatividade restrita. A métrica é, basicamente, uma forma matemática de definir como medimos distâncias e intervalos de tempo no espaço-tempo. Ou seja, ela nos diz como “medir” a distância entre eventos no universo. Para o caso plano, essa métrica é dada por

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Através dessa métrica podemos também encontrar o elemento de linha, que mostra como calcular o intervalo ds entre dois eventos separados por um intervalo de tempo infinitesimal dt e intervalos de coordenadas espaciais infinitesimais dx , dy , e dz ,

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2. \quad (8)$$

Esse elemento de linha indica que, em um espaço-tempo plano, as relações entre espaço e tempo são fixas e não sofrem distorções causadas pela gravidade.

Na Teoria Quântica de Campos em Espaços Curvos (TQCEC), generaliza-se essa ideia: agora a métrica pode ser mais complexa, permitindo descrever um espaço-tempo curvo — ou seja, um ambiente onde a presença de massa e energia deforma o tecido do espaço-tempo [5]. Nesse contexto, o campo gravitacional é tratado classicamente pela Relatividade Geral, enquanto os demais campos seguem sendo descritos pelos princípios da TQC. Embora não seja uma teoria completa e exata em todos os regimes, a TQCEC oferece uma descrição confiável em situações onde

os campos quânticos interagem com um espaço-tempo curvo, mas os efeitos quânticos da própria gravidade podem ser desprezados. Ou seja, ela é válida quando a curvatura do espaço-tempo é tratada de forma clássica, o que funciona bem em muitos contextos astrofísicos e cosmológicos.

Um dos desafios fundamentais da TQCEC é a ausência de um estado de vácuo preferencial em um espaço-tempo curvo ou em referenciais acelerados. A TQCEC mostrou que a curvatura do espaço-tempo ou a aceleração podem levar à criação de partículas a partir do vácuo. As primeiras aplicações dessa teoria investigaram os efeitos de criação de partículas em um universo em expansão. Leonard Parker, em meados da década de 1960, investigou esses efeitos, mostrando que a expansão do universo pode resultar na criação espontânea de partículas devido à evolução temporal da métrica [6]. Posteriormente, a aplicação da TQCEC a buracos negros e observadores acelerados levou a outras descobertas transformadoras: o Efeito Unruh e a Radiação Hawking, demonstrando a profunda interconexão entre o vácuo quântico e a gravitação.

O efeito Unruh prevê que um observador uniformemente acelerado através do vácuo quântico detecta um banho térmico de partículas, como se estivesse imerso em um forno quente. Em outras palavras, o vácuo de um observador inercial (o vácuo de Minkowski) não é vácuo para um observador acelerado. Para compreender esse efeito, é útil considerar o espaço-tempo de Rindler. Este é um subconjunto do espaço-tempo de Minkowski (espaço-tempo plano) que descreve o ponto de vista de um observador em aceleração constante. As coordenadas de Rindler (x_R, t_R) são definidas de tal forma que as linhas de x_R constante são hipérbolas, que representam as trajetórias de observadores com aceleração constante. Nessas coordenadas, a métrica do espaço-tempo de Minkowski assume a forma:

$$ds^2 = (ax_R)^2 dt_R^2 - dx_R^2 - dy^2 - dz^2, \quad (9)$$

onde a é a aceleração própria do observador localizado em $x_R = c^2/a$.

Um observador de Rindler percebe um horizonte (chamado de horizonte de Rindler) além do qual a luz de eventos passados não pode alcançá-lo. Este horizonte compartilha muitas semelhanças com o horizonte de eventos de um buraco ne-

gro. A física quântica em um espaço-tempo de Rindler mostra que o estado de vácuo de Minkowski (o estado sem partículas para um observador inercial) é, na verdade, um estado térmico para um observador de Rindler. A temperatura (T_U) desse banho de partículas é diretamente proporcional à aceleração (a) do observador,

$$T_U = \frac{\hbar a}{2\pi c k_B}, \quad (10)$$

sendo k_B é a constante de Boltzmann. Esse efeito, previsto por William Unruh em 1976 [7], destaca o caráter relativo da noção de partícula na TQCEC e a natureza intrínseca das flutuações do vácuo.

Já a radiação Hawking é, talvez, um dos resultados mais emblemáticos da TQCEC. Stephen Hawking, em 1974, demonstrou que buracos negros, mesmo com a propriedade de prenderem tudo dentro do horizonte de eventos, inclusive a luz, na verdade emitem um espectro térmico de partículas, de modo similar ao espectro térmico emitido por um corpo negro a uma dada temperatura T_H [8]. Essa radiação, cuja origem pode ser entendida a partir das flutuações quânticas do vácuo nas proximidades do horizonte de eventos, está associada ao processo de evaporação dos buracos negros.

O conceito de “vácuo” é particularmente sutil em espaços-tempos curvos, especialmente em torno de buracos negros. Não existe uma definição única e universalmente aceita para o estado de vácuo, pois a noção de partícula é ambígua para diferentes observadores. Isso leva a diferentes estados de vácuo que são fisicamente relevantes, e que podem ser definidos da seguinte maneira:

- *Vácuo de Boulware*: É o estado de menor energia para um observador estático fora do buraco negro. Ele não contém partículas no infinito, mas sua densidade de energia diverge no horizonte.
- *Vácuo de Hartle-Hawking*: Este vácuo descreve um buraco negro em equilíbrio térmico com um banho de radiação. Nesse estado, há um equilíbrio entre as partículas emitidas pelo buraco negro e aquelas que são absorvidas por ele, de modo que não há fluxo líquido de energia através do horizonte. Para manter

esse equilíbrio, é necessário um ambiente em que partículas estejam continuamente sendo absorvidas pelo buraco negro na mesma taxa em que ele emite radiação.

- *Vácuo de Unruh*: Esse é o estado de vácuo associado à radiação Hawking. Ele pode ser entendido imaginando o campo ao redor do buraco negro como uma coleção de oscilações com diferentes frequências. O que chamamos de partícula depende de como cada observador mede o tempo e organiza essas oscilações. Para um observador em queda livre, em direção ao buraco negro, o campo se apresenta de forma semelhante ao vácuo, sem um fluxo de radiação. Já para um observador estacionário e muito distante, a maneira diferente de medir o tempo faz com que essas oscilações se combinem de outra forma, numa mistura entre frequências positivas e negativas — formalmente descrita pelas transformações de Bogoliubov. Como resultado, o mesmo estado que parecia vazio para quem cai no buraco negro é percebido no infinito como uma emissão térmica (a radiação Hawking).

Uma forma intuitiva de entender a radiação Hawking é imaginar que, próximo ao horizonte de eventos, pares de partículas-antipartículas “virtuais” se formam devido às flutuações quânticas do vácuo. Nesse cenário metafórico, devido à presença do horizonte de eventos, esse par poderia ser separado: um membro (por exemplo, uma partícula) cairia no buraco negro enquanto o outro (a antipartícula) escaparia. Do ponto de vista de um observador distante, o buraco negro efetivamente “irradia” essas partículas. Embora essa imagem ajude a visualizar o fenômeno, o mecanismo real é mais sutil: trata-se de um efeito quântico global, previsto pela TQCEC, que mostra que, na presença do horizonte, o vácuo quântico se manifesta para um observador distante como radiação térmica. A temperatura de Hawking (T_H) para um buraco negro de massa M é dada por:

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G k_B M}, \quad (11)$$

onde G é a constante gravitacional de Newton.

Uma das principais implicações experimentais desse resultado é que a temperatura da radiação

emitida por buracos negros é extremamente baixa em cenários astrofísicos, já que é inversamente proporcional à massa do buraco negro. Em termos da massa do Sol (M_{\odot}), pode-se escrever

$$T_H \approx 10^{-7} \frac{M_{\odot}}{M} \text{ K}, \quad (12)$$

onde K é a unidade de temperatura no sistema internacional, o kelvin. Note que essa quantidade é muito pequena quando consideramos buracos negros astrofísicos, cujas massas podem variar desde algumas massas solares até bilhões de massas solares. Esse resultado representa um desafio experimental importante, pois os instrumentos de medição disponíveis atualmente não conseguem detectar temperaturas tão pequenas. Além disso, mesmo que fosse possível, seria muito difícil medir essa radiação porque a radiação cósmica de fundo, que é o “brilho” deixado pelo Big Bang e preenche todo o universo, tem uma temperatura de cerca de 2,7 K, muito maior do que a temperatura da radiação de Hawking emitida por buracos negros astrofísicos. Isso faz com que qualquer sinal da radiação de Hawking seja completamente ofuscado por esse ruído de fundo.

Uma maneira de contornar essa dificuldade de detecção, tanto da radiação Hawking quanto do efeito Unruh, é através da construção e estudo de modelos análogos de gravitação. As analogias gravitacionais são sistemas criados em laboratório (como análogos acústicos em fluidos, condensados de Bose-Einstein ou fibras ópticas) capazes de imitar parcialmente sistemas gravitacionais [9]. Eles permitem a investigação de fenômenos como a radiação Hawking em ambientes controlados, oferecendo uma ponte valiosa entre a física de laboratório e os regimes extremos desses efeitos quânticos, abrindo assim caminhos para se testar previsões da TQCEC.

4 Modelos análogos e buracos negros de laboratório

Apesar do nome sugestivo, os chamados “buracos negros de laboratório” utilizados em gravitação análoga não têm qualquer relação com a criação real de buracos negros. Os “buracos negros de laboratório” não são buracos negros reais, mas sim sistemas físicos que imitam algumas propriedades cinemáticas desses objetos astrofísicos. Em

outras palavras, eles reproduzem a forma como o espaço-tempo ao redor de um buraco negro influencia a propagação da luz ou de campos quânticos, mas utilizando outros tipos de perturbações, como ondas sonoras, ondas de luz em meios ópticos, ou mesmo ondas de matéria em condensados de Bose-Einstein.

Uma analogia útil envolve o fluxo de um rio que termina em uma cachoeira, como proposto por William Unruh [10] e ilustrado na figura (1). É fácil imaginar que, à medida que a água se aproxima da queda, a correnteza se torna cada vez mais intensa, arrastando tudo com mais força em direção ao abismo. Agora, imagine que peixes estão nadando nesse rio e se comunicam por meio de sons. As ondas sonoras se propagam com uma certa velocidade dentro da água (a velocidade do som naquele meio) mas sua propagação depende da direção: contra a correnteza, são freadas; a favor, aceleradas. Se houver um ponto em que a velocidade da correnteza ultrapassa a velocidade do som, então qualquer som emitido abaixo desse ponto não conseguirá mais subir o rio e será inevitavelmente arrastado para baixo.

Esse ponto, no qual a velocidade do fluxo supera a do som, marca o surgimento de um horizonte acústico (ou horizonte sônico): uma fronteira a partir da qual nenhuma informação sonora pode escapar, de forma análoga ao que ocorre com a luz em um buraco negro astrofísico. Essa analogia entre sistemas físicos e buracos negros não é apenas metafórica ou estética. É possível demonstrar que as equações que regem a propagação de perturbações nesses sistemas, como ondas sonoras em um fluido ou luz em certos meios materiais, possuem exatamente a mesma forma matemática das equações que descrevem a propagação de campos em um espaço-tempo curvo, como na Relatividade Geral. Em outras palavras, as perturbações que se propagam nesses meios se comportam como se estivessem em um espaço-tempo curvo.

Toda a analogia é codificada em um objeto matemático chamado métrica efetiva. Esse objeto é uma espécie de “régua e relógio” do espaço-tempo, que determina como distâncias e intervalos de tempo são medidos. A partir da métrica efetiva extraída do sistema físico em estudo, estabelecemos a ponte com a Relatividade Geral de Einstein. As primeiras ideias desse tipo remontam ao

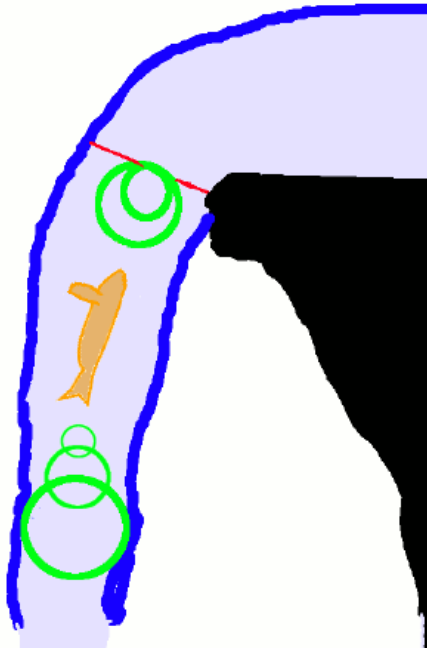


Figura 1: As ondas sonoras emitidas por um peixe que grita ao passar por uma cachoeira se propagam livremente para todos os lados até que, ao cruzar uma certa linha (na qual a velocidade do fluxo ultrapassa a do som), essas ondas já não conseguem mais se propagar contra a corrente. A partir desse ponto, conhecido como horizonte sônico, as ondas são inevitavelmente arrastadas para baixo junto com o peixe. Assim como acontece com a luz em um buraco negro, o som não consegue escapar. Imagem reproduzida de [10].

trabalho de Walter Gordon, que em 1923 reinterpretou o índice de refração de um meio como uma curvatura efetiva do espaço-tempo vivenciada pela luz [11]. No entanto, foi apenas em 1981 que essa abordagem ganhou força, com o trabalho pioneiro de Unruh [12]. Ele percebeu que pequenas perturbações (isto é, ondas sonoras) em um fluido em movimento obedecem à mesma equação que um campo escalar sem massa em um espaço-tempo curvo, isto é, a versão generalizada da equação de Klein Gordon (1) para métricas de fundo mais gerais. Essa constatação permitiu a construção do conceito de buracos negros acústicos, nos quais o papel do espaço-tempo é desempenhado pelo fluxo do fluido e as ondas sonoras ocupam o papel da luz.

No caso específico analisado por Unruh, o

fluido é barotrópico (isto é, a pressão depende unicamente da densidade), irrotacional (não apresenta vorticidade) e invíscido (desprezamos os efeitos de viscosidade, que gerariam atrito interno no fluido). A métrica efetiva que descreve o sistema pode ser escrita na forma do elemento de linha

$$ds^2 = \left(\frac{\rho_0}{c}\right) [-(c^2 - v^2) dt^2 - 2\vec{v} \cdot d\vec{x} dt + dx^2], \quad (13)$$

onde ρ_0 é a densidade do fluido, c é a velocidade local do som e \vec{v} é o campo de velocidade do fluido. Nessa geometria efetiva, um “horizonte acústico” surge no ponto onde a velocidade do fluido ultrapassa a velocidade do som, ou seja, onde $|\vec{v}| = c$. A partir desse ponto, as ondas sonoras não conseguem mais escapar “contra a correnteza”, exatamente como a luz não escapa de um buraco negro astrofísico.

Desde então, diversos outros modelos análogos foram propostos e estudados, não apenas em contextos fluidodinâmicos, mas também em sistemas ópticos com meios não lineares, em condensados de Bose-Einstein, em supercondutores e até em circuitos elétricos [9].

4.1 Buraco negro na banheira

Um dos modelos análogos mais proeminentes é o do buraco negro na banheira (*draining bathtub*), proposto por Matt Visser em 1998 [13]. Considere uma banheira circular com um ralo no centro. Se a banheira for alimentada com água de modo que exista uma certa rotação (momento angular), o escoamento através do ralo faz com que o fluido se mova tanto radial quanto circularmente em direção ao centro. Quando perturbamos a superfície da água (por exemplo, jogando uma pedra ou tocando-a com o dedo) formam-se ondas que se espalham em todas as direções. A velocidade com que essas ondas se propagam depende da velocidade da água da banheira. Assim, como no exemplo dos peixes na cachoeira, se a velocidade do fluxo for suficientemente alta, as ondas não conseguirão se propagar contra a correnteza. Como a velocidade do fluido aumenta à medida que se aproxima do centro, forma-se uma região circular dentro da qual todas as ondas têm o ralo como destino. Para nós, essa banheira pode parecer algo ordinário. Mas, para as ondas na superfície

da água, a banheira se comporta como um verdadeiro buraco negro: a região circular de onde as ondas não podem escapar representa o horizonte de eventos, e seu interior funciona como o interior de um buraco negro.

O modelo da banheira é, na verdade, um exemplo de análogo de buraco negro girante. A velocidade do fluido nesse caso é dada por:

$$\vec{v}(r, \theta) = -\frac{A}{r}\hat{r} + \frac{B}{r}\hat{\theta}, \quad (14)$$

onde A controla o escoamento radial (drenagem) e B a rotação do fluido. Os vetores unitários \hat{r} e $\hat{\theta}$ estão associados às coordenadas (r, θ) do sistema polar, onde r é a distância ao centro do tanque e θ o ângulo azimutal. A partir desse perfil de velocidade, pode-se extrair a métrica efetiva que vai determinar a propagação das perturbações no meio, que neste caso assume a forma:

$$ds^2 = -\left(c^2 - \frac{A^2 + B^2}{r^2}\right) dt^2 - \frac{2A}{r} dr dt - \frac{2B}{r} r d\theta dt + dr^2 + r^2 d\theta^2. \quad (15)$$

Aqui, $c^2 = gh$, onde g é a aceleração da gravidade e h é a profundidade do tanque, determinando a velocidade das ondas de superfície. Essa métrica efetiva compartilha características com a métrica de Kerr, que descreve buracos negros astrofísicos em rotação. No entanto, a analogia não é exata: além de o sistema possuir apenas duas dimensões espaciais, o parâmetro de rotação B não é limitado superiormente, enquanto na métrica de Kerr a rotação de um buraco negro é limitada pela sua massa (condição de extremalidade). Apesar dessas diferenças, o modelo da banheira é útil para estudar, em laboratório, fenômenos tipicamente associados a buracos negros girantes.

Esse modelo foi efetivamente construído no Gravity Laboratory da Universidade de Nottingham, no Reino Unido, como mostrado na figura 2. Nesse sistema, diversas previsões feitas no contexto da gravitação foram testadas experimentalmente, como o decaimento quasi-normal [14] e o fenômeno de superradiância [15, 16].

4.2 Condensados de Bose–Einstein

Embora o modelo do buraco negro na banheira seja útil para demonstrar efeitos clássicos da Re-

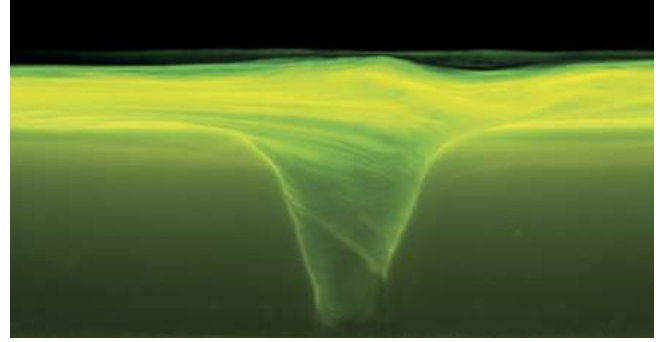


Figura 2: Redemoinho produzido pelo ralo no centro do tanque, durante o experimento que detectou superradiância. Imagem reproduzida de [17].

latividade Geral, seu uso para testar efeitos quânticos, como a radiação de Hawking, apresenta limitações importantes, sendo uma delas o problema da temperatura: a água deve estar a uma temperatura acima de 0°C (ou $273,15\text{ K}$) para permanecer líquida, enquanto a radiação de Hawking análoga teria uma temperatura muito inferior a isso, tornando extremamente difícil sua detecção em meio ao ruído térmico do fluido.

Para superar essas limitações, desde o início a comunidade passou a explorar condensados de Bose-Einstein como modelo análogo de gravitação. Um condensado de Bose-Einstein é um estado da matéria obtido quando um gás diluído de bósons (como o rubídio-87) é resfriado a temperaturas próximas do zero absoluto, de modo que uma grande fração das partículas ocupa o mesmo estado quântico fundamental. Nesse estado, o sistema pode ser descrito por uma função de onda macroscópica, $\psi(\mathbf{r}, t)$, que representa a amplitude de probabilidade de encontrar as partículas em uma dada posição \mathbf{r} e instante t . Essa função obedece à equação de Gross–Pitaevskii:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \psi(\mathbf{r}, t), \quad (16)$$

em que m é a massa das partículas, $V(\mathbf{r})$ representa o potencial externo que confina os átomos e g é o parâmetro que quantifica a intensidade da interação entre as partículas. Já o termo $|\psi(\mathbf{r}, t)|^2$ indica a densidade de partículas no ponto \mathbf{r} .

Nesses sistemas, a velocidade do som pode ser extremamente baixa (da ordem de milímetros por

segundo), o que facilita a criação de fluxos supersônicos. Além disso, como as temperaturas são da ordem de nanokelvin, a separação entre a temperatura do sistema e a temperatura de Hawking análoga é mais favorável. A partir de um modelo baseado em condensados de Bose-Einstein, em 2016 um grupo de pesquisas do Departamento de Física do Technion – Instituto de Tecnologia de Israel reportou pela primeira vez a emissão espontânea de radiação Hawking análoga [18, 19].

5 Discussão

A TQCEC estabelece que o vácuo quântico não corresponde a uma ausência absoluta de matéria ou energia, mas sim a um estado físico repleto de flutuações que podem interagir de forma direta com a curvatura do espaço-tempo. Efeitos como a radiação de Hawking e o efeito Unruh ilustram como a presença de gravidade intensa ou aceleração pode transformar o que antes era entendido como “vazio” em uma fonte real de partículas e radiação. Esses fenômenos representam uma ponte essencial entre a Relatividade Geral e a Mecânica Quântica, reforçando a necessidade de aprofundar a investigação de regimes onde ambas atuam conjuntamente.

Além das implicações teóricas, essas ideias motivam investigações experimentais cada vez mais sofisticadas, que buscam, em contextos laboratoriais, sinais observáveis desses efeitos quânticos associados à gravidade. Inicialmente os experimentos relacionados com radiação Hawking suscitaram debates na comunidade científica, envolvendo a análise das condições experimentais e a interpretação dos sinais observados [20, 21]. Ainda que exista controvérsia sobre o significado exato de medir a radiação Hawking em sistemas análogos (uma vez que se trata de um efeito quântico gravitacional reproduzido em meios não gravitacionais), diversas plataformas experimentais vêm demonstrando resultados consistentes. Todavia, uma perspectiva possível é de que sistemas análogos não provam que a radiação Hawking ou o efeito Unruh realmente ocorrem em situações gravitacionais reais. Afinal, não estamos manipulando o espaço-tempo em si, mas sistemas físicos distintos que obedecem às mesmas equações de propagação. Porém, através de um outro ponto

de vista, pode-se argumentar que esses experimentos validam a universalidade dos fenômenos, ou seja, mostram que certas previsões da teoria não dependem de detalhes específicos da gravidade, mas sim de uma estrutura mais fundamental do sistema em questão [22, 23].

Agradecimentos

Agradecemos ao Prof. João Paulo Pitelli (Unicamp) pelos comentários e sugestões sobre este trabalho. Este estudo foi financiado, em parte, pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES, Brasil) – Código de Financiamento 001, e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP, Brasil), Processo 2023/07013-2. MR agradece o apoio parcial do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq, Brasil), Processo 315991/2023-2.

Sobre os autores

Lucas Tobias de Paula (tobias.l@ufabc.edu.br) é Bacharel e Mestre em Física pela Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI) e atualmente cursa o doutorado em Física na Universidade Federal do ABC (UFABC). Sua pesquisa concentra-se na investigação de fenômenos clássicos e quânticos associados a buracos negros por meio de modelos análogos de gravidade.

Murillo Spadin Domingues (murillo.spadin@ufabc.edu.br) é Bacharel e Mestre em física pela UFABC, onde atualmente cursa doutorado em física. Sua pesquisa tem foco em analogias gravitacionais e modos quasinormais de buracos negros.

Maurício Richartz (mauricio.richartz@ufabc.edu.br) é Bacharel em Física e Matemática, e Doutor em Física pela Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). É professor do Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da UFABC. Atua principalmente na área de Gravitação, com ênfase no estudo de buracos negros e seus análogos em fluidos e matéria condensada.

Referências

- [1] K. Jousten, *The History of Vacuum Science and Vacuum Technology*, in *Handbook of Vacuum Technology*, editado por K. Jousten (Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2016), 2nd ed.
- [2] A. A. Michelson e E. W. Morley, *On the relative motion of the Earth and the luminiferous ether*, *American Journal of Science* **34**(203), 333 (1887).
- [3] H. B. G. Casimir, *On the attraction between two perfectly conducting plates*, *Indagationes Mathematicae* **10**(4), 261 (1948).
- [4] M. J. Sparnaay, *Measurements of attractive forces between flat plates*, *Physica* **24**(6), 751 (1958).
- [5] G. E. A. Matsas, *Gravitação semiclássica*, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **27**(1), 137 (2005).
- [6] R. M. Wald, *The History and Present Status of Quantum Field Theory in Curved Spacetime* (2006). [ArXiv:gr-qc/0608018](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0608018).
- [7] W. G. Unruh, *Notes on Black-Hole Evaporation*, *Physical Review D* **14**(4), 870 (1976).
- [8] S. W. Hawking, *Particle Creation by Black Holes*, *Communications in Mathematical Physics* **43**(3), 199 (1975).
- [9] C. Barceló, S. Liberati e M. Visser, *Analogous Gravity*, *Living Reviews in Relativity* **8**(1) (2005).
- [10] W. G. Unruh, *Has Hawking Radiation Been Measured?*, *Foundations of Physics* **44**(5), 532 (2014).
- [11] W. Gordon, *Zur Lichtfortpflanzung nach der Relativitätstheorie*, *Annalen der Physik* **377**(22), 421 (1923).
- [12] W. G. Unruh, *Experimental Black-Hole Evaporation?*, *Physical Review Letters* **46**, 1351 (1981).
- [13] M. Visser, *Acoustic black holes: horizons, ergospheres and Hawking radiation*, *Classical and Quantum Gravity* **15**(6), 1767 (1998).
- [14] T. Torres et al., *Quasinormal Mode Oscillations in an Analogue Black Hole Experiment*, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 011301 (2020).
- [15] T. Torres et al., *Rotational superradiant scattering in a vortex flow*, *Nature Physics* **13**(9), 833 (2017).
- [16] M. S. Domingues e M. Richartz, *Criando buracos negros em laboratório*, *PesquiABC* **38** (2025). Disponível em <https://www.ufabc.edu.br/divulgacao-cientifica/pesquisabc/edicao-n-38-fevereiro-de-2025/criando-buracos-negros-em-laboratorio>, acesso em jul. 2025.
- [17] I. Zolnerkevic, *Astrofísica na banheira*, *Revista Pesquisa FAPESP* **257**, 66 (2017). Disponível em <https://revistapesquisa.fapesp.br/astrofisica-na-banheira/>, acesso em jul. 2025.
- [18] J. Steinhauer, *Observation of quantum Hawking radiation and its entanglement in an analogue black hole*, *Nature Physics* **12**(10), 959–965 (2016).
- [19] J. Steinhauer, *Confirmation of stimulated Hawking radiation, but not of black hole lasing*, *Physical Review D* **106**(10) (2022).
- [20] U. Leonhardt, *Questioning the Recent Observation of Quantum Hawking Radiation*, *Annalen der Physik* **530**(5) (2018).
- [21] J. Steinhauer, *Comment on “Questioning the Recent Observation of Quantum Hawking Radiation”* [*Ann. Phys. (Berlin) 2018, 530, 1700114*], *Annalen der Physik* **530**(5) (2018).
- [22] M. Visser, *Essential and inessential features of Hawking radiation*, *International Journal of Modern Physics D* **12**(04), 649 (2003).
- [23] C. Barceló, *Analogous black-hole horizons*, *Nature Physics* **15**(3), 210 (2019).

O paradoxo da (des)informação em buracos negros

André G. S. Landulfo

Universidade Federal do ABC

Resumo

Em 1974, uma descoberta abalou a comunidade científica. Stephen Hawking mostrou que, quando levamos a mecânica quântica em consideração, buracos negros não são negros mas emitem radiação térmica, como medido por observadores estacionários muito longe do buraco negro. Desde então, o conseqüente processo de evaporação do buraco negro gerou um debate que divide os físicos até hoje: o que acontece com a informação que caiu no buraco negro? No presente artigo, iremos revisar o processo de evaporação de buraco negro mostrando, em particular, que não há nada paradoxal com a perda de informação ao final. Em seguida, analisaremos as alternativas à perda de informação destacando seus prós e contras.

Abstract

In 1974, a discovery shook the scientific community. Stephen Hawking showed that, when quantum mechanics is taken into account, black holes are not black but emit thermal radiation, as measured by stationary observers far away from the black hole. Since then, the resulting process of black hole evaporation has sparked a debate that divides physicists to this day: what happens to the information that falls into the black hole? In this article, we will review the process of black hole evaporation, showing in particular that there is nothing paradoxical about the loss of information in the end. We will then examine the alternatives to information loss, highlighting their pros and cons.

Palavras-chave: buracos negros; radiação de Hawking; evaporação de buracos negros; informação quântica; paradoxo da informação.

Keywords: black holes; Hawking radiation; black hole evaporation; quantum information; information paradox.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49480](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49480)

1 Introdução

Uma das previsões mais fascinantes da relatividade geral é de que podem existir campos gravitacionais tão intensos que não permitem que nada, nem mesmo a luz, consiga escapar de uma dada região do espaço-tempo. Tal região é chamada de buraco negro, expressão cunhada originalmente pelo físico John A. Wheeler (veja [1] para uma discussão sobre a origem do termo Buraco Negro). Desde sua descoberta até os dias atuais, buracos negros vêm tendo um papel protagonista no avanço do nosso entendimento sobre o funcionamento do universo. Isso se deve não só às diversas e impressionantes descobertas relacionadas com seu comportamento, como também devido às inúmeras controvérsias que eles causaram.

Logo após Albert Einstein ter publicado o artigo com a forma final das equações de campo

da relatividade geral [2], o físico Karl Schwarzschild, então no fronte russo da Primeira Guerra Mundial, publicou uma solução das equações da relatividade geral que descreve um buraco negro estático (i.e., sem carga e rotação) [3], onde toda sua energia está concentrada em uma singularidade de densidade de energia infinita em seu interior. No entanto, os físicos na época (incluindo o próprio Schwarzschild) não acreditaram que a solução de Schwarzschild teria alguma realidade física, seria apenas uma peculiaridade matemática da teoria. Em particular, Einstein posteriormente publicou um trabalho [4] argumentando (erradamente) contra a existência de buracos negros onde, em tradução livre, ele afirma que “o resultado principal dessa investigação é a de um claro entendimento de porque a singularidade de Schwarzschild não existe na realidade física”. Por conta de tal descrença, buracos negros foram praticamente esquecidos por quase meio sé-

culo (mesmo tendo-se descoberto a existência de mecanismos físicos para sua criação [5, 6]).

Seu ressurgimento ocorre a partir da década de 1960, no que o físico americano Kip Thorne, ganhador do prêmio Nobel de física de 2017, denominou de a década de ouro dos buracos negros. Há duas grandes razões para isso. Uma delas é o surgimento de observações astrofísicas que só poderiam ser explicadas assumindo sua existência [7]. A outra (e talvez principal) razão foi a introdução dos chamados métodos globais em relatividade geral, que combinam métodos de topologia com geometria diferencial, pelo físico-matemático inglês Roger Penrose. Através de tais métodos, Penrose mostrou que as singularidades (e, sob algumas hipóteses, buracos negros) são previsões robustas de relatividade geral, i.e., elas sempre existiriam se a matéria se tornar suficientemente compacta em uma dada região do espaço-tempo [8]. Por tal trabalho, Penrose foi laureado com o prêmio Nobel de física de 2020. Além disso, usando tais métodos, Stephen Hawking demonstrou diversas propriedades gerais que buracos negros deveriam satisfazer [9]. Em particular, ele mostrou que a área do horizonte de eventos de um buraco negro nunca pode decrescer e que se dois ou mais buracos negros colidem, a área do buraco negro resultante é sempre maior que a soma das áreas dos buracos negros antes da colisão.

Posteriormente, James Bardeen e Brandon Carter juntos com o próprio Hawking demonstraram as chamadas leis mecânicas dos buracos negros [10]. A similaridade entre tais leis com as leis da termodinâmica, em conjunto com alguns argumentos de teoria da informação, levaram Jakob Bekenstein [11] a sugerir que buracos negros possuem uma entropia dada por um múltiplo de sua área. Assim, buracos negros teriam, além de uma energia dada por sua massa M , uma temperatura dada por um múltiplo de sua área A_{BN} . Apesar de extremamente intrigante e sugestiva, a analogia entre as leis mecânicas dos buracos negros e as leis da termodinâmica não funciona no contexto da relatividade geral clássica. Nesse escopo, a temperatura do buraco negro (por qualquer critério razoável) deve ser zero [12]. Além disso seria possível violar a segunda lei (generalizada) da termodinâmica reduzindo entropia total do sistema, que nesse contexto seria dada pela

soma da entropia do buraco negro com a da matéria fora deste [10, 12].

Em 1974 no entanto, tal cenário muda radicalmente com o trabalho seminal de Hawking [13]. Ao estudar a quantização de campos em um espaço-tempo que descreve uma estrela que sofre colapso formando um buraco negro, Hawking mostrou que buracos negros irradiam a uma taxa constante (assintoticamente no futuro) e com espectro térmico com relação a observadores estáticos no infinito. A temperatura medida por esses observadores é dada por

$$T_{\text{H}} \equiv \frac{\hbar c^3}{8\pi k_{\text{B}} G M}, \quad (1)$$

no caso de um buraco negro sem carga e rotação [14–16]. Aqui, \hbar é a constante de Planck, c é a velocidade da luz no vácuo, k_{B} é a constante de Boltzmann, G é a constante da gravitação de Newton e M é a massa do buraco negro. Esse resultado foi recebido com perplexidade já que mostrou que: (i) buracos negros não são negros, eles irradiam todas as espécies de partículas com um espectro térmico e temperatura dada pela Eq. (1) e (ii) a quantidade

$$S_{\text{BN}} \equiv \frac{k_{\text{B}} c^3}{4G\hbar} A_{\text{BN}}, \quad (2)$$

onde A_{BN} é a área do horizonte de eventos do buraco negro, deve ser interpretada como a entropia do buraco negro e que suas leis mecânicas [10] são efetivamente as leis da termodinâmica aplicadas a buracos negros [12]. Tal interpretação é justificada ao se analisar a validade da chamada segunda lei generalizada que afirma que, em sistemas que contêm matéria ordinária e um buraco negro, a entropia total, $S \equiv S_{\text{BN}} + S_{\text{mat}}$, nunca decresce [12, 17–19], i.e.,

$$\delta(S_{\text{BN}} + S_{\text{mat}}) \geq 0. \quad (3)$$

Ao mesmo tempo que a descoberta do efeito Hawking revelou a existência de uma profunda conexão entre gravitação, mecânica quântica e termodinâmica, ela também levantou diversas questões que vêm intrigando a comunidade científica atualmente. Um exemplo paradigmático é o chamado “paradoxo” da perda de informação em buracos negros. Ele surge a partir de considerações sobre a retro-ação dos campos no espaço-tempo como consequência do processo de emissão de partículas via radiação Hawking e como

tal processo pode levar, eventualmente, à evaporação total do buraco negro. Isso levaria o estado puro que descreve o sistema antes do colapso a um estado misto térmico, isto é, a informação contida no estado inicial seria perdida.

Nesse artigo, vamos mostrar como não há nada de paradoxal com o processo de perda de informação. De fato, ele pode ser visto como uma previsão da teoria quando usamos mecânica quântica e relatividade geral dentro dos seus limites de validade. Como uma análise definitiva sobre os estágios finais do processo de evaporação de um buraco negro exigem o conhecimento da física na escala de Planck (ainda desconhecida), o processo de evaporação total, levando consigo parte da informação contida no estado inicial, é apenas uma das possibilidades. Existem outras alternativas dependendo de hipóteses extras feitas sobre como deve ser a física na escala de Planck. Discutiremos na Seção 4 algumas dessas alternativas bem como seus prós e contras.

O artigo será dividido da seguinte maneira. Na Seção 2, iremos revisar brevemente a termodinâmica de buracos negros além dos argumentos que nos levam à perda de informação. Na Seção 3, discutiremos (em três variações) como tal perda de informação não tem nada paradoxal mas deve ser vista como uma previsão de mecânica quântica (e relatividade geral). Já na Seção 4, discutiremos algumas alternativas à perda de informação (dependendo das diferentes hipóteses feitas sobre a física na escala de Planck) bem como seus prós e contras. A Seção 5 é reservada para nossas conclusões. Usaremos unidades naturais onde $\hbar = G = c = 1$, assinatura $(-+++)$ para a métrica além da chamada notação abstrata de índices [20]. Assumiremos que o leitor tenha alguma familiaridade com relatividade geral e mecânica quântica.

2 Termodinâmica, buracos negros e informação

Um espaço-tempo (temporalmente orientável) e assintoticamente plano (\mathcal{M}, g_{ab}) com infinito tipo-luz futuro \mathcal{I}^+ possui um buraco negro se a região

$$\mathcal{B} = \mathcal{M} - I^-(\mathcal{I}^+) \quad (4)$$

é não vazia [20–22]. A região \mathcal{B} é chamada então de buraco negro e sua fronteira $\mathfrak{h} = \partial\mathcal{B}$ é chamada de horizonte de eventos. Aqui, $I^-(\mathcal{O})$ indica o passado cronológico do sub-conjunto $\mathcal{O} \subset \mathcal{M}$ [20, 21] que é o conjunto de eventos que conseguem influenciar \mathcal{O} com sinais que se movem abaixo da velocidade da luz (e, portanto, vemos da Eq.(4) que \mathcal{B} , de fato, descreve os eventos que não conseguem enviar nenhum sinal causal para o infinito \mathcal{I}^+). Como mostrado por Hawking [9], assumindo que não existem singularidades nuas¹ e que a matéria satisfaz a condição nula sobre a energia, $T_{ab}k^ak^b \geq 0$ para todo campo vetorial tipo-luz k^a , então a área das seções transversais de \mathfrak{h} nunca decrescem com o tempo (como medido pelo parâmetro afim λ dos geradores do horizonte). Além disso, buracos negros estacionários, i.e., onde existe um campo de Killing ξ^a que é tipo-tempo em uma vizinhança de \mathcal{I}^+ , existe uma quantidade κ , chamada gravidade superficial e definida no horizonte de eventos pela equação

$$\nabla_a(\xi^b\xi_b) = -2\kappa\xi_a, \quad (5)$$

que é constante em \mathfrak{h} .² Aqui, ∇_a é a derivada covariante sem torção e compatível com a métrica g_{ab}

Para buracos negros estacionários, existe um campo de Killing χ^a normal à \mathfrak{h} . Em geral, $\chi^a \neq \xi^a$, o que implica que existe um campo de Killing tipo-espaço φ^a (com órbitas fechadas, descrevendo a simetria axial do buraco negro) tal que

$$\chi^a = \xi^a + \Omega_{\mathfrak{h}}\varphi^a. \quad (6)$$

Aqui, $\Omega_{\mathfrak{h}} \in \mathbb{R}$ é a velocidade angular do horizonte de eventos e ξ^a e φ^a são normalizados impondo que $\xi^a\xi_a \rightarrow_{\mathcal{I}^+} -1$ e que as órbitas de φ têm período 2π . Ao se analisar perturbações (em primeira ordem) de buracos negros estacionários, encontra-se uma identidade relacionando as variações de sua massa M , momento angular J , carga Q e área A_{BN} dada por [10, 23]

¹De maneira mais precisa, Hawking assumiu que o espaço-tempo é o que chamamos de fortemente assintoticamente preditivo no futuro, i.e., existe uma hipersuperfície tridimensional tipo-espaço Σ tal que $J^+(\Sigma) \cap J^-(\mathcal{I}^+) \subset D^+(\Sigma)$ e $\mathfrak{h} \cap J^+(\Sigma) \subset D^+(\Sigma)$, onde $J^\pm(\mathcal{O})$ são o futuro (+) e passado (-) causal de $\mathcal{O} \subset \mathcal{M}$ e $D^+(\mathcal{O})$ seu desenvolvimento de Cauchy futuro.

²Isso foi mostrado em [10] assumindo as equações de Einstein e a condição dominante para a energia.

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A_{\text{BN}} + \Omega_{\text{h}} \delta J + \Phi_{\text{h}} \delta Q, \quad (7)$$

onde Φ_{h} é o potencial elétrico no horizonte.

As propriedades acima definem as chamadas leis mecânicas dos buracos negros:

- *Lei zero:* Para um buraco negro estacionário, sua gravidade superficial κ é constante;
- *Primeira Lei:* Se M , J e Q são a massa, o momento angular e a carga do buraco negro, respectivamente, então

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A_{\text{BN}} + \Omega_{\text{h}} \delta J + \Phi_{\text{h}} \delta Q,$$

onde κ , Φ_{h} e Ω_{h} são a gravidade superficial, o potencial eletrostático e a velocidade angular, respectivamente, do buraco negro e A_{BN} é sua área;

- *Segunda Lei:* Sempre que a matéria satisfizer a condição nula de energia, a área do buraco negro nunca decresce com o tempo, i.e., $\delta A_{\text{BN}} \geq 0$.

As leis mecânicas sugerem que buracos negros se comportam como entidades termodinâmicas onde M seria sua energia, um múltiplo de κ sua temperatura e um múltiplo de A_{BN} sua entropia. No entanto, apesar de M ser, de fato, sua energia, o resto da analogia falha completamente no contexto clássico. Como buracos negros classicamente só podem absorver partículas e não emitem nada, a única temperatura razoável que podemos associar à um buraco negro seria $T_{\text{BN}} = 0$ [12]. A análise da possibilidade de um múltiplo de $S_{\text{BN}} \propto A_{\text{BN}}$ ser a entropia do buraco negro torna a analogia com termodinâmica ainda mais difícil. Se, de fato, buracos negros tivessem tal entropia, deveria valer a chamada segunda lei generalizada, que afirma que, se S_{m} é a entropia da matéria fora do buraco negro, a entropia total $S_{\text{gen}} \equiv S_{\text{BN}} + S_{\text{m}}$ nunca pode decrescer. No entanto, como vamos mostrar agora, isso não é verdade classicamente [17].

Suponha que, muito longe do buraco negro, colocamos matéria com energia E e entropia S dentro de uma caixa e a abaixemos a caixa lentamente usando uma corda até as vizinhanças do horizonte de eventos, onde abrimos a caixa e permitimos que a matéria caia no buraco negro. Ao

final do processo, voltamos a puxar a caixa vazia para o infinito. Como não foi produzida entropia no processo de descida da caixa, a variação da entropia da matéria fora do buraco negro é $\Delta S_{\text{m}} = -S$. Vamos agora calcular ΔS_{BN} . Para tanto, notemos que trabalho realizado pelo observador no infinito no processo de baixar a caixa é

$$W_{\infty} \equiv \int F_{\infty} dy = (1 - V)E,$$

onde y é a distância própria ao longo do caminho (que é sempre ao ortogonal às superfícies de $V \equiv \sqrt{-\xi^a \xi_a} = \text{cte.}$). Usando conservação de energia, a mudança na massa do buraco negro será dada por

$$\Delta M = E - W_{\infty} = VE. \quad (8)$$

Assumindo que $S_{\text{BN}} = \alpha A_{\text{BN}}$, com α sendo uma constante positiva, e usando a 1ª lei da mecânica dos buracos negros chegamos que

$$\Delta A_{\text{BN}} = \frac{8\pi}{\kappa} \Delta M = \frac{8\pi}{\kappa} VE \quad (9)$$

e, assim, $\Delta S_{\text{BN}} = (\alpha 8\pi/\kappa)VE$. Escolhendo a posição em que a matéria é liberada de tal forma que $\Delta S_{\text{gen}} = \Delta S_{\text{BN}} - S < 0$, (o que é sempre possível pois $V \rightarrow 0$ em h)³ violando a segunda lei generalizada.

No entanto, quando a mecânica quântica é levada em conta, temos uma mudança radical de perspectiva. Para entendermos tais repercussões, faremos uma breve descrição da quantização de campos em espaços-tempos curvos. Para mais detalhes, remetemos o leitor à Ref. [14] e referências contidas ali.

Considere, por simplicidade, um campo escalar livre real ϕ (embora o resultado valha para qualquer outro campo livre relativístico) definido em um espaço-tempo (\mathcal{M}, g_{ab}) globalmente hiperbólico.⁴ Em tais espaços-tempos existe uma hipersuperfície tipo-espaço Σ , chamada de superfície de Cauchy, com a propriedade de que podemos “prever” tudo que acontece no espaço-tempo (tanto no futuro quanto no passado de Σ), a partir de condições iniciais em Σ [20]. A dinâmica de tal campo é descrita pela ação

³É fácil ver isso no caso de Schwarzschild onde $V = \sqrt{1 - 2M/r}$.

⁴Ou seja, existe uma superfície de Cauchy Σ , i.e., $D(\Sigma) \equiv D^+(\Sigma) \cup D^-(\Sigma) = \mathcal{M}$.

$$S \equiv -\frac{1}{2} \int_{\mathcal{M}} \sqrt{-g} d^4x (\nabla_a \phi \nabla^a \phi + m^2 \phi^2), \quad (10)$$

onde $d^4x = dx^0 \cdots dx^3$, m a massa do campo e $g \equiv \det(g_{\mu\nu})$ em um sistema de coordenadas arbitrário $\{x^0, \dots, x^3\}$. A extremização da ação (10) resulta na equação de Klein-Gordon

$$(-\nabla^a \nabla_a + m^2)\phi = 0. \quad (11)$$

No processo de quantização canônica, o campo ϕ é promovido a um operador⁵ que satisfaz as relações canônicas de comutação (CCR), análogas às relações de comutação que posição X e momento P satisfazem em mecânica quântica usual, dadas por

$$[\phi(t, \mathbf{x}), \phi(t, \mathbf{x}')]_{\Sigma} = [\pi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')]_{\Sigma} = 0, \quad (12)$$

$$[\phi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')]_{\Sigma} = i\delta^3(\mathbf{x}, \mathbf{x}'), \quad (13)$$

onde $\mathbf{x} \equiv (x^1, x^2, x^3)$ são coordenadas espaciais em Σ e $\pi(x)$ é o momento conjugado definido por

$$\pi \equiv \frac{\delta S}{\delta \dot{\phi}}, \quad (14)$$

com “ \cdot ” $\equiv \partial_t$. Para acharmos uma representação das CCR, Eqs.(12) e (13), tomamos qualquer conjunto $\{u_j\}$ de soluções (complexas) da Eq.(11) que satisfaz: (i) $\langle u_i, u_j \rangle = \delta_{ij}$, (ii) $\langle \bar{u}_i, u_j \rangle = 0$ e (iii) $\{u_j\}$ junto com $\{\bar{u}_j\}$ formam um conjunto completo. Aqui,

$$\langle \psi_1, \psi_2 \rangle \equiv -i \int_{\Sigma} \sqrt{h} d^3\mathbf{x} n^a [\psi_2 \nabla_a \bar{\psi}_1 - \bar{\psi}_1 \nabla_a \psi_2], \quad (15)$$

é o produto interno de Klein-Gordon de duas soluções complexas ψ_1, ψ_2 da Eq (11) com h sendo o determinante da métrica induzida em Σ nas coordenadas $\{x^j\}$ e n^a a normal (unitária) à Σ e dirigida para o futuro. O operador campo é definido como

$$\phi(t, \mathbf{x}) \equiv \sum_j \left[u_j(t, \mathbf{x}) a(\bar{u}_j) + \bar{u}_j(t, \mathbf{x}) a^\dagger(u_j) \right] \quad (16)$$

onde $a(\bar{u})$ e $a^\dagger(v)$ são os operadores de aniquilação e criação associados com os modos $u \in \mathcal{H}$ e

⁵Rigorosamente, um operador que toma valores em distribuições.

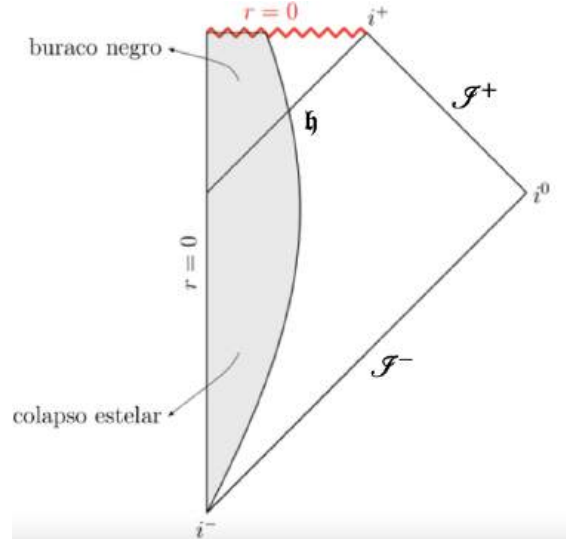


Figura 1: Colapso de uma estrela produzindo um buraco negro estático e esfericamente simétrico com massa M .

$v \in \mathcal{H}$, respectivamente, com \mathcal{H} sendo o espaço de Hilbert gerado por $\{u_j\}$. Eles satisfazem

$$[a(\bar{u}), a^\dagger(v)] = \langle u, v \rangle \mathbb{I}, \quad (17)$$

com \mathbb{I} sendo o operador identidade no espaço de estados do campo, que denotaremos por $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$. O estado de vácuo associado à essa representação é o vetor (normalizado) $|0\rangle \in \mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$ definido por $a(\bar{u})|0\rangle = 0$ para todo modo $u \in \mathcal{H}$. Vemos então que o espaço de Hilbert $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$, que descreve os estados do campo, é gerado pelo vácuo e por estados de n -excitações (que são construídos através da ação sucessiva de operadores criação no vácuo $|0\rangle$)⁶.

Vamos considerar o campo escalar quântico ϕ no espaço-tempo de uma estrela que colapsa formando um buraco negro (por simplicidade) estático e esfericamente simétrico com horizonte de eventos h , como mostrado na Fig. 1. Queremos descrever a situação em que observadores estacionários no passado assintótico “não veem partículas”. Assim, vamos tomar os modos $\{u_{\omega lm}^{in}\}$, $\omega > 0, l \in \mathbb{Z}_+$ e $m \in \mathbb{Z}$ com $-l \leq m \leq l$ para cada $l \in \mathbb{Z}_+$, de tal forma que no passado assintótico $u_{\omega lm}^{in} \sim e^{-i\omega t} / \sqrt{2\omega}$, com $\xi^a \nabla_a t = 1$ sendo o tempo de Killing associado ao campo de Killing ξ^a (tipo-tempo e unitário nas vizinhanças de \mathcal{I}^\pm). Portanto, $\{u_{\omega lm}^{in}\}$ são soluções da Eq. (11)

⁶De maneira mais rigorosa, $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H})$ é o chamado espaço de Fock simétrico $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}) \equiv \mathbb{C} \oplus_{n=1}^{\infty} (\otimes_s^n \mathcal{H})$.

no espaço-tempo em questão com

$$u_{\omega lm}^{in}|_{\mathcal{I}^-} \equiv \frac{1}{\sqrt{4\pi\omega}} e^{-i\omega v} Y_{lm}(\theta, \varphi), \quad (18)$$

onde (θ, φ) são coordenadas (angulares) esféricas, v é o parâmetro afim que descreve as geodésicas tipo-luz geradores de \mathcal{I}^- (nas vizinhança do infinito passado, $v \approx t+r$, com r sendo a coordenada radial usual). O vácuo da teoria, descrevendo a ausência de “partículas” como medido por observadores estacionários no passado assintótico, é o vetor $|0_{in}\rangle \in \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{in})$ tal que

$$a(\bar{u}_{\omega lm}^{in})|0_{in}\rangle = 0 \quad (19)$$

para todo ω, l, m .

Gostaríamos de mostrar como observadores no futuro assintótico descrevem tal estado $|0_{in}\rangle$. Para tanto, vamos definir um conjunto de modos $\{u_{\omega lm}^{out}\}$ naturalmente associados a tais observadores (e que descreverem o que eles definiriam como “partículas”). Assim, definimos $\{u_{\omega lm}^{out}\}$ são soluções da Eq. (11) com

$$u_{\omega lm}^{out}|_{\mathcal{I}^+} \equiv \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{4\pi\omega}} e^{-i\omega u} Y_{lm}(\theta, \varphi), & \text{em } \mathcal{I}^+ \\ 0 & \text{em } \mathfrak{h} \end{cases}, \quad (20)$$

onde u é o parâmetro afim que descreve as geodésicas tipo-luz geradores de \mathcal{I}^+ (nas vizinhanças de \mathcal{I}^+ , $u \approx t - r$). No entanto, devido a presença do buraco negro, existe uma probabilidade não nula de modos que vem de \mathcal{I}^- caírem no buraco negro ao invés de serem espalhados para \mathcal{I}^+ . Assim, devemos definir também uma base de modos $\{u_{\omega lm}^h\}$ que “caem” no buraco negro. Como estaremos interessados em observáveis medidos por observadores estacionários muito longe do buraco negro no futuro assintótico, a escolha exata de $\{u_{\omega lm}^h\}$ não é importante e é feita para simplificar os cálculos [14, 16].

Ao escrever o estado $|0_{in}\rangle$ em termos dos modos definidos em $\mathfrak{S} \equiv \mathcal{I}^+ \cup \mathfrak{h}$, i.e., em termos de uma base de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{S}}) = \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}}) \otimes \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$, chegamos em [14–16]

$$|0_{in}\rangle = \prod_{J \in \hat{J}} \left(C_J \sum_{n_J=0}^{\infty} e^{-\frac{\pi n_J \omega}{\kappa}} |n_J^{out}\rangle \otimes |n_J^h\rangle \right) \otimes |\Psi\rangle, \quad (21)$$

onde $J = (\omega, l, m)$, C_J é uma constante de normalização, $|n_J^s\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{n_J!}} [a^\dagger(u_J^s)]^{n_J} |0_s\rangle$, $s = out, h$, $n_J \in \mathbb{Z}_+$ e $|0_{out}\rangle$ é o estado de vácuo de como medido por observadores no futuro assintótico (i.e. é o vetor de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{S}})$ definido por $a(\bar{u}_{\omega lm}^{out})|0_{out}\rangle = a(\bar{u}_{\omega lm}^h)|0_{out}\rangle = 0$ para todo ω, l, m).

No estado (21), \hat{J} indica o conjunto dos números quânticos ω, l, m tal que os modos que vem de \mathcal{I}^- são ou completamente espalhados para \mathcal{I}^+ em tempos grandes ou completamente transmitidos para dentro do buraco negro. O estado $|\Psi\rangle$ contém os estados que são parcialmente espalhados/transmitidos (em tempos grandes) bem como partículas emitidas para o infinito durante os estágios iniciais do colapso da estrela. Portanto, vemos que enquanto observadores estacionários no passado veem vácuo, observadores estacionários no futuro veem partículas, com as partículas que escapam para o infinito emaranhadas com as “partículas” que “caem” no buraco negro.

Como estamos interessados no que observadores estacionários muito longe do buraco negro e assintoticamente no futuro podem medir, os observáveis que estamos interessado são da forma $A^{\mathfrak{S}} = \mathbb{I} \otimes A^{out}$, onde \mathbb{I} é a identidade em $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$ e A^{out} é um operador auto-adjunto em $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$. Se $|\psi\rangle$ é um estado arbitrário em $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{S}}) = \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}}) \otimes \mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$ é fácil ver que

$$\langle \psi | A^{\mathfrak{S}} | \psi \rangle = \text{tr}_{out}(\rho^{out} A^{out}), \quad (22)$$

com tr_{out} sendo o traço sobre operadores em $\mathfrak{F}(\mathcal{H}_{out})$ e

$$\rho^{out} \equiv \text{tr}_{\mathfrak{h}}|\psi\rangle\langle\psi| \equiv \sum_j |j\rangle\langle j|, \quad (23)$$

onde $\{|j\rangle_{\mathfrak{h}}\}$ é uma base ortonormal de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$. O operador ρ^{out} é a chamada matriz densidade reduzida de $|\psi\rangle$ obtida tomando o traço parcial (definido acima) nos graus de liberdade de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$. Ela guarda toda informação acessível quando estamos restritos a medições sobre o sub-sistema out . Note que se escrevermos

$$|\psi\rangle = \sum_{i,j} c_{ij} |i\rangle_{\mathfrak{h}} \otimes |j\rangle_{out} \quad (24)$$

em termos das bases ortonormais $\{|j\rangle_{out}\}$ e $\{|i\rangle_{\mathfrak{h}}\}$ de $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{out})$ e $\mathfrak{F}_s(\mathcal{H}_{\mathfrak{h}})$, respectivamente, então

$$\rho^{out} = \sum_{i,j} \left(\sum_k c_{ik} \bar{c}_{jk} \right) |i\rangle_{out} \langle j|. \quad (25)$$

Para descrevermos como observadores muito longe do buraco negro e assintoticamente no futuro vão ver o estado $|0_{in}\rangle$, devemos tomar o traço parcial do estado descrito na Eq. (21) em todos os modos exceto os descritos por $J = (\omega, l, m)$ em \hat{J} . Assim, teremos

$$\rho_H^{out} = \prod_{J \in \hat{J}} \left(C_J^2 \sum_{n_J} e^{-\frac{2\pi n_J \omega}{\kappa}} |n_J^{out}\rangle \langle n_J^{out}| \right), \quad (26)$$

que é a matriz densidade que descreve um estado térmico com temperatura $T_H = \kappa/2\pi$, como medido por observadores estacionários muito longe do buraco negro no futuro assintótico. Como no caso que estamos tratando $\kappa = 1/4M$, onde M é a massa do buraco negro, temos que a temperatura da radiação Hawking emitida pelo buraco negro é [13]

$$T_H = \frac{1}{8\pi M}. \quad (27)$$

Vemos então que buracos negros, de fato, possuem uma temperatura proporcional à sua gravidade superficial com constante de proporcionalidade dada por $1/2\pi$, o que implicaria que eles teriam uma entropia dada por

$$S_{BN} = \frac{1}{4} A_{BN}. \quad (28)$$

No entanto, como vimos, classicamente conseguimos violar a segunda lei (generalizada) inviabilizando a interpretação da Eq. (28) como entropia. Mas, assim como a mecânica quântica dá uma temperatura ao buraco negro, ela permitirá a interpretação de S_{BN} como sendo sua entropia. Como mostrado por Unruh e Wald em [17], a existência da radiação Hawking produz uma força de empuxo na caixa que estamos baixando em direção ao buraco negro. Tal empuxo implicará que o ponto onde se joga menos energia para o buraco negro (minimizando a variação de sua área) não pode ser arbitrariamente próximo ao horizonte mas sim, no ponto de flutuação (onde o empuxo se iguala à “força peso” da caixa). Assim a variação mínima para a área será dada por [17]

$$\Delta A_{\mathfrak{h}}^{\min} = 4S, \quad (29)$$

lembrado que S é a entropia contida na caixa e, portanto, a variação da entropia generalizada sempre vai satisfazer

$$\Delta S_{\text{gen}} \geq -S + \Delta A_{\mathfrak{h}}^{\min}/4 = 0. \quad (30)$$

Atualmente, a segunda lei generalizada foi demonstrada ser satisfeita em contextos semiclássicos sob condições bem gerais. Para mais detalhes, ver [18, 19] bem como suas referências.

Uma das consequências mais impressionantes do efeito Hawking é o processo resultante de evaporação do buraco negro. Para ver isso, notemos que na região fora da estrela em colapso temos uma corrente conservada $j^a \equiv -\langle T_{ab} \rangle_{in} \xi^a$, onde $\langle T_{ab} \rangle_{in} \equiv \langle 0_{in} | T_{ab} | 0_{in} \rangle$ e T_{ab} é o tensor energia-momento que descreve o campo quântico ϕ (tal corrente conservada resulta na conservação da energia, como medida por observadores estacionários longe do buraco negro). Nas vizinhanças de \mathcal{I}^+ no futuro assintótico existirá, por conta do efeito Hawking, um fluxo positivo de energia dado por (após o processo usual de renormalização)

$$\mathcal{F} = \frac{\mathfrak{f}}{M^2}, \quad (31)$$

com $\mathfrak{f} \sim 1$ em unidades de Planck (seu valor pode ser estimado via lei de Stefan-Boltzmann [14]). Como j^a é conservada, deve existir um fluxo de igual magnitude porém negativo atravessando o horizonte \mathfrak{h} . Portanto, efeitos de retro-ação do campo no espaço-tempo farão com que o buraco negro perca massa. Em outras palavras, a emissão da radiação térmica para o infinito ocorrerá às custas da massa do buraco negro. Sendo assim,

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{\mathfrak{f}}{M^2} \quad (32)$$

o que implica que

$$M(t) = (M^3 - 3\mathfrak{f}t)^{1/3}. \quad (33)$$

Como consequência, encontramos que um buraco negro deve “evaporar” completamente dentro de um tempo finito $t_e = M^3/3\mathfrak{f}$. Um possível diagrama espaço-temporal de tal processo é mostrado na Fig. 2. Como a física na escala de Planck é ainda desconhecida, o processo de evaporação total do buraco negro é apenas uma das possibilidades (como veremos na Seção 4).

3 Perda de informação em buracos negros

Dos resultados da Seção 2, vemos que se o buraco negro evaporar completamente, o estado ini-

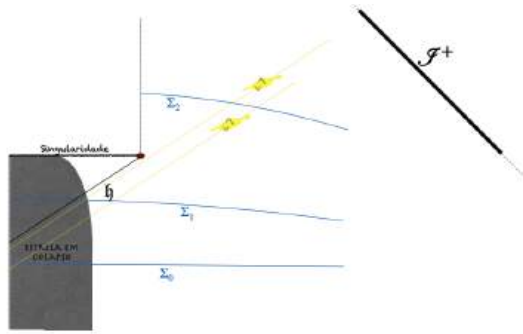


Figura 2: Processo de evaporação total do buraco negro devido a emissão de radiação Hawking (em amarelo). As hipersuperfícies espaciais Σ_t , $t = 0, 1, 2$ representam diferentes “instantâneos de tempo”. As coordenadas foram escolhidas de tal forma que raios de luz formem 45° com a horizontal.

cial puro $|0_{in}\rangle$ evoluirá, e.g., na superfície Σ_2 na Fig. 2, para um estado misto (que descreve radiação térmica). Isso levará a uma evolução não unitária que foi chamada (erradamente) de paradoxo da perda de informação em buracos negros. Nessa seção, vamos discutir como isso não é um paradoxo (mas, de fato, uma previsão da teoria) e como tal fato se manifesta em três contextos: (A) hiperbolicidade global e evolução não-unitária, (B) dogma central, entropia e o tempo de Page e (C) monogamia do emaranhamento (e *firewalls*).

3.1 Hiperbolicidade global e evolução não-unitária

A evolução não-unitária $|0_{in}\rangle \rightarrow_{\mathcal{E}} \rho_H^{out}$ leva a uma perda de coerência quântica que muitos chamaram de uma quebra fundamental das leis da mecânica quântica. Mas será que isso é verdade?

O que mecânica quântica afirma é que, em sistemas fechados, a evolução deve ser sempre unitária. De maneira um pouco mais precisa, ela afirma que dado um estado inicial $|\psi_1\rangle$ em uma superfície de Cauchy Σ_{t_1} , o estado em uma superfície de Cauchy Σ_{t_2} no futuro de Σ_{t_1} deve ser puro e a evolução

$$|\psi_1\rangle \rightarrow_U |\psi_2\rangle$$

deve ser unitária (veja a Fig. 3). Suponha, no entanto, que não temos acesso à uma certa região do espaço (região em preto da Fig. 4). Isso faz com que a superfície Σ_{t_2} (parte azul) não seja de Cauchy (já que não conseguimos prever o que

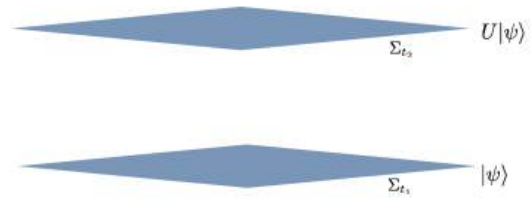


Figura 3: Evolução de estados entre duas superfícies de Cauchy deve ser unitária.

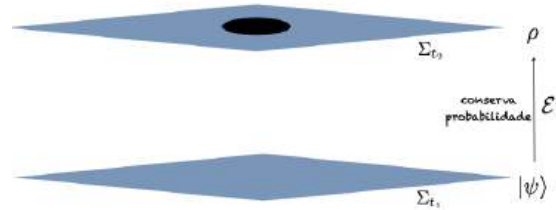


Figura 4: Evolução de estados entre uma superfície de Cauchy Σ_{t_1} e outra superfície (região azul de Σ_{t_2}) que não é de Cauchy. A mecânica quântica prediz que tal evolução não será unitária, embora conserve probabilidade.

acontece no futuro e passado causais da região preta somente sabendo as condições iniciais na região azul). Assim, é uma previsão de mecânica quântica que a evolução $|0_{in}\rangle \rightarrow_{\mathcal{E}} \rho_H^{out}$ não será unitária mas conservará probabilidade (o que mantém a teoria completamente preditiva). Isso é um fato bem conhecido em informação quântica, sistemas abertos (no exemplo, por conta da região em preto) evoluem não-unitariamente [24].

Note agora que essa é exatamente a situação que ocorre na descrição semiclássica do processo de evaporação do buraco negro, Fig. 2. Apesar de Σ_0 ser uma boa superfície de valores iniciais (i.e., podemos prever o que acontece no futuro e passado dela a partir de dados iniciais nela),⁷ a superfície Σ_2 , que descreve um “instante de tempo” após a evaporação completa do buraco negro não é uma superfície de Cauchy (de fato, não podemos prever nem o que acontece somente fora do buraco negro a partir de dados iniciais nela).

Portanto, é uma previsão de mecânica quântica que a evolução dos estados entre Σ_0 e Σ_2

⁷Como o espaço-tempo em questão não é globalmente hiperbólico [25], ele não admite nenhuma superfície de Cauchy. Para um processo de evaporação onde o espaço-tempo resultante é globalmente hiperbólico veja [26].

deva ser não unitária. Podemos pensar que o buraco negro (em particular, a singularidade em seu interior) torna o sistema aberto. Assim, não há nada paradoxal no processo de perda de informação na evaporação do buraco negro. Note que estamos usando mecânica quântica e relatividade geral em regiões onde ambas devem ser válidas (i.e., longe da escala de Planck—que descreve as vizinhanças da singularidade e o ponto final de evaporação). Isso, na verdade, torna muito difícil achar alternativas fisicamente viáveis a esse processo de perda de informação [27]. Falaremos mais disso na Seção 4.

3.2 O dogma central: entropia e o tempo de Page

Embora, como mostrado na Seção 3.1, não exista nenhum paradoxo com o processo de perda de informação em buracos negros, isso não foi suficiente para convencer toda a comunidade de que não há nada de fundamentalmente errado nesse processo. De maneira geral, a comunidade hoje se divide em dois grandes grupos [28]. O primeiro, que entre seus defensores estão Maldacena [29], Preskill [30], entre outros [31], continua vendo a perda de informação como paradoxal quando se tenta descrever buracos negros como se fossem sistemas termodinâmicos normais, uma abordagem que ficou conhecida como “o dogma central” [29]. Em tal abordagem, um buraco negro evaporando não seria (fundamentalmente) diferente de um pedaço de carvão quente. O outro grupo, que contém pesquisadores como Hawking [32], Wald [14], Unruh [27, 33], Penrose [34] (pp. 840-841), entre outros [26] (incluindo o autor desse artigo), é composto por céticos do “dogma central” e que veem o processo de evaporação do buraco negro com perda de informação como uma predição de mecânica quântica e relatividade.

Os apoiadores do “dogma central” gostariam que toda a informação (para cada superfície Σ_t) esteja totalmente acessível a observadores externos ao buraco negro. Considere uma sucessão de superfícies Σ_t que cruzam o horizonte de eventos (como Σ_1 na Fig. 2). Se aceitarmos o “dogma central”, o buraco negro é descrito como um sistema quântico comum cujos estados são definidos em um espaço de Hilbert \mathcal{H}_{BH} (de dimensão $2^{S_{BH}}$, já que nesse caso a sua entropia descreve-

ria o número de graus de liberdade dele). Como o buraco negro está emitindo radiação Hawking e a evolução total seria unitária, a cada instante Σ_t , o estado do buraco negro e da radiação Hawking são descritos por um estado puro $|\psi_{tot}(t)\rangle \in \mathcal{H}_{BH} \otimes \mathcal{H}_{rad}^t$, onde \mathcal{H}_{rad}^t , com $\dim \mathcal{H}_{rad}^t \equiv 2^{N_{rad}(t)}$, é o espaço de Hilbert que descreve a radiação Hawking. Assim, é um resultado bem conhecido de mecânica quântica que

$$S^{vN}(\text{BH}) = S^{vN}(\text{rad}) \leq \log_2 K, \quad (34)$$

onde $S(X)$, $X = \{\text{BH}, \text{rad}\}$, é a entropia de von Neumann,

$$S^{vN}(X) \equiv -\text{tr}_X(\rho^X \log \rho^X), \quad (35)$$

do estado ρ^X e $K \equiv \min(2^{S_{BH}}, 2^{N_{rad}(t)})$.

Sabemos que $S_{BH} = A_{BH}/4$ e que $N_{rad}(t)$ cresce de forma constante com o tempo a partir de zero (pois a cada instante, uma nova partícula Hawking é emitida). Portanto, no início, $\log_2 K = N_{rad}$ e, eventualmente, $S_{BH}(t_P) = N_{rad}(t_P)$ e a partir daí temos $\log_2 K = S_{BH} = A(t)/4$, que diminui para zero à medida que o buraco negro evapora. O instante de tempo t_P é o chamada tempo de Page [35, 36] e ele é o instante a partir do qual a informação do que caiu no buraco negro começaria a ficar acessível aos observadores fora dele (comportamento análogo ao de um pedaço de carvão quente).

Nesse contexto, os apoiadores do “dogma central” afirmam que uma situação paradoxal irá surgir (apesar do buraco negro ainda estar em uma configuração macroscópica, onde a descrição semiclássica deveria valer) assumindo que a radiação Hawking não contém a informação do que caiu no buraco negro.

Seja Σ_t^{in} , com t sendo o tempo próprio visto por observadores estáticos no infinito assintótico, aumentando para o futuro, a interseção de Σ_t com o buraco negro e $\Sigma_t^{out} \equiv \Sigma_t \setminus \Sigma_t^{in}$. Então, se traçarmos os graus de liberdade dos campos quânticos na região Σ_t^{in} (resp., Σ_t^{out}) leva a um estado $\hat{\rho}_{out}(t)$ ($\hat{\rho}_{in}(t)$), cuja entropia de von Neumann correspondente denotamos por $S_{out}^{vN}(t)$ ($S_{in}^{vN}(t)$). Como o estado total dos campos é puro, temos

[analogamente à Eq.(34)] que⁸

$$S_{out}^{vN}(t) = S_{in}^{vN}(t) \quad (36)$$

Se a radiação Hawking não carrega toda a informação que cai no buraco negro, ela será descrita por um estado (misto) térmico e então

$$S_{out}^{vN}(t) \text{ é uma função de } t \text{ estritamente crescente,} \quad (37)$$

com $S_{out}^{vN}(t) = S_{rad}(t)$, onde $S_{rad}(t)$ é a entropia do estado térmico (26). Além disso, sempre que uma entropia termodinâmica S^{therm} puder ser definida, espera-se que ela forneça um limite superior para a entropia de von Neumann

$$S^{vN} \leq S^{therm}. \quad (38)$$

Agora, identificando a entropia do buraco negro com a de $\hat{\rho}_{in}$ na região Σ_t^{in} temos, da Eq. (38), que

$$S_{in}^{vN}(t) \leq S_{BN}^{therm}(t) \equiv A_{BN}(t)/4, \quad (39)$$

onde $S_{BN}^{therm}(t)$ é a entropia termodinâmica do buraco negro, dado pela Eq. (28), com $A_{BN}(t)$ sendo a área do horizonte de eventos em Σ_t .

Claramente temos uma tensão entre as Eqs. (36), (37) e (39), onde uma função estritamente crescente, $S_{out}^{vN}(t)$, está sendo limitada superiormente por uma função (possivelmente decrescente) $A_{BN}(t)/4$. Esse é o argumento central para os seguidores do "dogma central" argumentarem que há um "paradoxo" na perda de informação em contextos semiclássicos e que a Eq. (37) deva ser violada após algum instante de tempo (i.e., a radiação Hawking deve eventualmente carregar toda a informação que caiu no buraco negro, "purificando" o estado $\hat{\rho}_{out}(t)$ para tempos t suficientemente longos (onde $A_{BN}(t) \rightarrow 0$).

Note, no entanto, que o "dogma central" está incorporado no raciocínio acima (e portanto ele não serve como argumento contra a perda de informação no regime semiclássico, que explicitamente não impõe tal restrição). Para chegarmos

⁸Após regularização adequada, para controlar divergências provenientes dos infinitos graus de liberdade, e renormalização. Para mais detalhes, veja Refs. [37, 38] e referências nelas contidas.

na Eq. (39) foi usada a suposição de que o buraco negro se comporta como um sistema quântico "normal" com $2^{S_{BN}}$ graus de liberdade e entropia termodinâmica S_{BN} . Apesar de tal hipótese parecer inofensiva, ela vai contra a própria motivação que levou à fórmula $S_{BN} = A/4$ [26]. Ao contrário de uma "caixa preta" que esconde um sistema quântico normal, o horizonte de eventos serve como um limite causal que separa os graus de liberdade dos campos que escapam para o infinito nulo futuro \mathcal{I}^+ (descrevendo a radiação Hawking) e os graus de liberdade dos campos que caem no buraco negro [que estão emaranhados com aqueles que se propagam para \mathcal{I}^+ , como pode ser visto na Eq. (21)]. Assim, ao contrário da "caixa preta", o horizonte de eventos de buracos negros, sendo uma entidade geométrica física e dinâmica, "denunciaria" qualquer tentativa de esconder graus de liberdade dentro dele alterando sua área (que é o conteúdo físico da primeira lei mecânica dos buracos negros descrita na Seção 2).

Dessa forma, a situação paradoxal construída acima é evitada não devido ao "vazamento" de informações do buraco negro [ou seja, violação de (37)], mas porque S_{in}^{vN} (que não tem nada a ver com a entropia do buraco negro segundo observadores externos) não precisa satisfazer a Eq. (39).

De fato, na análise semiclássica, a Eq. (37) é o que mantém a descrição física consistente, pois garante que a segunda lei generalizada seja satisfeita. Como mostrado por Zurek em [39], onde ele levou em consideração a estrutura detalhada da matriz de densidade completa (26) que descreve a radiação Hawking (bem como termos extras que incluem fatores de corpo cinza), as variações dS_{out} da entropia da radiação emitida e dS_{BN} da entropia do buraco negro satisfazem

$$\left| \frac{dS_{out}}{dS_{BN}} \right| \equiv R \gtrsim 1, \quad (40)$$

garantindo a validade da segunda lei generalizada e a consistência da descrição semiclássica do processo de evaporação do buraco negro.

3.3 Monogamia do emaranhamento (e firewalls)

Como vimos, o processo de evaporação de buracos negros levando consigo parte da informação inicial contida no sistema é uma possibilidade

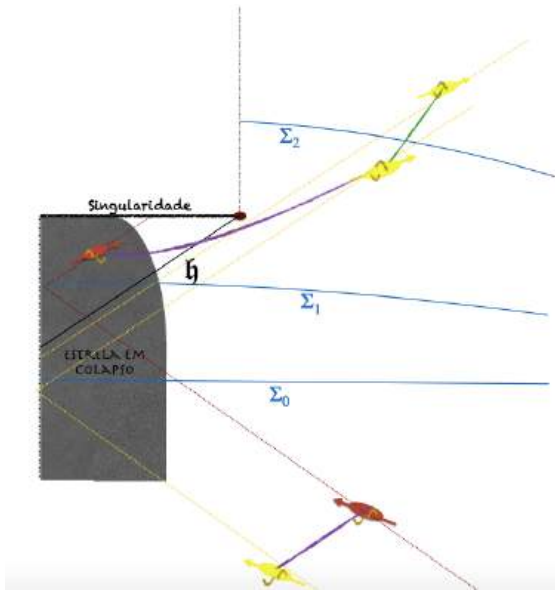


Figura 5: Diagrama ilustrando o processo de evaporação do buraco negro supondo que a radiação Hawking carrega a informação do que caiu no buraco negro. Assim, além da correlação (emaranhamento) entre os modos que escapam para o infinito e os que caem no buraco negro (ilustrado pela linha roxa), existe emaranhamento entre os modos da radiação Hawking emitidos em diferentes instantes (ilustrado pela linha azul). Aqui, assumimos que o buraco negro é suficientemente grande (de tal forma que $M \gg m_P$, com m_P sendo a massa de Planck).

viável (no regime semiclássico) e não há nenhum paradoxo associado a esse processo. Vamos argumentar agora que, na verdade, essa seria a possibilidade mais conservadora, já que obrigar que a informação volte em correlações sutis na radiação Hawking (como aconteceria com um pedaço de carvão queimando), levaria a violações da mecânica quântica e da relatividade geral em escalas que estariam dentro dos seus limites de validade.

Para tanto, vamos assumir que o buraco negro tem uma massa $M \gg m_P$, com m_P sendo a massa de Planck. Assim, temos um buraco negro macroscópico com curvatura $R^{(4)} \ll 1/l_P^2$, l_P sendo a distância de Planck, nas vizinhanças do horizonte de eventos. Vamos fazer agora as seguintes hipóteses:

- F1) A aproximação semiclássica é válida no horizonte e em toda a região fora do buraco negro.
- F2) Nada de especial ocorre com observadores cruzando o horizonte de eventos.
- F3) A evolução de estados fora do buraco negro

é unitária.

Como o buraco negro é macroscópico, estamos em escalas que a relatividade geral e a mecânica quântica devem ser válidas (já que ambas são bem testadas em laboratório em tais escalas). Assim, a única hipótese extra que foi, de fato, feita é a hipótese F3.

Dado um sistema quântico formado por sub-sistemas A, B e C , existe uma identidade cinemática em mecânica quântica (i.e., só depende do fato de que estados são descritos por vetores ou matrizes densidade definidos em espaços de Hilbert) chamada desigualdade da sub-aditividade forte [40]

$$S(A + B) + S(B + C) \geq S(A) + S(C), \quad (41)$$

onde $S(X)$ é a entropia de von Neumann associada ao sub-sistema $X = A, B, C$. Uma das consequências de tal desigualdade é a chamada monogamia do emaranhamento. Tal propriedade afirma que se A está maximamente emaranhado com B então B não pode estar emaranhado com C .

É possível mostrar, no entanto, que ao fazer as hipóteses F1-F3 violamos a desigualdade (41). Os detalhes da demonstração estão além do escopo dessa revisão, mas podem ser encontrados em [28]. No entanto, é fácil ver a origem do problema a partir da monogamia do emaranhamento. Se vale a aproximação semiclássica, então os pares de modos que escapam para o infinito (gerando a radiação Hawking) e que caem no buraco negro estão emaranhados [veja a Eq. (21)]. Agora, a hipótese F3 implica que os modos da radiação Hawking emitidos no começo do processo de evaporação devem estar emaranhados com os modos emitidos mais tarde (veja a Fig. 5). No entanto, por conta da monogamia do emaranhamento isso é impossível. Já que o buraco negro é macroscópico, vale a dedução que fizemos do efeito Hawking e, com isso, os modos que escapam para o infinito e os que caem no buraco negro devem estar emaranhados. Logo, os modos da radiação Hawking não podem estar emaranhados.

O argumento acima deveria ser visto como uma demonstração por absurdo que, supondo que não violamos a mecânica quântica (e a relatividade geral) dentro dos seus limites de validade, a evolução fora do buraco negro não pode ser unitária (e

portanto, o processo de perda de informação seria inevitável—ao menos na descrição semiclássica do processo). Infelizmente, isso não foi o que aconteceu. Para preservar (o ato de fé) que a evolução fora do buraco negro deva ser unitária, muitos pesquisadores argumentaram que o horizonte de eventos deve ter um comportamento singular (os chamados *firewalls* [41]) que quebrariam o emaranhamento entre os modos que entram no buraco negro e os que escapam para o infinito previstos pelo efeito Hawking, em uma clara violação das leis da mecânica quântica e relatividade geral.⁹

4 Alternativas para a perda de informação

O processo de formação do buraco negro e a subsequente evaporação em radiação térmica, como sugerido por argumentos semiclássicos, não violam nenhum princípio físico (ainda que boa parte da informação acabe se perdendo na singularidade do buraco negro). Espera-se no entanto, que uma teoria de gravitação quântica nos permita descrever a física perto da escala de Planck, o que pode modificar o quadro semiclássico.

Na seção anterior, vimos uma alternativa à perda de informação: que a informação volta em correlações na radiação Hawking de tal forma a tornar a evolução fora do buraco negro unitária. No entanto, vimos que isso deve gerar desvios da mecânica quântica e da relatividade geral em escalas onde sabemos que elas valem. Assim, nessa seção, vamos descrever brevemente algumas outras alternativas à perda de informação baseada em diferentes hipóteses sobre a física na escala de Planck.

Uma primeira alternativa é que, por conta de efeitos de gravitação quântica, o processo de evaporação do buraco negro pare quando ele atingir a escala de Planck. Assim teríamos um remanescente do buraco negro com a escala de Planck [30, 42]. Os graus de liberdade de tal remanescente estariam então emaranhados com a radiação Hawking emitida, preservando a informação. Como os desvios das previsões semiclássicas ocorrem somente na escala de Planck (onde é esperado que isso possa acontecer), não a nada de radical

com essa alternativa. No entanto, existem algumas dificuldades que devem ser contornadas para que ela possa vir a ser uma alternativa viável. Primeiramente o remanescente tem que ser tal que a informação dentro do seu interior possa ser acessada por observadores fora dele (caso contrário, a informação estaria perdida para todos os propósitos práticos, fazendo com que o estado fora seja sempre misto). A segunda dificuldade está relacionada com a entropia de tais remanescentes. Se, como os crentes no “dogma central” acreditam, $2^{S_{\text{BN}}}$ mede seu número de graus de liberdade internos ao buraco negro, ao chegar na escala de Planck (onde, nas unidades que estamos usando $A_{\text{BN}} \sim 1$) produzindo o remanescente, este deverá ter uma entropia $S_{\text{rem}} \sim 1$. No entanto, para que o estado total seja puro, deveríamos ter um número arbitrariamente grande de graus de liberdades internos ao remanescente para poderem estar correlacionados com a radiação Hawking emitida.

Uma segunda alternativa à perda de informação seria que toda a informação voltaria na “explosão final” do processo de evaporação. Como, novamente, desvios da teoria semiclássica ocorreriam apenas na escala de Planck essa seria uma opção viável. Uma questão a ser levantada, no entanto, é se é possível transmitir quantidades arbitrariamente grandes de informação sem a necessidade de uma quantidade correspondentemente grande de energia. Essa é uma questão de pesquisa atualmente [43–45].

Uma terceira alternativa proposta para evitar a perda de informação é que, por algum efeito quântico, o buraco negro nunca se forma. Nesse caso seria formada uma estrutura sem horizonte de eventos (como, e.g., os chamados *fuzzballs* [46]). Essa, no entanto, pode ser considerado uma alternativa radical pois exigiria que mecânica quântica e relatividade geral falhassem nos regimes usuais para buracos negros macroscópicos levando, entre outras coisas, à violações de causalidade, energia e momento [27].

5 Conclusão

Nesse artigo, revisamos o processo de formação e subsequente evaporação do buraco negro por emissão de radiação Hawking, dando ênfase

⁹Note também a grosseira violação de causalidade que a hipótese dos *firewalls* produz, já que para sabermos onde está o horizonte de eventos em um dado instante devemos antes conhecer todo o espaço-tempo.

no destino da informação que caiu nele. Vimos que não há nada paradoxal no processo de perda de informação. De fato, a alternativa da informação voltar na radiação Hawking mantendo a informação acessível para observadores fora do buraco negro exige desvios da mecânica quântica e relatividade geral dentro dos seus limites de validade. Como a física na escala de Planck é ainda desconhecida, é esperado poder haver desvios da descrição semiclássica em tal escala. Assim, discutimos algumas alternativas à perda de informação dependendo de diferentes hipóteses sobre a física na escala de Planck bem como alguns de seus prós e contras.

Apesar do que muitos inicialmente acreditavam, o processo de evaporação completa do buraco negro levando consigo (parte) da informação inicial do sistema não só é uma alternativa viável como talvez a mais conservadora já que ela deve ser vista como uma previsão da teoria semiclássica em regimes onde seus ingredientes básicos, relatividade geral e mecânica quântica, devem valer.

Agradecimentos

A.L. gostaria de agradecer aos Professores George Matsas e Daniel Vanzella pelas inúmeras discussões sobre buracos negros e informação ao longo dos anos.

Sobre os autores

André G. S. Landulfo (andre.landulfo@ufabc.edu.br) é Bacharel em Física pela Universidade de São Paulo (USP) e doutor em Física pelo Instituto de Física Teórica (IFT/UNESP). Atualmente é professor adjunto no Centro de Ciências Naturais e Humanas (CCNH) da Universidade Federal do ABC (UFABC). Seus principais interesses de pesquisa incluem Relatividade Geral, Teoria Quântica de Campos em Espaços-Tempos Curvos e Aspectos Relativísticos da Teoria da Informação Quântica.

Referências

- [1] A. G. S. Landulfo, G. E. A. Matsas e D. A. T. Vanzella, *Buracos negros: Rompendo os limites da ficção* (Editora da UNESP, São Paulo, 2021).
- [2] A. Einstein, *Die Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin **1915**, 844 (1915).
- [3] K. Schwarzschild, *Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie*, Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften **7**, 189 (1916).
- [4] A. Einstein, *On a Stationary System with Spherical Symmetry Consisting of Many Gravitating Masses*, The Annals of Mathematics **40**(4), 922 (1939).
- [5] J. R. Oppenheimer e H. Snyder, *On Continued Gravitational Contraction*, *Physical Review* **56**(5), 455 (1939).
- [6] S. Chandrasekhar, *The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs*, *Astrophysical Journal* **74**, 81 (1931).
- [7] B. L. Webster e P. Murdin, *Cygnus X-1—a Spectroscopic Binary with a Heavy Companion?*, *Nature* **235**, 37 (1972).
- [8] R. Penrose, *Gravitational Collapse and Space-Time Singularities*, *Physical Review Letters* **14**(3), 57 (1965).
- [9] S. W. Hawking, *Black holes in general relativity*, *Communications in Mathematical Physics* **25**(2), 152 (1972).
- [10] J. M. Bardeen, B. Carter e S. W. Hawking, *The Four Laws of Black Hole Mechanics*, *Communications in Mathematical Physics* **31**(2), 161 (1973).
- [11] J. D. Bekenstein, *Black Holes and Entropy*, *Physical Review D* **7**(8), 2333 (1973).
- [12] R. M. Wald, *The Thermodynamics of Black Holes*, *Living Reviews in Relativity* **4**, 6 (2001).

- [13] S. W. Hawking, *Black hole explosions?*, *Nature* **248**(5443), 30 (1974).
- [14] R. M. Wald, *Quantum Field Theory in Curved Spacetime and Black Hole Thermodynamics* (University of Chicago Press, Chicago, 1994).
- [15] S. W. Hawking, *Particle Creation by Black Holes*, *Communications in Mathematical Physics* **43**(3), 199 (1975).
- [16] R. M. Wald, *On Particle Creation by Black Holes*, *Communications in Mathematical Physics* **45**(1), 9 (1975).
- [17] W. G. Unruh e R. M. Wald, *Acceleration radiation and the generalized second law of thermodynamics*, *Physical Review D* **25**(4), 942 (1982).
- [18] A. C. Wall, *Ten proofs of the generalized second law*, *Journal of High Energy Physics* **2009**(06), 021 (2009).
- [19] A. C. Wall, *The Generalized Second Law implies a Quantum Singularity Theorem*, *Classical and Quantum Gravity* **30**(16), 165003 (2013).
- [20] R. M. Wald, *General Relativity* (University of Chicago Press, Chicago, 1984).
- [21] S. W. Hawking e G. F. R. Ellis, *The Large Scale Structure of Space-Time* (Cambridge University Press, Cambridge, 1973).
- [22] R. Penrose, *Structure of Spacetime*, in *Battelle Rencontres*, editado por C. M. DeWitt e J. A. Wheeler (W. A. Benjamin Inc., New York, 1968), 121–235.
- [23] V. Iyer e R. M. Wald, *Some properties of Noether charge and a proposal for dynamical black hole entropy*, *Physical Review D* **50**(2), 846 (1994).
- [24] M. M. Wilde, *Quantum Information Theory* (Cambridge University Press, Cambridge, 2013).
- [25] R. M. Wald, *Black holes, singularities, and predictability*, in *Quantum Theory of Gravity – Essays in honor of the 60th birthday of B. S. DeWitt* (Adam Hilger, Bristol, 1984).
- [26] J. V. O. Pêgas et al., *Globally hyperbolic evaporating black hole and the information loss issue*, *Class. Quant. Grav.* **42**(6), 065009 (2025). [ArXiv:2402.19140](#).
- [27] W. G. Unruh e R. M. Wald, *Information loss*, *Reports on Progress in Physics* **80**(9), 092002 (2017).
- [28] S. D. Mathur, *The information paradox: A pedagogical introduction*, *Classical and Quantum Gravity* **26**(22), 224001 (2009).
- [29] A. Almheiri et al., *The entropy of Hawking radiation*, *Reviews of Modern Physics* **93**(3), 035002 (2021).
- [30] J. Preskill, *Do black holes destroy information?*, in *International Symposium on Black holes, Membranes, Wormholes and Superstrings* (1992). [ArXiv:hep-th/9209058](#).
- [31] D. Wallace, *Why Black Hole Information Loss is Paradoxical* (2020), 209–236. [ArXiv:1710.03783](#).
- [32] S. W. Hawking, *Breakdown of predictability in gravitational collapse*, *Physical Review D* **14**(10), 2460 (1976).
- [33] W. G. Unruh e R. M. Wald, *Evolution laws taking pure states to mixed states in quantum field theory*, *Physical Review D* **52**(4), 2176 (1995).
- [34] R. Penrose, *The Road to Reality: A Complete Guide to the Laws of the Universe* (Jonathan Cape, London, 2004).
- [35] D. N. Page, *Information in black hole radiation*, *Physical Review Letters* **71**(23), 3743 (1993).
- [36] D. N. Page, *Time dependence of Hawking radiation entropy*, *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* **2013**(09), 028 (2013).
- [37] H. Casini e M. Huerta, *Lectures on entanglement in quantum field theory*, [arXiv preprint \(2022\)](#). [ArXiv:2201.13310](#).
- [38] R. Bousso et al., *Quantum focusing conjecture*, *Physical Review D* **93**(6), 064044 (2016).

- [39] W. H. Zurek, *Entropy evaporated by a black hole*, [Physical Review Letters](#) **49**(25), 1683 (1982).
- [40] E. H. Lieb e M. B. Ruskai, *Proof of the strong subadditivity of quantum-mechanical entropy*, [Journal of Mathematical Physics](#) **14**(12), 1938 (1973).
- [41] A. Almheiri et al., *Black holes: complementarity or firewalls?*, [Journal of High Energy Physics](#) **02**, 062 (2013).
- [42] S. B. Giddings, *Black hole and massive remnants*, [Physical Review D](#) **46**(4), 1347 (1992).
- [43] I. B. Barcellos e A. G. S. Landulfo, *Relativistic quantum communication: Energy cost and channel capacities*, [Phys. Rev. D](#) **104**(10), 105018 (2021). [ArXiv:2109.13896](#).
- [44] R. M. Wald, *Particle and energy cost of entanglement of Hawking radiation with the final vacuum state*, [Phys. Rev. D](#) **100**, 065019 (2019).
- [45] M. Hotta, R. Schützhold e W. G. Unruh, *Partner particles for moving mirror radiation and black hole evaporation*, [Physical Review D](#) **91**(12), 124060 (2015).
- [46] S. D. Mathur, *The fuzzball proposal for black holes: An elementary review*, [Fortschritte der Physik](#) **53**(7-8), 793 (2005).

O problema do tempo na gravitação e cosmologia quânticas

Leonardo Chataignier

Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

Resumo

Neste artigo de divulgação, faz-se uma revisão de conceitos fundamentais da teoria quântica e de sua aplicação à construção de uma teoria quântica da gravitação e da cosmologia. Destaca-se o problema do tempo: como entender a evolução de um Universo quântico se não há uma variável clássica que represente um tempo absoluto?

Abstract

In this outreach review, we discuss key concepts of quantum theory and their application to the construction of a quantum theory of gravitation and cosmology. Of special significance is the problem of time: how can we understand the evolution of a quantum Universe if there is no classical variable that represents an absolute time?

Palavras-chave: gravitação quântica; cosmologia quântica; problema do tempo.

Keywords: quantum gravity; quantum cosmology; problem of time.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49554](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49554)

1 Introdução

A Natureza em pequenas escalas é repleta de processos que nos são estranhos. A nossa intuição está acostumada com escalas macroscópicas, para as quais vale a física clássica que descreve com precisão, por exemplo, a dinâmica de bolas de futebol bem como de planetas, galáxias e aglomerados. Para estruturas em grandes escalas do Universo, a interação predominante é a gravitação, que descreve a atração entre corpos maciços e entre diferentes formas de energia e *momentum*. Em contrapartida, em escalas microscópicas, o que se estuda são moléculas, átomos e partículas subatômicas, e a física que encontramos nestas escalas exhibe características muito peculiares. É a chamada física quântica, que nos leva a uma descrição probabilística da Natureza.

O caráter da interação gravitacional em pequenas escalas ainda não foi verificado experimentalmente. Por isso, não se sabe se a gravitação é um fenômeno quântico como as outras interações conhecidas. De qualquer forma, é necessário entender como átomos e partículas subatômicas interagem por meio da gravitação de modo consistente com o que sabemos da física quântica. Uma hipótese razoável é a de que o campo gravitacional

também é descrito por meio das probabilidades quânticas, e isso levou ao desenvolvimento de diversas teorias da gravitação quântica [1–4], que ainda devem ser verificadas por meio de observações.

Embora a verificação direta do caráter quântico da gravidade em escalas microscópicas esteja além da nossa atual capacidade experimental, existem propostas que buscam detectar efeitos quânticos na interação gravitacional em escalas intermediárias [5, 6]. Além disso, espera-se que a gravitação quântica seja de extrema relevância para o Universo primordial e deixe sinais que possam vir a ser observados na cosmologia e astrofísica atuais [7–10], ou seja, em grandes escalas. Deste modo, a gravidade quântica pode, de fato, estar associada a uma cosmologia quântica [9–15] que teria o potencial de abordar questões fundamentais como a origem do Universo, a natureza do *big bang* e a formação de estruturas como galáxias e aglomerados a partir de processos quânticos primordiais.

Neste artigo, vamos discutir por que as probabilidades quânticas talvez se apliquem não somente a escalas microscópicas, mas a todo o Universo e, em particular, às noções de tempo, espaço e à gravitação, motivando assim uma teo-

ria quântica da gravidade e da cosmologia. Uma questão fundamental neste cenário é o problema do tempo [1, 3, 4, 16–18], que diz respeito à descrição da evolução do Universo sem uma noção clássica de tempo. Começamos na Seção 2 com uma discussão da teoria quântica em geral, motivando sua aplicação a todo o Universo. Na Seção 3, as noções básicas de cosmologia e gravitação são introduzidas e examinamos sua quantização, isto é, o processo de se construir uma possível teoria quântica que reproduza a física clássica que já conhecemos em uma determinada aproximação. O problema do tempo é então analisado a partir da Seção 3.3. Fazemos um breve apanhado das muitas abordagens que se propõem a resolvê-lo e discutimos seu significado físico. Por fim, concluímos o artigo com a Seção 4, discutindo os principais conceitos e questões deste tema com o propósito de instigar o interesse dos leitores nesta área de pesquisa.

2 A teoria quântica

A dinâmica clássica nos permite, em princípio, determinar a evolução de um sistema físico para todos os instantes de tempo com base apenas na especificação de suas condições iniciais, que são tipicamente dadas em termos da configuração inicial do sistema (e.g., a posição inicial da bola de futebol) e de sua taxa inicial de variação no tempo (e.g., sua velocidade inicial) ou, de forma mais sofisticada, seu *momentum* inicial [19–21]. Dadas as condições iniciais, em tese, é possível determinar a trajetória inteira do sistema (isto é, toda a sequência de configurações que o sistema ocupou e ocupará) por meio da resolução de equações que representam as leis clássicas da física.¹

O conjunto de condições iniciais possíveis é chamado de espaço de fase e a trajetória de um sis-

¹A determinação precisa de trajetórias a partir das condições iniciais não é sempre factível. Há casos em que este “determinismo” pode falhar (veja, por exemplo, a discussão em [22]). Mesmo em situações nas quais o determinismo é válido em princípio, pode ser impraticável calcular e observar as trajetórias individuais de cada componente de um sistema (e.g., um sistema com um número muito grande de partículas, para o qual um tratamento estatístico em termos de valores médios é mais viável [23]). Também existem sistemas caóticos, nos quais pequenas variações das condições iniciais levam a trajetórias muito diferentes, de modo que qualquer imprecisão na determinação dos valores iniciais leva a uma grande incerteza acerca da trajetória [21, 24].

tema físico pode ser vista como uma curva neste espaço. Podemos associar volumes deste espaço à noção de “ação,” que intuitivamente exprime “o quanto acontece” em um processo físico. A unidade de ação é obtida ao se multiplicar uma unidade de configuração (e.g., uma unidade de posição, como 1 metro) e uma unidade de *momentum*. Assim, grandes variações dos valores dos *momenta* e grandes diferenças entre configurações (distâncias) estão associadas a uma maior ação.²

Em escalas microscópicas, contudo, não se pode mais especificar condições iniciais como na física clássica devido à relação de incerteza de Heisenberg, que observa a existência de um limite à determinação precisa e simultânea de configurações $q(t)$ e seus respectivos *momenta* $p(t)$ para qualquer instante de tempo t [25]. Em termos matemáticos, essa relação de incerteza é expressa como uma desigualdade,

$$\Delta q(t)\Delta p(t) \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (1)$$

que relaciona o desvio padrão $\Delta q(t)$ da variável $q(t)$ com o desvio padrão $\Delta p(t)$ da variável $p(t)$ e a chamada constante reduzida de Planck \hbar , que assegura que ambos os lados da desigualdade têm as dimensões corretas com unidades de ação. Ou seja, somos forçados a uma descrição probabilística do sistema, onde o desvio padrão quantifica quanto uma variável desvia de seu valor médio.

A desigualdade na Eq. (1) significa que, se as configurações q resultam em valores próximos da média em medições experimentais (e assim podemos considerar que o valor de q está determinado de forma razoavelmente precisa), então medições dos *momenta* p resultam em desvios significativos da média (de modo que p não está precisamente determinado) e vice-versa. Portanto, a física clássica é substituída por uma descrição probabilística na qual não se pode determinar de modo preciso os valores de q e p simultaneamente devido ao limite imposto por $\hbar/2$. Até onde se sabe, este é de fato um limite físico, não meramente uma

²A noção de energia pode ser relacionada à variação no tempo da ação associada a uma trajetória. Esta ação é definida como um funcional (um mapa que leva uma função, como a configuração do sistema em função do tempo, a um número) [19–21]. Assim, a unidade de energia pode ser definida como uma unidade de ação dividida por uma unidade de tempo.

restrição das atuais tecnologias experimentais, e ele previne a precisão de qualquer ponto (q, p) no espaço de fase. Por isso, diz-se que \hbar designa um *quantum* de ação, e a teoria correspondente é uma teoria quântica [26–28].

2.1 Funções de onda e o princípio de superposição

Relações análogas à Eq. (1) tipicamente ocorrem na análise de Fourier de diversos sistemas, da qual resulta que, se o valor absoluto ao quadrado $|\psi(q)|^2$ de uma função complexa $\psi(q)$ está bem localizado no espaço de configurações (ou seja, se $|\psi(q)|^2$ é uma função integrável a 1 com um pico estreito em algum valor de q), então o valor absoluto ao quadrado $|\tilde{\psi}(k)|^2$ (integrável a 1) da transformada de Fourier $\tilde{\psi}(k)$ não está bem localizado e vice-versa [26, 27, 29]. Por exemplo, na análise de sinais [29], o espaço de configurações relevante é o conjunto de valores q do tempo, e a dependência temporal de um sinal é descrita por uma função $\psi(q)$, que pode ser escrita como uma superposição de diversas funções ondulatórias no espaço de configurações (como, por exemplo, senos e cossenos), sendo assim um “pacote de ondas.” A transformada de Fourier $\tilde{\psi}(k)$ descreve o sinal em termos das frequências k que constituem $\psi(q)$, e a análise de Fourier implica que $|\psi(q)|^2$ e $|\tilde{\psi}(k)|^2$, ambas integráveis a 1, não podem estar bem localizadas simultaneamente. De modo intuitivo, um pacote de ondas $\psi(q)$ que leva a um pico estreito deve ser obtido por meio de uma superposição de muitas ondas de frequências diferentes e, assim, a distribuição de frequências não está bem localizada e vice-versa.

Em analogia à análise de Fourier, pode-se considerar que a descrição quântica de um sistema com configurações q está associada a uma distribuição de probabilidades $|\psi(q, t)|^2$, onde o tempo t é um parâmetro independente [26, 27]. Para valores contínuos ou discretos de q , supõe-se que a distribuição $|\psi(q, t)|^2$ é respectivamente integrável ou somável a 1, o que corresponde ao fato de que a soma de probabilidades deve ser 100%. Isto vale para todos os instantes de tempo, já que a Eq. (1) permanece válida. Se $|\psi(q, t)|^2$ tem (ou não) um pico estreito, então o desvio padrão $\Delta q(t)$ correspondente é pequeno (ou grande). Neste caso, o desvio padrão $\Delta p(t)$ deve

ser considerável (ou negligenciável), o que ocorre se definimos a distribuição de probabilidades para os *momenta*, $|\tilde{\psi}(k, t)|^2$, por meio da transformada de Fourier $\tilde{\psi}(k, t)$ da função $\psi(q, t)$, com a relação $p = \hbar k$, originalmente considerada por de Broglie [30].

Nesta teoria probabilística, não se descreve mais a evolução das configurações $q(t)$ ou dos *momenta* $p(t)$ no tempo, mas sim a mudança das distribuições de probabilidades por meio da variação temporal das funções $\psi(q, t)$ e $\tilde{\psi}(k, t)$. Esta variação é governada por outra característica marcante da teoria quântica: o princípio de superposição, que dita que se $\psi_1(q, t)$ e $\psi_2(q, t)$ são duas possíveis soluções da teoria quântica, então a combinação linear $\lambda_1\psi_1(q, t) + \lambda_2\psi_2(q, t)$ também é uma solução válida [26, 27]. Em outras palavras, a dinâmica de $\psi(q, t)$ deve ser linear e não envolver, por exemplo, fatores de $\psi(q, t)$ ao quadrado. Isto nos leva à equação de Schrödinger [31, 32],

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(q, t) = \hat{H} \psi(q, t), \quad (2)$$

onde $\partial\psi(q, t)/\partial t$ é a derivada de $\psi(q, t)$ no tempo, que nos diz como esta função varia com t , e $-i\hat{H}/\hbar$ define uma transformação linear. O fator de \hbar garante que \hat{H} , chamado de operador hamiltoniano, tem unidades de energia. Já o significado físico da unidade imaginária i é discutido mais abaixo.

Como a Eq. (2) é linear, o conjunto de suas soluções forma um espaço vetorial, onde toda solução $\psi(q, t)$ pode ser escrita em termos de um conjunto completo e linearmente independente de outras soluções, que definem eixos neste espaço (em analogia aos eixos x, y, z, \dots do espaço cartesiano). Em certos casos, podemos escrever $\psi(q, t)$ como uma superposição de funções ondulatórias, como senos e cossenos, da mesma forma que o pacote de ondas na análise de Fourier. Por isso, chama-se $\psi(q, t)$ de função de onda, a partir da qual as probabilidades $|\psi(q, t)|^2$ são obtidas.

Diferentes escolhas dos eixos no espaço de soluções levam a representações diferentes das soluções da Eq. (2), que não favorece nenhuma escolha específica. Com isso, podemos considerar que todas as representações do estado quântico estão em pé de igualdade. Em particular, a transformada de Fourier que relaciona $\psi(q, t)$ com $\tilde{\psi}(k, t)$ corresponde a uma mudança de eixos, o que mostra que $\psi(q, t)$ e $\tilde{\psi}(k, t)$ são duas representações

diferentes do mesmo objeto: o “estado quântico” do sistema. Da mesma forma que $|\psi(q, t)|^2$ e $|\tilde{\psi}(k, t)|^2$ fornecem as distribuições de probabilidades das configurações e dos *momenta*, uma outra representação $\Psi(\alpha, t)$ do estado quântico leva à distribuição de probabilidades de variáveis α associadas à escolha de eixos. Como as soluções da Eq. (2) são determinadas pela escolha de uma função de onda inicial $\psi(q, t_0)$, o espaço de soluções também pode ser visto como um espaço de estados quânticos iniciais, da mesma forma que o espaço de fase clássico é o espaço de condições iniciais.

A unidade imaginária i na Eq. (2), juntamente com o requerimento de que a evolução de $\psi(q, t)$ no tempo deve preservar a probabilidade total (i.e., $|\psi(q, t)|^2$ deve ser integrável ou somável a 1 em todos os instantes), significa que \hat{H} deve ser um operador auto-adjunto, que é um operador para o qual existe um conjunto completo de funções generalizadas $\xi_E(q)$ nas quais ele atua como uma multiplicação por um número real E , $\hat{H}\xi_E(q) = E\xi_E(q)$. Estas funções $\xi_E(q)$ servem como eixos ortogonais,³ o que implica que a representação $\Psi(E, t)$ do estado quântico nestes eixos fornece a distribuição de probabilidades $|\Psi(E, t)|^2$ para os valores possíveis de energia dados pelos números reais E [26, 27].

2.2 Interferência

As funções que compõem $\psi(q, t)$, por meio de uma superposição, interferem entre si, como a superposição de ondas na água ou de ondas eletromagnéticas leva a diferentes formatos ondulatórios. Visto que a distribuição de probabilidades para cada configuração q no instante t é $|\psi(q, t)|^2$, cada função componente influencia a probabilidade de se observar q por meio da interferência. Por exemplo, se $\psi(q, t)$ é dada pela superposição de duas funções, $\psi(q, t) = \psi_1(q, t) + \psi_2(q, t)$, a distribuição de probabilidades das configurações é

$$|\psi(q, t)|^2 = |\psi_1(q, t)|^2 + |\psi_2(q, t)|^2 + 2\text{Re}[\psi_1(q, t)\psi_2^*(q, t)] . \quad (3)$$

Ou seja, neste caso, a probabilidade de se observar algum valor da configuração q não é somente a soma de $|\psi_1(q, t)|^2$ com $|\psi_2(q, t)|^2$, mas inclui

³A grandeza $|\xi_E(q)|^2$ não é necessariamente integrável ou somável a 1.

também um “termo de interferência,” que é o dobro da parte real do produto entre $\psi_1(q, t)$ e o conjugado complexo de $\psi_2(q, t)$, que se escreve como $\psi_2^*(q, t)$.

Este fenômeno leva ao padrão de interferência observado, por exemplo, no experimento de dupla fenda [33], no qual um feixe de partículas ou radiação incide sobre uma barreira com duas fendas e posteriormente é absorvido por uma tela cujo material é sensível à absorção. Essa sensibilidade leva a pontos de absorção, que podem ser vistos ou detectados de modo apropriado e que aparecem na tela de forma aleatória, mas formam uma série de bandas intensas intercaladas por bandas de pouca intensidade. Esta série surge após muitas absorções e é consistente com a Eq. (3), já que a função de onda do sistema é difratada pelas fendas, das quais duas ondas $\psi_{1,2}(q, t)$ surgem e se sobrepõem.

No caso de um sistema quântico com muitos graus de liberdade $q = (q_1, q_2, \dots)$, a distribuição de probabilidades $|\psi(q, t)|^2$ pode levar a correlações entre as variáveis q_1, q_2, \dots de configuração. Neste caso, $\psi(q, t)$ não é separável, $\psi(q, t) \neq \psi_1(q_1, t)\psi_2(q_2, t) \dots$ e dizemos que o estado quântico do sistema é entrelaçado ou emaranhado. Mesmo que $\psi(q, t)$ seja separável de início, a evolução do sistema de acordo com a Eq. (2) pode vir a introduzir correlações entre as variáveis por meio de sua interação, levando assim a um emaranhamento quântico. A interação de um sistema de interesse, como uma partícula, com graus de liberdade do ambiente no qual está inserido (e.g., outras partículas ou radiação) leva, em geral, a um estado quântico emaranhado que descreve a dinâmica tanto do sistema quanto do ambiente por meio de uma função de onda que não é separável. Desta forma, podemos incluir o ambiente na descrição quântica de um sistema. Mas quão grande pode ser o ambiente? Poderia ser o laboratório onde se faz o experimento? A vizinhança do laboratório? O Universo inteiro? A teoria quântica atual não impõe um limite.

Até o momento, não se conhece nenhuma escala na qual o princípio de superposição deixa de ser válido. Em tese, isto indica que sistemas de tamanho arbitrário, mesmo em escalas meso ou macroscópicas, poderiam ser descritos por funções de onda $\psi(q, t)$ e probabilidades quânticas $|\psi(q, t)|^2$. Mas, se a teoria quântica for válida

em escalas arbitrárias, como explicar o sucesso da física clássica em escalas macroscópicas e, em particular, na astrofísica e cosmologia? Na busca de uma resposta, dois conceitos chave são a decoerência e o problema da medição.

2.3 Decoerência, limite clássico e o problema da medição

Na Eq. (3), o termo de interferência está relacionado às relações de fase que existem entre as funções componentes $\psi_1(q, t)$ e $\psi_2(q, t)$ (e.g., entre senos e cossenos). Em cada instante de tempo, estas relações levam a um padrão de interferência e as funções componentes se sobrepõem de forma coerente. Agora, se levarmos em conta que o sistema interage com seu ambiente, ambos devem ser descritos por um estado quântico emaranhado que captura as correlações quânticas entre eles.

Os detalhes das correlações entre sistema e ambiente são, de modo geral, irrelevantes ou inacessíveis em um dado experimento, pois não sabemos ou não controlamos o estado do ambiente com precisão. Portanto, não se usa a distribuição conjunta de probabilidades $|\psi(q_s, q_a, t)|^2$ para os graus de liberdade q_s do sistema e q_a do ambiente, mas sim uma distribuição marginal, na qual os graus de liberdade do ambiente são desconsiderados (soma-se ou integra-se sobre todos os seus valores possíveis). Com o passar do tempo, à medida que o emaranhamento entre o sistema e o ambiente cresce, as relações de fase responsáveis por termos de interferência no sistema também se tornam correlatas com o ambiente. Ao se desconsiderar os graus de liberdade do ambiente, os termos de interferência nas probabilidades marginais do sistema são suprimidos.

Esta supressão dinâmica de termos de interferência se chama decoerência [34–39], que pode ser entendida como a perda da coerência observável no sistema. As probabilidades que resultam deste processo são somas de termos que não interferem entre si e podem ser interpretadas como as probabilidades do que se entende classicamente como eventos mutuamente excludentes,⁴ já que a probabilidade clássica de tais eventos também é uma soma simples: $p(A \cup B) = p(A) + p(B)$ se $A \cap B = \emptyset$. Com isso, após o processo de decoerência,

as probabilidades quânticas levam a uma distribuição de probabilidades de eventos que não interferem e que podem ser vistos como alternativas mutuamente excludentes.

Cada alternativa será equivalente a uma solução clássica se sua probabilidade corresponder àquela obtida a partir de um pacote de ondas bem localizado, com um pico estreito que segue uma trajetória clássica no espaço de configurações. Tipicamente, isto ocorre somente de forma aproximada (para processos com ações muito maiores que \hbar , que se torna comparativamente irrelevante) e durante um intervalo de tempo limitado. Contudo, para sistemas macroscópicos, a interação com o ambiente está sempre ocorrendo e leva repetidamente ao processo de decoerência, que suprime os termos de interferência e continuamente localiza os pacotes de ondas. Este processo leva a uma descrição clássica e macroscópica de um modo efetivo [35–39]. Neste limite clássico, o operador hamiltoniano leva a uma função no espaço de fases da teoria, a chamada hamiltoniana H , que determina a forma das equações clássicas que conectam condições iniciais às trajetórias. Neste caso, as alternativas mutuamente excludentes podem ser vistas como clássicas (e.g., estados de um detector que são macroscopicamente distintos), com uma distribuição de probabilidades que podemos chamar de p_{antes} .

Em uma observação ou medição experimental, somente uma alternativa A se concretiza. Assim, no instante em que A é observada, a distribuição de probabilidades deve ser atualizada para $p_{\text{depois}}(A) = 1$, enquanto todas as outras alternativas têm probabilidade zero. Esta distribuição atualizada serve então como condição inicial para a evolução quântica do sistema a partir deste momento. A mudança abrupta da distribuição de p_{antes} para p_{depois} não é uma consequência da decoerência (que simplesmente suprime termos de interferência em p_{antes}) e tão pouco da Eq. (2). Este é o problema da medição: qual é o significado físico da atualização $p_{\text{antes}} \rightarrow p_{\text{depois}}$? Como reconciliá-la com a dinâmica quântica descrita, por exemplo, pela Eq. (2)? Não há ainda um consenso científico a respeito da solução deste problema, o que estimula a formulação de diferentes interpretações da teoria quântica [40].

Embora $p_{\text{antes}} \rightarrow p_{\text{depois}}$ seja uma atualização necessária para descrever a concretização de

⁴Também é possível dizer mutuamente exclusivos (tradução literal de *mutually exclusive*).

um evento no momento de observação, sua interpretação está ligada à natureza do estado quântico e das probabilidades quânticas. Seria $\psi(q, t)$ uma reflexão do que se sabe a respeito de um sistema, isto é, um artifício para se descrever probabilidades em conformidade com a Eq. (1), sendo $p_{\text{antes}} \rightarrow p_{\text{depois}}$ uma atualização bayesiana [41–43]? Ou seria $\psi(q, t)$ um ente físico, tão real quanto os leitores? Neste caso, seria $p_{\text{antes}} \rightarrow p_{\text{depois}}$ um processo físico ou algo ilusório?

Seja como for, percebe-se que a teoria quântica pode, em princípio, ser aplicada em escalas arbitrárias, enquanto a teoria clássica surge de modo aproximado em escalas macroscópicas. Assim sendo, somos levados a considerar a possibilidade de que todo o Universo seja um sistema quântico, descrito por uma única função de onda do Universo, correspondendo a um estado quântico universal e, em geral, emaranhado. Isto requer uma cosmologia quântica, que pode nos ajudar a compreender a origem e evolução do Universo em termos de processos quânticos [7, 9–12, 14].

3 Cosmologia e gravitação quânticas

A cosmologia, que visa elucidar a evolução do Universo e a formação de aglomerados, galáxias e outras estruturas, é indissociável da gravitação, a interação predominante em grandes escalas. Deste modo, uma teoria quântica da cosmologia deve também incluir a gravitação quântica.

No nosso atual entendimento clássico, a cosmologia e gravitação são muito bem descritas pela teoria da relatividade geral [44–46]. Esta teoria clássica estabelece que o campo gravitacional interage com as diferentes formas de energia e *momentum*, o que determina a evolução tanto da matéria (composta por campos e, em certa aproximação, por partículas) quanto do próprio campo gravitacional.

O termo relatividade geral se justifica porque não há um referencial absoluto e preferencial na teoria. As noções de movimento e dinâmica são entendidas de forma relacional, isto é, relativa a um referencial. Os conceitos de duração (intervalo de tempo) e distâncias (separações no espaço) são relativas ao referencial de um observador, que é necessariamente uma construção local, válida em uma pequena região do espaço e um

pequeno intervalo de tempo. Em especial, embora seja possível definir coordenadas temporais arbitrárias, o que um observador mede é o seu tempo próprio, que é o tempo medido por relógios em repouso em relação ao observador. Com isso, dependendo de seu estado de movimento (da sua energia, *momentum* e da sua interação com o campo gravitacional), diferentes observadores podem medir valores diferentes (relativos) para intervalos temporais e discordar a respeito da simultaneidade de certos eventos.

A teoria, contudo, é calcada em noções invariantes, que independem da escolha de referencial e, de modo mais geral, da escolha de coordenadas arbitrárias no espaço e no tempo. De fato, como não há um referencial privilegiado, a forma (ou expressão matemática) da teoria é a mesma em todos os referenciais e, portanto, para todos os observadores. Por vezes, esse fato é chamado de princípio da covariância geral. Juntamente com a relatividade da simultaneidade, isto nos leva a desfavorecer a visão do espaço e do tempo como conceitos totalmente separados e distintos e a adotar uma perspectiva do espaço e do tempo como uma única entidade física e geométrica: o espaço-tempo (com três dimensões de espaço e uma de tempo).

A interação do campo gravitacional com as diferentes formas de energia e *momentum*, que são associadas às trajetórias de partículas e à variação dos campos no espaço e no tempo, leva a uma relação muito próxima entre a geometria do espaço-tempo e a gravidade. De fato, na relatividade geral, a geometria do espaço-tempo é um ente físico e dinâmico, que pode ser visto como uma descrição da gravitação: campos gravitacionais mais intensos correspondem a regiões de maior curvatura, nas quais há maiores diferenças entre as acelerações de objetos vizinhos. Esta descrição respeita não apenas a covariância geral, mas também uma versão do chamado princípio de equivalência, segundo a qual sempre podemos definir, em pequenas regiões do espaço-tempo, um referencial inercial local, no qual efeitos da gravitação são desprezíveis. Diz-se que este referencial está em queda livre, já que os efeitos gravitacionais são localmente equivalentes àqueles provenientes de uma aceleração.⁵

⁵O exemplo arquetípico é o de um elevador isolado. Passageiros, ao sentir seu “peso”, não sabem se o elevador

Existem muitas abordagens que buscam estender a gravitação a um regime quântico [2]. Neste texto, vamos nos concentrar na aplicação da teoria quântica, como ela foi descrita na Seção 2, à relatividade geral. Esta é a chamada abordagem canônica à gravitação quântica. Seu objeto central é a Eq. (2). Para isso, precisamos entender como formular o espaço de fases e o que seria a hamiltoniana na relatividade geral.

3.1 O problema de valores iniciais na relatividade geral

A formulação da teoria clássica em termos de um espaço de fases ou um espaço de condições iniciais nos permite encontrar as soluções das equações em termos de um problema de valores iniciais: dadas as condições iniciais, qual é a solução correspondente?

No caso da relatividade geral, contudo, não existe uma definição absoluta ou privilegiada de tempo. Cada observador tem seu tempo próprio, e somos livres para escolher coordenadas arbitrárias no espaço-tempo. Não obstante, é possível formular a teoria como um problema de valores iniciais se a forma geral do espaço-tempo (ou, de maneira mais sofisticada, sua topologia) nos permitir entendê-lo como uma sequência de hipersuperfícies espaciais, ou seja, espaços tridimensionais que representam as distâncias espaciais. Cada hipersuperfície nesta sequência representa um instante de tempo por meio de uma “convenção de simultaneidade” e a coleção de todas as hipersuperfícies forma o espaço-tempo quadridimensional (diz-se que a sequência de hipersuperfícies forma uma “folheação” do espaço-tempo; recomenda-se a leitura de [1, 45, 47–50]). Diferentes escolhas das hipersuperfícies correspondem a diferentes escolhas de coordenada temporal e podem corresponder ao tempo de diferentes observadores. Deste modo, a covariância geral da teoria equivale ao fato de que não há, em princípio, uma folheação absoluta ou preferencial e, em uma dada folheação, não há coordenadas espaciais privilegiadas.

Embora a definição de uma folheação do espaço-tempo não seja sempre factível, ela é de grande utilidade em simulações de fusões de buracos

negros, emissão de ondas gravitacionais, colisões de estrelas de nêutrons e em outras situações em que sabemos as condições iniciais de um sistema gravitacional e precisamos determinar sua evolução [48]. Nota-se que “inicial,” neste contexto, significa em uma certa hipersuperfície de simultaneidade, e “evolução” significa a translação a outras hipersuperfícies por meio das equações da teoria. A solução assim obtida corresponde à variação ao longo do tempo (da sequência de hipersuperfícies) dos campos de matéria bem como da geometria, aqui entendida como a geometria espacial das hipersuperfícies. Esta variação temporal da geometria espacial por vezes recebe o nome de geometrodinâmica [1, 45], e a trajetória da geometria espacial tridimensional leva à construção da geometria do espaço-tempo quadridimensional.

Nesta formulação, o espaço de fases é construído a partir dos valores iniciais dos campos de matéria e da geometria espacial bem como dos seus respectivos *momenta*. As equações de campo, que permitem determinar a evolução das condições iniciais, podem ser definidas a partir de uma hamiltoniana H que apresenta propriedades peculiares. Ao se escrever as equações da relatividade geral em termos das variáveis adaptadas a uma folheação, vemos que H é uma combinação de funções ϕ cujo valor em qualquer solução física é zero, $\phi = 0$. Ou seja, estas funções restringem os valores iniciais admissíveis dos campos àqueles que satisfazem $\phi = 0$ e, por isso, são chamadas de funções de vínculos ou simplesmente vínculos. Devido a eles, temos que o valor físico da hamiltoniana é zero [1, 45, 51–55],

$$H = 0. \quad (4)$$

Os vínculos da relatividade geral estão relacionados ao que se chama de álgebra de deformação de hipersuperfícies [1, 56, 57] e também, de forma mais indireta, aos geradores de difeomorfismos no espaço-tempo (versões ativas das transformações gerais de coordenadas) entendidos como transformações canônicas *on-shell* [58], isto é, transformações que preservam a estrutura do espaço de fases (ou melhor, da região do espaço de fases que satisfaz $\phi = 0$).

Estes conceitos matemáticos têm uma interpretação física simples e profunda: a covariância geral pode ser entendida como uma simetria local

está em repouso em um campo gravitacional ou se o elevador está acelerando para cima na ausência da gravidade. Esta é uma equivalência local.

ou redundância da teoria, já que as equações (as leis físicas) têm o mesmo aspecto independentemente da escolha de referencial ou coordenadas. Esta escolha pode ser feita por um observador por questão de conveniência (diz-se que é um calibre), mas nenhuma escolha é favorecida pela teoria. Assim, toda grandeza física que pode ser construída a partir das equações de modo a manter sua simetria também será insensível a esta escolha, e dizemos que ela é invariante de calibre. As grandezas que podem ser previstas e construídas a partir das equações (das leis) sem ambiguidades são justamente os invariantes de calibre, que formam o conteúdo físico da teoria [59]. Com isso, as transformações dos campos que correspondem a mudanças da escolha de referencial ou coordenadas (transformações de calibre) devem ser completamente irrisórias do ponto de vista do conteúdo físico da teoria e, portanto, os geradores destas transformações (as funções de vínculo) assumem o valor nulo em qualquer solução física. Em especial, a hamiltoniana pode ser vista como o gerador de transformações da coordenada temporal, que também é arbitrária, levando à Eq. (4).

Vale ressaltar que a Eq. (4) não invalida o problema de valores iniciais, mas meramente o restringe ao vincular as condições iniciais admissíveis. A despeito disso, podemos evoluir tais condições admissíveis ao longo da sequência de hipersuperfícies para encontrar uma solução completa [48]. Deste modo, o vínculo hamiltoniano da Eq. (4) (o fato de a hamiltoniana ser zero em qualquer solução física) não significa que a evolução está “congelada” [16, 17] ou mal definida mas simplesmente que não há uma noção privilegiada de tempo – em princípio, cada observador pode escolher, por exemplo, seu tempo próprio e descrever a evolução dos campos em relação a este tempo.

As condições iniciais admissíveis, que respeitam os vínculos, estão relacionadas a um conjunto de invariantes de calibre conhecidos como observáveis relacionais [1, 3, 4, 9, 16, 17, 60–70]. Este nome se justifica pelo fato de que as condições iniciais devem representar os valores de grandezas que são observáveis em relação à escolha de uma variável temporal em uma dada folheação.

É relevante mencionar que a própria folheação pode ser construída a partir de um campo escalar T (uma função que associa um número – uma

intensidade – a cada ponto do espaço-tempo, sem indicar nenhuma direção ou outra estrutura⁶), de modo que as hipersuperfícies são entendidas como o conjunto de pontos para os quais T tem um certo valor $T = t$. Assim, os valores de T definem os instantes de tempo, e T funciona como um relógio físico ou campo de referência. As condições iniciais admissíveis, neste caso, são entendidas como valores de campos em relação a um outro campo (o relógio T), correspondendo assim a observáveis relacionais. O campo de referência T pode ser um campo de matéria fundamental ou pode ser uma combinação de outros campos da teoria (e.g., um escalar definido a partir de graus de liberdade geométricos).

De forma intuitiva, entende-se que observáveis relacionais são invariantes de calibre porque, quando se fala em valores de campos em relação a outros campos, não é preciso escolher nenhum conjunto de coordenadas no espaço-tempo: estamos tratando somente dos valores dos campos em si. Além disso, apesar de T ser um campo de referência e definir uma folheação, é perfeitamente aceitável discutir os valores dos campos em relação a T em qualquer outra folheação ou qualquer outro referencial.⁷ Matematicamente, é possível mostrar que observáveis relacionais são, de fato, invariantes de calibre por meio da fórmula

$$\mathcal{O}[F|X = s] = \Delta_X \int_M d^4x \delta^{(4)}(X(x) - s) F(x), \quad (5)$$

que foi discutida por DeWitt [63] e que exprime uma integral sobre o espaço-tempo M em coordenadas arbitrárias $x = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Integrase um campo⁸ $F(x)$ e uma distribuição delta $\delta^{(4)}(X(x) - s)$ cujo propósito é forçar a avaliação de $F(x)$ nos pontos em que os campos de referência $X(x) = (T(x), X^1(x), X^2(x), X^3(x))$ assumem os valores $s = (t, s^1, s^2, s^3)$. O campo

⁶Diferentemente de um campo vetorial, como o campo elétrico, cujas linhas de fluxo indicam direções no espaço.

⁷Aqui, a situação é análoga à resposta da pergunta “Que horas são quando o relógio marca 15:00 no Rio de Janeiro?”. A resposta sempre será “15:00 horas no Rio de Janeiro,” independentemente de quando e onde os leitores leiam este texto. Da mesma forma, os observáveis relacionais independem da escolha de coordenadas ou referenciais porque já incluem uma informação relacional na sua definição.

⁸Aqui, considera-se um campo escalar por simplicidade, mas a fórmula pode ser adaptada para outros tipos de campo.

T é um relógio físico, enquanto X^1, X^2, X^3 são como réguas, de modo que seus valores s podem ser usados para localizar um ponto no espaço-tempo. Assim, o objeto $\mathcal{O}[F|X = s]$ corresponde ao valor do campo F quando e onde os campos de referência têm os valores s : é um observável relacional. Sua invariância decorre do fato de que a integral na Eq. (5) pode ser escrita em qualquer sistema de coordenadas inicial x – somente os valores s dos campos de referência importam no final.⁹ Por fim, Δ_X é uma normalização¹⁰ que garante que, se $F(x)$ é uma função constante e igual a 1 ($F(x) \equiv 1$), então $\mathcal{O}[F|X = s] = 1$.¹¹

3.2 O problema de valores iniciais na cosmologia

Muitos modelos cosmológicos admitem uma formulação em termos de um problema de valores iniciais bem definido, e isto é de grande relevância para a formulação da cosmologia quântica. As soluções cosmológicas da relatividade geral nos permitem estudar modelos da evolução do Universo. Isto é feito ao se descrever a geometria por meio de graus de liberdade apropriados (e.g., desconsiderando as muitas complexidades de escalas menores e focando nas grandes escalas). Notavelmente, há modelos simples que ainda assim parecem capturar vários aspectos físicos que são observados na cosmologia e astrofísica.

Os modelos de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW), por exemplo, supõem que a geometria do espaço-tempo, ao menos em grandes escalas, pode ser descrita por

⁹Como na nota 7 de rodapé, podemos entender melhor esta construção ao fazer uma analogia entre o sistema inicial de coordenadas x , que é arbitrário, com as coordenadas arbitrárias que os leitores podem adotar para descrever eventos ao redor do mundo (e.g., tomando sua localização arbitrária como origem e fuso horário arbitrário como medida de tempo). De modo semelhante, faz-se uma analogia entre s com a informação relacional “15:00 horas no Rio de Janeiro.” Um observável relacional $\mathcal{O}[F|X = s]$ nesta analogia poderia ser “o preço de uma maçã às 15:00 horas no Rio de Janeiro,” que independe das coordenadas escolhidas pelos leitores.

¹⁰Esta normalização coincide com o chamado determinante de Faddeev–Popov [59].

¹¹Por serem independentes da escolha de coordenadas, os observáveis relacionais são constantes em relação a uma coordenada temporal arbitrária (só dependem do campo de referência). Por isso, eles são por vezes chamados com o nome pitoresco de “constantes de movimento que evoluem” [71].

meio de sequências de hipersuperfícies espaciais que são homogêneas e isotrópicas [1, 46]. Ou seja, o Universo tem as mesmas características em todo ponto e toda direção do espaço, mas pode evoluir ao longo do tempo (ao longo da sequência de hipersuperfícies espaciais). Com isso, podemos definir coordenadas espaciais ao rotular pontos nas hipersuperfícies. Devido à evolução (expansão ou contração) do Universo, a distância física entre objetos não é sempre dada pelas diferenças destas coordenadas arbitrárias. Por exemplo, objetos comóveis, que não estão gravitacionalmente ligados e estão inicialmente em repouso nessas coordenadas espaciais (como galáxias distantes), irão se afastar (expansão) ou se aproximar (contração). Esta mudança na distância física é governada pelo fator de escala, que justamente indica se o Universo está se expandindo ou contraindo.

Como ilustração, convém notar que a Eq. (4) para o caso de uma cosmologia de FLRW com um campo escalar φ como campo de matéria toma a seguinte forma [1]:

$$H = -\frac{\kappa}{2a}p_a^2 + \frac{p_\varphi^2}{2a^3} + a^3V(\varphi) = 0, \quad (6)$$

onde κ é uma constante (relacionada à constante gravitacional de Newton), p_a é o *momentum* associado ao fator de escala a , e p_φ é o *momentum* associado ao campo escalar φ , que tem interações com a e com si próprio por meio do último termo, $a^3V(\varphi)$. Embora este modelo não seja muito realista, ele serve como um modelo básico e ilustrativo da teoria mais geral.

De fato, vemos que a Eq. (6) restringe os possíveis valores iniciais dos campos. Por exemplo, podemos resolver o vínculo para p_a e obter

$$p_a = \pm \sqrt{\frac{p_\varphi^2}{\kappa a^2} + \frac{2a^4}{\kappa}V(\varphi)}. \quad (7)$$

Aqui, os campos somente dependem do tempo devido à homogeneidade suposta pelo modelo, e o valor de qualquer função F destes campos pode ser expresso em termos de um observável relacional como na Eq. (5),

$$\mathcal{O}[F|T = s] = \Delta_T \int dt \delta(T(t) - s)F, \quad (8)$$

mas agora basta integrar sobre uma coordenada temporal arbitrária devido à homogeneidade do

modelo [69]. Por conseguinte, basta um campo de referência, o relógio físico $T(t)$, que também pode ser uma função dos graus de liberdade da teoria [por exemplo, $T(t) \equiv a(t)$].

3.3 O problema do tempo

Chegamos agora ao cerne da questão da construção de uma teoria quântica da cosmologia e gravitação: o significado do estado quântico e sua dinâmica. Na Seção 2, o estado quântico define distribuições de probabilidades para grandezas que são observáveis e, de fato, que são definidas sem ambiguidades. Ou seja, as configurações q na Seção 2, por hipótese, não apresentam nenhuma redundância em sua definição e sua distribuição de probabilidades pode ser prevista a partir da dinâmica da teoria dada pela Eq. (2).

Ao aplicar este formalismo ao caso da relatividade geral, vemos que o espaço de configurações relevante é o conjunto de grandezas que descrevem os campos de matéria e a geometria do espaço-tempo sem ambiguidades ou redundâncias, isto é, os invariantes de calibre (e, em especial, os observáveis relacionais). Com isso, o estado quântico irá fornecer as distribuições de probabilidades destes invariantes. Como caso particular, devido ao princípio de superposição, pode-se considerar a superposição de estados com picos estreitos em invariantes que representam diferentes geometrias e configurações de matéria.

Como na relatividade geral clássica, a gravitação quântica também deve prescindir de escolhas de coordenadas ou referenciais (a menos que a simetria clássica seja quebrada na teoria quântica, o que pode levar a uma física bem diferente). Ou seja, se mantivermos a simetria clássica, a teoria quântica deve ser formulada somente em termos de objetos e conceitos que independem de uma escolha de calibre. Em especial, o estado quântico e a função de onda¹² devem ser invariantes sob transformações de coordenadas. Então, qual é a equação que descreve o estado quântico neste contexto? Podemos começar com a Eq. (2) e notar que a invariância de ψ sob uma transformação da coordenada temporal ($\delta\psi = \delta t \partial\psi/\partial t = 0$ para toda variação δt) nos leva a concluir que

$$\hat{H}\psi = 0, \quad (9)$$

¹²No caso de uma teoria de campos, a função de onda é, na verdade, um funcional.

isto é, o operador hamiltoniano é zero quando atua em estados físicos. Esta é a chamada equação de Wheeler–DeWitt [1, 3, 45, 72], que é a versão quântica da Eq. (4). Ela também rege a cosmologia quântica, pois a teoria quântica de modelos cosmológicos como os de FLRW também apresenta este vínculo hamiltoniano quântico. Por exemplo, pode-se mostrar que uma versão quântica da Eq. (6) é [1]

$$\frac{\kappa\hbar^2}{2a^2} \frac{\partial}{\partial a} \left(a \frac{\partial\psi}{\partial a} \right) - \frac{\hbar^2}{2a^3} \frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + a^3 V(\varphi)\psi = 0. \quad (10)$$

Aqui, ψ é uma função do fator de escala a e do campo de matéria φ , mas como a Eq. (10) restringe seus possíveis valores, a função de onda pode ser vista como uma representação de uma distribuição de grandezas invariantes de calibre em vez de configurações arbitrárias de a e φ . As derivadas de ψ com relação a estes campos são escritas em termos dos operadores $\partial/\partial a$ e $\partial/\partial\varphi$.

Ao contrário da Eq. (2), a Eq. (9) não apresenta um parâmetro temporal explícito justamente devido à covariância geral. Isto levanta a questão de como entender a dinâmica quântica na ausência de um tempo absoluto ou preferencial. Este é o chamado problema do tempo [1, 3, 16–18].

Ao longo de décadas, desde que a equação de Wheeler–DeWitt foi proposta [72], muitas possíveis soluções para o problema do tempo foram analisadas, algumas sendo mais conservadoras e bem motivadas e outras mais criativas, especulativas ou limitadas. A seguir, vamos fazer um panorama¹³ de diferentes propostas, muitas das quais são interconectadas.

3.4 Tempus ante quantum

Uma proposta antiga é negar a validade da Eq. (9) e declarar que uma noção de tempo deve ser introduzida na teoria clássica antes de considerarmos a teoria quântica, ou seja, *tempus ante quantum* [16, 17]. A ideia é fixar uma escolha definitiva de tempo e buscar expressar as equações dinâmicas em termos de uma hamiltoniana que não seja vinculada a zero, diferentemente da Eq. (4). O processo de obtenção desta hamiltoniana não nula é por vezes chamado de deparametrização [1, 16, 17].

¹³Recomendamos as referências [1, 3, 16–18, 69, 70] para mais detalhes e discussões.

Como ilustração, podemos considerar um modelo cosmológico de FLRW. Para uma escolha arbitrária de tempo e a hamiltoniana dada na Eq. (6), a variação de $a(t)$ e $\varphi(t)$ dada pela suas derivadas da/dt e $d\varphi/dt$ é proporcional aos seus *momenta*,

$$\frac{da}{dt} \propto -p_a, \quad \frac{d\varphi}{dt} \propto p_\varphi. \quad (11)$$

Agora, suponhamos que vamos declarar a como nosso campo de referência, definindo assim um tempo relacional. Então, a variação do campo de matéria em relação a a pode ser obtida ao dividir $d\varphi/dt$ por da/dt . Usando as Eqs. (7) e (11), encontramos

$$\frac{d\varphi}{da} \propto -\frac{p_\varphi}{p_a} = \mp \frac{p_\varphi}{\sqrt{\frac{p_\varphi^2}{\kappa a^2} + \frac{2a^4}{\kappa} V(\varphi)}}. \quad (12)$$

Esta equação coincide com aquela que seria obtida para φ se a hamiltoniana não fosse dada pela Eq. (6) mas sim por -1 vezes a Eq. (7). Por vezes, esta hamiltoniana efetiva é chamada de hamiltoniana reduzida, pois dita a dinâmica de um número reduzido de graus de liberdade (neste caso, φ e p_φ) em relação ao campo de referência. Nota-se que a hamiltoniana reduzida não está vinculada a ser zero.

A construção de uma teoria quântica que leve à Eq. (12) no limite clássico é repleta de dificuldades. Ao se interpretar a como tempo definitivo, a distribuição de probabilidades deveria ser $|\psi(a, \varphi)|^2$, e a probabilidade total, obtida ao se integrar $|\psi(a, \varphi)|^2$ para todos os valores de φ , deveria ser 100% para todos os valores de a . Contudo, a construção de um hamiltoniano reduzido como um operador diferencial, que leve à conservação da probabilidade total para todos os valores de a e que corresponda à hamiltoniana reduzida no limite clássico, se torna complicada devido à expressão não trivial da Eq. (7), que inclui uma raiz quadrada com uma dependência no campo de referência. Isto levaria a uma versão da Eq. (2) com o fator de escala atuando como tempo e um operador hamiltoniano matematicamente complicado e dependente do tempo.

Além destas dificuldades, diferentes escolhas de tempo levam a diferentes hamiltonianas reduzidas, e as teorias quânticas correspondentes não são, em geral, equivalentes. Isto poderia levar ao argumento de que apenas uma delas é “a correta,”

isto é, deve haver uma escolha única de tempo definitivo e hamiltoniana reduzida que leve a uma teoria quântica razoável. Porém, além de ir contra o princípio da covariância geral, este argumento falha porque, para modelos realistas, simplesmente não há nenhuma escolha que seja conveniente no sentido de levar a um operador hamiltoniano reduzido que seja bem-definido para todos os valores dos campos.

Em modelos particulares, é possível encontrar hamiltonianas reduzidas suficientemente simples (e.g., sem raízes quadradas) que permitem a construção de uma teoria quântica. É o caso de modelos cosmológicos com fluidos perfeitos [73,74], que são modelos idealizados de fluidos caracterizados principalmente por sua densidade de energia e pressão e que podem ser utilizados para modelar certos tipos de matéria e radiação na cosmologia. Na presença destes fluidos, é possível realizar certas mudanças de variáveis¹⁴ de modo a obter um vínculo hamiltoniano simples, que favoreça uma escolha de tempo que leve a uma hamiltoniana reduzida razoável. Um caso interessante de fluido perfeito é o da constante cosmológica, que pode ser entendida como uma densidade constante de energia do espaço vazio. Na presença de uma constante cosmológica, é possível substituir o vínculo da Eq. (4) por uma hamiltoniana que não é vinculada a ser zero em todos os pontos, e a teoria resultante é chamada de gravitação unimodular [77–79].¹⁵

Além de fluidos perfeitos, em certos casos, é possível reinterpretar constantes da Natureza [como a constante κ na Eq. (6)] como *momenta* associados a novos graus de liberdade. A deparametrização da teoria com base nestas constantes pode levar a uma hamiltoniana reduzida simples [82,83]. Embora interessantes, as estratégias de deparametrização via fluidos perfeitos ou constantes da Natureza requerem a presença de graus de liberdade específicos (ad hoc) e restringem a generalidade da teoria [84].

De modo geral, a proposta *tempus ante quantum* não implementa o princípio de covariância geral de modo satisfatório. Na relatividade ge-

¹⁴Estas são transformações canônicas que utilizam o chamado formalismo de Schutz [73–76].

¹⁵Existe também a chamada gravitação unimodular generalizada associada a outros tipos de fluidos perfeitos [80,81].

ral clássica, não é necessário – nem mesmo possível em muitos casos – escolher um único parâmetro temporal para a descrição de toda a dinâmica e para todas as soluções e modelos. Apesar disso, como foi discutido anteriormente, é possível definir o espaço de fases da teoria e estudar a evolução das condições iniciais admissíveis – para escolhas arbitrárias de tempo e sem a necessidade de se supor que graus de liberdade específicos (como fluidos perfeitos ou constantes específicas) estejam presentes. Assim, devemos considerar propostas que respeitem estas características da teoria clássica, isto é, que sejam condizentes com a covariância geral e prescindam da introdução de graus de liberdade ad hoc. Tais propostas levam à Eq. (9).

3.5 Anomalias

É possível que, mesmo que a Eq. (9) seja válida em alguma forma e não seja preciso construir uma hamiltoniana reduzida específica, a simetria clássica da teoria não esteja mais presente na teoria quântica. Diz-se então que há uma anomalia quântica e que a simetria só surge no limite clássico [59]. No caso da relatividade geral, a anomalia resultaria de efeitos quânticos que alterariam as propriedades dos vínculos ϕ , de modo a “quebrar,” por exemplo, a álgebra de deformações de hipersuperfícies [57, 59]. Ao modificar os vínculos, é possível que anomalias venham a introduzir uma noção nova, possivelmente absoluta ou preferencial, de tempo de uma maneira não trivial e não clássica [85]. Até o momento, não se sabe se a descrição quântica da gravitação contém anomalias. Contudo, é razoável buscar uma definição da teoria que não as contenha, não somente para manter a simetria clássica, sua elegância e significado físico, como também porque teorias anômalas tendem a levar a inconsistências matemáticas [59].

3.6 *Tempus post quantum: observáveis relacionais*

Supondo a validade da Eq. (9) sem anomalias, temos uma teoria quântica da gravitação que respeita a covariância geral e prescinde da especificação de graus de liberdade ad hoc. Contudo, como já mencionado, não há nenhum parâmetro temporal explícito na Eq. (9), e voltamos à questão

de como entender a dinâmica quântica. Algumas referências, sobretudo as mais antigas, declaram que esta teoria é atemporal ou congelada (*tempus nihil est*) [16, 17], embora esta caracterização não seja precisa. Certamente, não há uma coordenada temporal clássica, então a teoria é atemporal neste sentido. Mas isto não significa que todas as noções de dinâmica foram revogadas. De fato, é possível obter noções de tempo diretamente na teoria quântica – *tempus post quantum* [16, 17].

Vale frisar que o conteúdo físico da teoria clássica é aquele obtido pelos invariantes de calibre, que representam os observáveis construídos sem ambiguidades e cuja evolução pode ser prevista. Se não há anomalias e a simetria é preservada, então deve ser possível construir invariantes de calibre na teoria quântica. A própria função de onda pode ser interpretada como representação de uma distribuição de grandezas invariantes de calibre, conforme foi mencionado após a Eq. (10). Desta maneira, em especial, deve ser possível determinar uma dinâmica quântica relacional por meio de operadores que representam observáveis relacionais cujo limite clássico é dado, por exemplo, pelas Eqs. (5) e (8) ou por expressões classicamente equivalentes.

Em pesquisas mais recentes, tornou-se claro que esta linha de raciocínio é razoável por ser conservadora, evitar especulações ou estruturas ad hoc e estar bem alinhada com a teoria clássica (a única diferença conceitual é a presença do *quantum* de ação \hbar e os possíveis efeitos quânticos associados). Já existem diversas propostas para a construção de observáveis relacionais quânticos (veja, por exemplo, [65, 66, 69, 86–95]), e elas nos levam a uma teoria quântica na qual a dinâmica é entendida com base em campos de referência como na teoria clássica. Contudo, os campos de referência são agora descritos por meio de probabilidades quânticas, e a dinâmica de outros campos em relação aos de referência pode ser entendida por meio do uso de probabilidades condicionais. As condições são os valores dos campos de referência, os relógios e régua físicos [69, 90–93, 95]. Estas probabilidades condicionais são centrais ao chamado formalismo de Page–Wootters, onde se condiciona a função de onda de todo o sistema (e.g., o Universo quântico) no valor de um campo relógio, que funciona como um tempo interno ao sistema em vez

de um tempo absoluto externo [96–98]. A dinâmica de observáveis relacionais quânticos pode ser vista como uma generalização deste formalismo de Page–Wootters [91–93, 95].

Embora a construção rigorosa de observáveis relacionais quânticos ainda seja um tópico de pesquisa ativo e que apresenta uma série de detalhes técnicos avançados e fora do escopo deste artigo, podemos aqui fazer uma simples ilustração de como obter uma dinâmica relacional das soluções da Eq. (9) por meio de um exemplo cosmológico. Retornando ao caso da Eq. (10) e supondo, por simplicidade, que $V(\varphi) \equiv 0$, podemos buscar uma solução relacional para $\psi(a, \varphi)$. Supondo que sabemos que a distribuição de probabilidades do campo de matéria está associada a uma certa função de onda $\xi(\varphi)$ quando o fator de escala é igual a $a = s > 0$ (ou seja, de modo mais informal, quando o Universo tem um certo tamanho relativo ao seu tamanho atual), então a solução para a Eq. (10) é¹⁶

$$\psi(a, \varphi; s) = \xi \left(\frac{\log a/s}{\sqrt{\kappa}} + \varphi \right), \quad (13)$$

já que, para cada valor fixo de s , esta função satisfaz $\hat{H}\psi = 0$ com $V(\varphi) \equiv 0$ e com a condição inicial desejada (veja [99] para uma discussão geral a respeito da construção de funções de onda invariantes). Nota-se que, apesar de satisfazer o vínculo, sendo assim invariante, ψ apresenta uma dinâmica relacional: se variarmos os valores de a , a distribuição correspondente irá mudar e só coincidirá com aquela associada à condição inicial $\xi(\varphi)$ se $a = s$. Com isso, o vínculo dado na Eq. (9) não proíbe nem congela a dinâmica e a teoria não é atemporal, mas sim relacional. Em princípio, outras condições iniciais e outros campos de referência (e.g., φ em vez de a) também são possíveis.

3.7 Decoerência, o tempo clássico e a seta do tempo

Se aplicarmos esta teoria ao Universo como um todo, supondo a validade da teoria quântica em escalas arbitrárias, chegamos então à conclusão de que todos os graus de liberdade do Universo (incluindo os leitores) são fundamentalmente quânticos e evoluem de forma relacional de

acordo com o princípio da covariância geral. Porém, em escalas macroscópicas, nós observamos um espaço-tempo clássico descrito pela relatividade geral com uma geometria, estrutura causal e noções de tempo clássicas, já que \hbar e efeitos quânticos como superposição e interferência se tornam irrelevantes nestas escalas. Como podemos recuperar este mundo a partir dessa teoria quântica da cosmologia e gravitação? Conforme foi discutido na Seção 2.3, devemos considerar o fenômeno da decoerência.

No contexto da cosmologia quântica, contudo, não podemos descrever a decoerência como um processo em relação a um tempo clássico, absoluto e externo, porque a função de onda do Universo só depende de tempos internos. Além disso, não podemos mais considerar que o sistema interage com o ambiente no qual está inserido, já que não há ambiente além do Universo. Porém, conforme vimos na discussão da Eq. (13), variações da função de onda com relação a certos campos de referência (isto é, variações de ψ no espaço de configurações dos graus de liberdade) levam a uma dinâmica quântica relacional. Assim, é possível que a decoerência ocorra em relação a certas direções no espaço de configurações [100–103].¹⁷

Além disso, os graus de liberdade do ambiente podem ser definidos como campos irrelevantes ou inacessíveis a observações macroscópicas devido a limitações experimentais, como, por exemplo, ondas gravitacionais fracas ou pequenas perturbações nos campos de matéria e radiação [103]. Deste modo, separa-se o Universo em graus de liberdade ambientais e graus de liberdade relevantes. Ao se analisar a evolução relacional destes graus de liberdade à medida que ψ varia no espaço de configurações, é possível que ocorra decoerência devido à interação entre os graus relevantes e ambientais.

Concretamente, existem modelos cosmológicos em que esta decoerência ocorre em relação ao fator de escala a do Universo [101–103, 106]. Para valores pequenos de a , o sistema é quântico, su-

¹⁷Também é possível, embora mais especulativo, considerar uma teoria em que Universos quânticos são criados e aniquilados de modo análogo a partículas na teoria quântica de campos, ou seja, pode-se considerar um campo de Universos. A noção de tempo ainda poderia ser relacional e calcada em direções no espaço de configurações. Por razões históricas, esta abordagem recebe o nome de terceira quantização [104, 105].

¹⁶Na Eq. (13), \log designa o logaritmo natural.

jeito aos fenômenos de interferência e superposição de estados quânticos da geometria e matéria. Contudo, para valores maiores de a , a decoerência ocorre e as probabilidades quânticas nos levam à descrição de uma distribuição de alternativas clássicas mutuamente excludentes. Cada alternativa corresponde a um Universo clássico em expansão com uma estrutura causal e noções de tempo clássicas.¹⁸ Embora o surgimento de tal Universo macroscópico a partir de um estado quântico ainda seja um tópico de pesquisa em desenvolvimento, os modelos já analisados [101–103, 106, 107] mostram que este tipo de decoerência relacional pode ser viável, explicando assim o surgimento da nossa noção clássica de tempo a partir de soluções da Eq. (9).

A própria “seta do tempo” pode vir a ser explicada pela cosmologia quântica [106, 108, 109]. Esta “seta” diz respeito à aparente irreversibilidade de uma série de fenômenos físicos (grosso modo, à diferença entre o passado e o futuro), e está relacionada à segunda lei da termodinâmica: a entropia¹⁹ de um sistema termodinâmico isolado tende a aumentar [23]. Com isso, coloca-se a hipótese do passado: o Universo “começou” em um estado de baixa entropia [110]. Ocorre que o fenômeno da decoerência introduz uma seta do tempo, porque uma vez que os graus de liberdade relevantes se tornam emaranhados com os graus do ambiente, tomados como inacessíveis, a supressão de termos de interferência e o surgimento de alternativas clássicas mutuamente excludentes é efetivamente irreversível.²⁰

Portanto, podemos considerar uma função de onda do Universo que é separável (não há correlações quânticas – conforme a Seção 2.3) em regiões do espaço de configurações em que o fator de escala a é muito pequeno. Devido à Eq. (9), que, em geral, introduz um emaranhamento entre os campos, esta solução deixa de ser separável (o

emaranhamento cresce) em regiões do espaço de configuração nas quais o fator de escala é considerável. Esta situação corresponderia a um crescimento da entropia de emaranhamento do Universo quântico, introduzindo uma seta do tempo relacional. Com a decoerência relacional, para fatores de escala maiores, surgem então Universos clássicos associados às alternativas mutuamente excludentes, e a seta do tempo termodinâmica observada nestes Universos poderia, então, descender desta seta da cosmologia quântica [108, 109].

Ademais, na região de pequenos fatores de escala, os termos de interferência não poderiam ser ignorados. O Universo primordial não seria, assim, descrito pela singularidade clássica do *big bang* [46], mas sim por um regime quântico em que diversos estados de geometria e matéria interferem entre si. Em vários modelos [111], este regime pode vir a remover a singularidade clássica. Vale frisar que estas perspectivas acerca da seta do tempo e do Universo primordial ainda não foram corroboradas, mas mostram que a cosmologia quântica pode vir a explicar aspectos marcantes do nosso Universo em expansão bem como sua origem quântica.

3.8 Tempo térmico e hamiltoniano modular

Conforme descrito na Seção 2.3, já que os detalhes das correlações quânticas entre os graus de liberdade q_s um sistema e os graus q_a do ambiente são descartados, soma-se ou integra-se sobre todos os valores possíveis de q_a na distribuição conjunta $|\psi(q_s, q_a)|^2$. O resultado é uma distribuição de probabilidades marginal que, de forma mais geral, pode ser obtida de um operador $\hat{\rho}$, chamado de operador de densidade ou, de forma menos precisa, matriz de densidade [28]. O nome é justificado porque este operador pode ser usado para definir a distribuição de probabilidades para as configurações do sistema.

Se não há correlações quânticas, então a função de onda do Universo é separável, e o operador $\hat{\rho}$ correspondente é simplesmente um projetor sobre a função de onda do sistema. Em casos mais gerais, contudo, a presença de correlações leva a um $\hat{\rho}$ que não corresponde a somente uma função de onda, e dizemos que ele descreve um estado quântico misto [28]. Seja como for, misto ou não,

¹⁸Estes tempos clássicos recebem o nome de tempos de Wentzel–Kramers–Brillouin (WKB) no jargão técnico [102].

¹⁹A entropia termodinâmica pode ser entendida como uma medida de quantas configurações microscópicas levam a um mesmo estado macroscópico [23]. De forma um pouco mais coloquial, pode-se entender o conceito de entropia como uma quantificação de possibilidades que são compatíveis com o que se sabe sobre um sistema.

²⁰Contudo, o fenômeno da decoerência não é fundamentalmente irreversível. A irreversibilidade é efetiva e calçada na inacessibilidade dos graus ambientais.

$\hat{\rho}$ pode ser tomado como uma representação geral do estado quântico do sistema (assim, passamos de uma representação baseada em funções de onda para uma representação baseada em operadores). Este operador é de grande relevância para o cálculo da entropia de emaranhamento e o processo de decoerência discutido, por exemplo, na Seção 3.7, levando ao surgimento de Universos e tempos clássicos.

De forma mais geral, dado um estado quântico para o sistema, pode-se definir um operador chamado de hamiltoniano modular, que é escrito como \hat{K} [112–114]. Concretamente, se for possível representar o estado quântico por um operador $\hat{\rho}$ bem definido que tenha um operador logaritmo $\log \rho$ também bem definido, o hamiltoniano modular está relacionado com $\log \rho$. Esta definição nos permite escrever $\hat{\rho}$ como um estado térmico semelhante às distribuições que se estudam na física estatística [112–114]. O formalismo mais geral e formal por trás da definição do hamiltoniano modular, que não necessariamente coincide com o hamiltoniano \hat{H} nas Eqs. (2) e (9), é dado pela chamada teoria de Tomita–Takesaki [114].

De posse de um novo operador, o hamiltoniano modular, podemos definir uma evolução a partir dele nos moldes da Eq. (2). Em princípio, esta evolução pode ser definida mesmo em situações nas quais não exista um tempo externo e absoluto, precisamente como no caso da Eq. (9). A variável temporal associada a essa evolução a partir de \hat{K} é chamada de tempo térmico, uma noção de tempo proposta por Connes e Rovelli [113] que depende do estado quântico do sistema e pode ser relacionada com a entropia de emaranhamento. Por isso, a evolução no tempo térmico também pode estar conectada à dinâmica relacional e ao surgimento dos tempos clássicos descritos na Seção 3.7.

3.9 Fronteiras e holografia

A discussão até aqui pressupôs que o espaço-tempo como um todo não tem uma “fronteira,” que aqui pode ser entendida como uma região (que pode ser infinitamente distante) na qual trajetórias físicas terminam ou à qual elas tendem. Lá, os campos físicos apresentam um determinado comportamento limite ou assintótico, de modo que valores diferentes dos campos corres-

pondem a condições diferentes para as soluções da teoria. Com isso, tipos de transformações que são redundâncias, que não mudam a física, no “interior” do espaço-tempo podem levar a efeitos físicos quando aplicadas de forma não trivial na fronteira. Portanto, os vínculos presentes no interior podem vir a ser acompanhados por grandezas não nulas na fronteira. No caso da relatividade geral, os vínculos que levam à Eq. (4) no interior do espaço-tempo passam a ser acompanhados por contribuições de fronteira não nulas e que representam grandezas conservadas associadas a simetrias assintóticas (veja, por exemplo, [115–120]).

Em certos casos, é possível então construir uma hamiltoniana não nula na fronteira do espaço-tempo. Na teoria quântica correspondente, teríamos um operador hamiltoniano de fronteira que poderia levar a uma dinâmica física e não trivial que conservaria a probabilidade total ao evoluir os estados quânticos na fronteira [121–124]. Esta ideia pode ter aplicações relevantes para o problema da evolução de buracos negros quânticos [124], e pode estar conectada de forma mais geral a noções de holografia.

As abordagens holográficas da gravitação quântica têm uma longa história, e uma motivação-chave é a termodinâmica de buracos negros e as teorias quânticas correspondentes [125–127]. Os buracos negros são soluções da relatividade geral clássica [46] que apresentam ao menos um horizonte de eventos, uma hipersuperfície pela qual se pode passar em um sentido mas não no oposto. Por isso, qualquer informação contida no interior do horizonte não pode ser recuperada por observadores no exterior, ao menos de modo clássico. A análise de efeitos quânticos neste cenário motivou formalismos holográficos, nos quais a física do interior de uma região do espaço-tempo (que pode incluir buracos negros) pode ser descrita por meio de uma teoria dual definida na fronteira desta região [125–127]. A conservação da probabilidade total na teoria dual implicaria que nenhuma informação pode ser perdida de modo definitivo, nem mesmo a que adentrou o horizonte de eventos de um buraco negro. A teoria dual é outra teoria de campos que, em geral, não inclui um campo gravitacional dinâmico ou quântico.

Um exemplo célebre é a conjectura de Maldacena acerca da correspondência AdS/CFT [128–

[130]: uma relação entre uma teoria gravitacional em um espaço-tempo assintoticamente anti-de Sitter (um tipo de fronteira assintótica; AdS é uma sigla para anti-de Sitter) e uma teoria conforme de campos,²¹ assim chamada por apresentar um determinado tipo de simetrias.

Em pesquisas recentes, abordagens holográficas têm buscado construir soluções da Eq. (9) por meio de teorias duais. Concretamente, busca-se uma equivalência do tipo

$$\psi_{\text{grav}} \sim Z_{\text{dual}}, \quad (14)$$

onde a função de onda ψ_{grav} de um sistema gravitacional, que é uma solução da Eq. (9), estaria relacionada (por meio de alguma aproximação indicada pelo sinal \sim) à estatística quântica de um sistema sem um campo gravitacional quântico, que é representada pela função Z_{dual} . Esta teoria dual é frequentemente uma versão “deformada” de uma teoria conforme de campos na qual suas simetrias são modificadas ou quebradas [131–134].

Esta descrição é interessante porque ela sugere a possibilidade de que a gravitação (clássica e quântica) seja equivalente a (ou emergente de) uma teoria dual que é mais bem entendida ou tratável. Com isso, novas perspectivas a respeito do problema do tempo também podem surgir: além da possibilidade do operador hamiltoniano de fronteira ser não nulo e gerar uma evolução bem definida a despeito dos vínculos da teoria, as próprias noções de tempo e da covariância geral podem surgir a partir de propriedades possivelmente mais fundamentais da teoria dual, que também pode estar relacionada a uma teoria de cordas [129].

3.10 Interpretações da teoria quântica

Até aqui, a discussão se baseou somente na descrição probabilística da gravitação e cosmologia na presença do *quantum* de ação \hbar , mas nada foi suposto acerca do significado e caráter físico de ψ . Em especial, a função de onda do Universo está relacionada a uma distribuição de probabilidades de grandezas invariantes de calibre, e nós vimos, por exemplo, após a Eq. (13), que ψ pode ser interpretada de modo relacional, definindo a distribuição de probabilidades condicionais de se observar certos valores de campos em relação a

outros campos de referência. Contudo, conforme foi mencionado na Seção 2.3, a teoria quântica sofre do problema da medição. No contexto da cosmologia, este problema é certamente relevante: o que é a função de onda do Universo? Uma reflexão do nosso conhecimento ou um ente físico verdadeiro?

As muitas interpretações da teoria quântica também podem ser aplicadas à cosmologia e gravitação quânticas, e cada uma pode oferecer uma perspectiva diferente acerca do problema do tempo. Aqui, vamos brevemente comentar a respeito de duas abordagens muito utilizadas: a interpretação de Everett e a formulação de acordo com de Broglie–Bohm.

A interpretação de Everett [109,135–138], também conhecida como a interpretação de muitos mundos, considera que o estado quântico é um ente físico real e, portanto, todas as alternativas mutuamente excluídas que resultam do processo físico de decoerência (conforme vimos nas Seções 2.3 e 3.7) são igualmente reais e constituem, assim, os muitos mundos. Nota-se que, devido à supressão dos termos de interferência, os mundos não interferem entre si. O processo de decoerência relacional descrito na Seção 3.7, que leva ao surgimento de Universos clássicos em expansão e de suas estruturas causais clássicas a partir de um estado quântico Universal, não está necessariamente atrelado à interpretação de Everett, mas se encaixa perfeitamente nesta visão de Universo. Desta forma, a cosmologia quântica à la Everett vê o Universo, em última instância, como um estado quântico que satisfaz a Eq. (9). Esta é a realidade fundamental de acordo com esta perspectiva, e nosso mundo clássico e microscópico é simplesmente uma aproximação de uma realidade mais profunda, relacional e desprovida de um tempo clássico e absoluto.

Na perspectiva à la de Broglie–Bohm [40,139], o papel da função de onda do Universo pode ser visto como algo similar a uma lei da física [140]: ψ é um ente real (que existe independentemente de nosso conhecimento) mas não necessariamente físico como os campos (diferentemente da visão de Everett, na qual os campos também hão de ser derivados do estado quântico, que é o ente físico fundamental). Na visão de ondas-piloto, a função de onda guia a evolução dos campos, servindo como uma espécie de equação (lei de evo-

²¹Em inglês, *conformal field theory* (CFT).

lução) quântica – a variação de um campo Φ no tempo é dada por sua derivada temporal $d\Phi/dt$ que é proporcional, nesta perspectiva, à variação de uma parte do número complexo ψ (tipicamente sua fase) no espaço de configurações. Da mesma forma que o problema clássico de valores iniciais não é invalidado pela Eq. (4) (conforme a Seção 3.1), o problema quântico de valores iniciais à la de Broglie–Bohm também está bem posto a despeito da Eq. (9): ambos se referem a grandezas invariantes de calibre de acordo com as equações dinâmicas clássicas ou quânticas. Deste modo, a interpretação de ondas-piloto nos permite definir trajetórias quânticas – soluções para os campos – para qualquer escolha bem definida de variável temporal. Além disso, em vez dos muitos mundos de Everett, somente uma das soluções para os campos (uma das trajetórias) representa a realidade física.

4 Conclusões

A teoria quântica e a relatividade geral são extremamente bem-sucedidas do ponto de vista experimental, mas apresentam domínios de validade diferentes. Enquanto a relatividade descreve bem a dinâmica gravitacional em escalas macroscópicas, a teoria quântica descreve de forma muito precisa a dinâmica das escalas microscópicas, de átomos, moléculas, núcleos e partículas elementares bem como suas interações fundamentais.

Contudo, como ainda não sabemos qual é o limite real de aplicabilidade da teoria quântica, é possível que o princípio de superposição se aplique a todas as escalas, incluindo as macroscópicas. Desta forma, todo o Universo poderia ser descrito por um estado quântico emaranhado, que definiria a distribuição de probabilidades dos campos no Universo, tanto o campo gravitacional que corresponde à geometria quanto os campos que descrevem a matéria (como partículas em certas aproximações). O surgimento do nosso Universo clássico em escalas macroscópicas seria descrito por meio de uma aproximação e do processo de decoerência. Este é o âmbito da cosmologia quântica.

Já que a gravitação é a interação mais relevante nos modelos cosmológicos, uma teoria quântica universal deve incluir uma descrição quântica da gravidade. Mesmo em escalas microscópicas, esta

descrição é de grande interesse, já que devemos compreender como as partículas elementares interagem gravitacionalmente e, de modo geral, como as duas teorias – relatividade e quântica – se encaixam para descrever a realidade.

A descrição quântica da gravidade e da cosmologia sofre com o problema do tempo: como podemos descrever a dinâmica das probabilidades dos campos se não há um tempo absoluto e clássico, isto é, se todos os graus de liberdade são quânticos e probabilísticos? Vimos que esta é uma área de pesquisa ativa e que várias soluções já foram e estão sendo consideradas. As mais promissoras levam a sério as simetrias da relatividade, o princípio da covariância geral e o fato de que, mesmo na teoria clássica, a dinâmica deve ser descrita de forma relacional. Com isso, a evolução é entendida com base na relação dos campos entre si e sem uma estrutura ad hoc ou absoluta por trás. Na teoria quântica, esta noção relacional de dinâmica pode ser concretizada, por exemplo, por meio de probabilidades condicionais, grandezas invariantes de calibre, além de ideias sofisticadas relacionadas à holografia, hamiltonianos modulares e as interpretações do significado da teoria quântica.

Atualmente, a pesquisa acerca destas questões está avançando e pode levar a uma descrição precisa não somente da interação gravitacional entre partículas elementares, mas também do Universo quântico primordial (substituindo, por exemplo, a singularidade clássica do *big bang* por uma descrição quântica) e de sua evolução, com o surgimento da estrutura causal e do espaço-tempo clássicos em grandes escalas. É possível que tal teoria quântica da gravitação e cosmologia possa vir a ser corroborada ou refutada por meio de observações cosmológicas e astrofísicas, como, por exemplo, no estudo da radiação cósmica de fundo ou da formação de estruturas e da distribuição de galáxias no Universo [9]. De todo modo, tanto em caso de validação quanto de contestação experimental, este é um estudo que nos levaria a um entendimento mais profundo a respeito da física fundamental do nosso Universo.

Sobre o autor

Leonardo Chataignier (lchataig@cbpf.br) é

Pesquisador Adjunto do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas e Doutor em Física (2021) pela Universität zu Köln. Sua pesquisa atual foca em abordagens canônicas à gravitação quântica e sua aplicação à cosmologia.

Referências

- [1] C. Kiefer, *Quantum Gravity*, International Series of Monographs on Physics (Oxford University Press, 2025), 4a ed.
- [2] D. Oriti, *Approaches to quantum gravity: Toward a new understanding of space, time and matter* (Cambridge University Press, 2009).
- [3] C. Rovelli, *Quantum gravity*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 2004).
- [4] C. Rovelli e F. Vidotto, *Covariant Loop Quantum Gravity: An Elementary Introduction to Quantum Gravity and Spin-foam Theory*, Cambridge Monographs on Mathematical Physics (Cambridge University Press, 2014).
- [5] S. Bose et al., *Spin Entanglement Witness for Quantum Gravity*, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 240401 (2017).
- [6] D. Carney, P. C. E. Stamp e J. M. Taylor, *Tabletop experiments for quantum gravity: a user's manual*, *Class. Quant. Grav.* **36**, 034001 (2019).
- [7] G. Calcagni, *Observational effects from quantum cosmology*, *Annalen Phys.* **525**, 323 (2013), [Erratum: *Annalen Phys.* 525, A165 (2013)].
- [8] A. Addazi et al., *Quantum gravity phenomenology at the dawn of the multimessenger era—A review*, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **125**, 103948 (2022).
- [9] L. Chataignier, C. Kiefer e P. Moniz, *Observations in quantum cosmology*, *Class. Quant. Grav.* **40**, 223001 (2023).
- [10] P. C. M. Delgado, *Introdução à Cosmologia Quântica*, *Cadernos de Astronomia* **4**, 99 (2023).
- [11] C. Kiefer e B. Sandhoefer, *Quantum cosmology*, *Z. Naturforsch. A* **77**, 543 (2022).
- [12] M. Bojowald, *Loop quantum cosmology*, *Living Rev. Rel.* **11**, 4 (2008).
- [13] M. Bojowald, *Quantum Cosmology*, vol. 835 de *Lecture Notes in Physics* (Springer, 2011).
- [14] I. Agullo e P. Singh, *Loop quantum cosmology.*, in *Loop Quantum Gravity: The First 30 Years*, editado por A. Ashtekar e J. Pullin (World Scientific, 2017), 183–240.
- [15] M. Bojowald, *Cosmic Tangle: Loop Quantum Cosmology and CMB Anomalies*, *Universe* **7**, 186 (2021).
- [16] C. J. Isham, *Canonical quantum gravity and the problem of time*, *NATO Sci. Ser. C* **409**, 157 (1993).
- [17] K. V. Kuchar, *Time and interpretations of quantum gravity*, *Int. J. Mod. Phys. D* **20**, 3 (2011).
- [18] E. Anderson, *The Problem of Time. Quantum Mechanics Versus General Relativity*, vol. 190 de *Fundamental Theories of Physics* (Springer, 2017).
- [19] L. D. Landau e E. M. Lifschits, *Mechanics*, vol. 1 de *Course of Theoretical Physics* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1976), 3a ed.
- [20] L. D. Landau e E. M. Lifschits, *The Classical Theory of Fields*, vol. 2 de *Course of Theoretical Physics* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1975), 4a ed.
- [21] J. V. José e E. J. Saletan, *Classical Dynamics: A Contemporary Approach* (Cambridge University Press, 1998).
- [22] J. D. Norton, *The Dome: An Unexpectedly Simple Failure of Determinism*, *Philosophy of Science* **75**, 786–798 (2008).

- [23] L. D. Landau e E. M. Lifshitz, *Statistical Physics, Part 1*, vol. 5 de *Course of Theoretical Physics* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1980), 3a ed.
- [24] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos* (CRC Press, 2015), 2a ed.
- [25] W. Heisenberg, *Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik*, *Zeitschrift für Physik* **43**, 172–198 (1927).
- [26] P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics* (Oxford University Press, 1930), 1a ed.
- [27] Cohen-Tannoudji, C. e Diu, B. e Laloë, F., *Quantum Mechanics*, vol. 1 (Wiley-VCH, 2020), 2a ed.
- [28] A. Peres, *Quantum Theory: Concepts and Methods*, *Fundamental Theories of Physics* (Kluwer Academic Publishers, 2002).
- [29] R. N. Bracewell, *The Fourier Transform and Its Applications* (McGraw-Hill Higher Education, 2000), 3a ed.
- [30] L. de Broglie, *Recherches sur la théorie des quanta*, *Annales de Physique (10e série)* **3**, 22 (1925).
- [31] E. Schrödinger, *Quantisierung als Eigenwertproblem. Erste Mitteilung*, *Annalen der Physik* **384**, 361 (1926).
- [32] E. Schrödinger, *Quantisierung als Eigenwertproblem. Zweite Mitteilung*, *Annalen der Physik* **384**, 489 (1926).
- [33] R. P. Feynman, R. B. Leighton e M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics, Volume III: Quantum Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1965).
- [34] H.-D. Zeh, *On the Interpretation of Measurement in Quantum Theory*, *Foundations of Physics* **1**, 69 (1970).
- [35] W. H. Zurek, *Pointer basis of quantum apparatus: Into what mixture does the wave packet collapse?*, *Physical Review D* **24**, 1516 (1981).
- [36] W. H. Zurek, *Environment-Induced Superselection Rules*, *Physical Review D* **26**, 1862 (1982).
- [37] W. H. Zurek, *Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical*, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 715 (2003).
- [38] M. A. Schlosshauer, *Decoherence and the Quantum-To-Classical Transition* (Springer, 2007).
- [39] E. Joos et al., *Decoherence and the Appearance of a Classical World in Quantum Theory* (Springer, 2003), 2a ed.
- [40] N. Pinto-Neto, *Teorias e Interpretações da Mecânica Quântica* (Editora Livraria da Física, 2010).
- [41] J. M. Bernardo e A. F. M. Smith, *Bayesian Theory*, *Wiley Series in Probability and Statistics* (Wiley, 2000).
- [42] E. Jaynes, *Probability Theory: The Logic of Science* (Cambridge University Press, 2003).
- [43] C. A. Fuchs, N. D. Mermin e R. Schack, *An Introduction to QBism with an Application to the Locality of Quantum Mechanics*, *Am. J. Phys.* **82**, 749 (2014).
- [44] A. Einstein, *Relativity – The Special & The General Theory* (Princeton University Press, 2019), Especial de 100 Anos ed.
- [45] C. Misner, K. S. Thorne e J. A. Wheeler, *Gravitation* (Princeton University Press, 1973).
- [46] R. M. Wald, *General Relativity* (University of Chicago Press, 1984).
- [47] R. L. Arnowitt, S. Deser e C. W. Misner, *The Dynamics of general relativity*, *Gen. Rel. Grav.* **40**, 1997 (2008).
- [48] E.ourgoulhon, *3+1 formalism and bases of numerical relativity* (2007). [ArXiv:gr-qc/0703035](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0703035).
- [49] A. Anderson e J. W. York, Jr., *Fixing Einstein's equations*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4384 (1999).

- [50] J. W. York, Jr., *Conformal ‘thin sandwich’ data for the initial-value problem*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1350 (1999).
- [51] P. A. M. Dirac, *Generalized Hamiltonian dynamics*, *Can. J. Math.* **2**, 129 (1950).
- [52] C. W. Misner, *Feynman quantization of general relativity*, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 497 (1957).
- [53] P. A. M. Dirac, *Generalized Hamiltonian dynamics*, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **246**, 326 (1958).
- [54] P. A. M. Dirac, *The Theory of gravitation in Hamiltonian form*, *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **246**, 333 (1958).
- [55] P. A. M. Dirac, *Lectures on Quantum Mechanics* (Dover Publications, 2001).
- [56] S. A. Hojman, K. Kuchař e C. Teitelboim, *Geometrodynamics Regained*, *Annals Phys.* **96**, 88 (1976).
- [57] M. Bojowald, E. I. Duque e A. Shah, *Hypersurface deformations: Off-shell properties on phase space*, *Phys. Rev. D* **111**(12), 124048 (2025).
- [58] J. M. Pons, D. C. Salisbury e L. C. Shepley, *Gauge transformations in the Lagrangian and Hamiltonian formalisms of generally covariant theories*, *Phys. Rev. D* **55**, 658 (1997).
- [59] M. Henneaux e C. Teitelboim, *Quantization of gauge systems* (Princeton University Press, 1992).
- [60] A. Komar, *Construction of a Complete Set of Independent Observables in the General Theory of Relativity*, *Phys. Rev.* **111**, 1182 (1958).
- [61] P. G. Bergmann, *Observables in General Relativity*, *Rev. Mod. Phys.* **33**, 510 (1961).
- [62] P. G. Bergmann, *‘Gauge-Invariant’ Variables in General Relativity*, *Phys. Rev.* **124**, 274 (1961).
- [63] B. DeWitt, *The quantization of geometry*, in *Gravitation: An Introduction to Current Research*, editado por L. Witten (Wiley, New York, 1962), 227–265.
- [64] L. Lusanna, *The objectivity of spacetime: Dirac observables and gauge variables for the gravitational field*, *AIP Conf. Proc.* **841**, 330 (2006).
- [65] B. Dittrich, *Partial and complete observables for canonical general relativity*, *Class. Quant. Grav.* **23**, 6155 (2006).
- [66] B. Dittrich, *Partial and complete observables for Hamiltonian constrained systems*, *Gen. Rel. Grav.* **39**, 1891 (2007).
- [67] J. Tambornino, *Relational Observables in Gravity: a Review*, *SIGMA* **8**, 017 (2012).
- [68] L. Lusanna, *Non-Inertial Frames and Dirac Observables in Relativity* (Cambridge University Press, 2019).
- [69] L. Chataignier, *Timeless Quantum Mechanics and the Early Universe*, Springer Theses (Springer, 2022).
- [70] C. Goeller, P. A. Hoehn e J. Kirklin, *Diffeomorphism-invariant observables and dynamical frames in gravity: reconciling bulk locality with general covariance* (2022). [ArXiv:2206.01193](https://arxiv.org/abs/2206.01193).
- [71] C. Rovelli, *Quantum evolving constants: Reply to comment on ‘Time in quantum gravity: An Hypothesis.’*, *Phys. Rev. D* **44**, 1339 (1991).
- [72] B. S. DeWitt, *Quantum Theory of Gravity. 1. The Canonical Theory*, *Phys. Rev.* **160**, 1113 (1967).
- [73] B. F. Schutz, *Perfect Fluids in General Relativity: Velocity Potentials and a Variational Principle*, *Phys. Rev. D* **2**, 2762 (1970).
- [74] B. F. Schutz, *Hamiltonian Theory of a Relativistic Perfect Fluid*, *Phys. Rev. D* **4**, 3559 (1971).
- [75] F. G. Alvarenga et al., *Troubles with quantum anisotropic cosmological models: Loss of unitarity*, *Gen. Rel. Grav.* **35**, 1659 (2003).

- [76] P. A. P. Molinari et al., *Radiation-dominated bouncing model with slow contraction and inflation*, *Phys. Rev. D* **109**(4), 043531 (2024).
- [77] A. Einstein, *Spielen Gravitationsfelder im Aufbau der materiellen Elementarteilchen eine wesentliche Rolle?*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.) **1919**, 349 (1919).
- [78] M. Henneaux e C. Teitelboim, *The Cosmological Constant as a Canonical Variable*, *Phys. Lett. B* **143**, 415 (1984).
- [79] W. G. Unruh, *A Unimodular Theory of Canonical Quantum Gravity*, *Phys. Rev. D* **40**, 1048 (1989).
- [80] A. O. Barvinsky e A. Y. Kamenshchik, *Darkness without dark matter and energy – generalized unimodular gravity*, *Phys. Lett. B* **774**, 59 (2017).
- [81] A. O. Barvinsky et al., *Dynamics of the generalized unimodular gravity theory*, *Phys. Rev. D* **100**, 023542 (2019).
- [82] J. Magueijo, *Cosmological time and the constants of nature*, *Phys. Lett. B* **820**, 136487 (2021).
- [83] S. Gryb e K. P. Y. Thébault, *Time Regained: Symmetry and Evolution in Classical Mechanics* (Oxford University Press, 2024).
- [84] R. Casadio et al., *Relaxation of first-class constraints and the quantization of gauge theories: From “matter without matter” to the reappearance of time in quantum gravity*, *Annals Phys.* **470**, 169783 (2024).
- [85] M. S. Klinger e R. G. Leigh, *The Problem of Time and its Quantum Resolution* (2025). [ArXiv:2504.00152](https://arxiv.org/abs/2504.00152).
- [86] D. Marolf, *Quantum observables and recollapsing dynamics*, *Class. Quant. Grav.* **12**, 1199 (1995).
- [87] D. Marolf, *Observables and a Hilbert space for Bianchi IX*, *Class. Quant. Grav.* **12**, 1441 (1995).
- [88] S. B. Giddings, D. Marolf e J. B. Hartle, *Observables in effective gravity*, *Phys. Rev. D* **74**, 064018 (2006).
- [89] D. Marolf, *Solving the Problem of Time in Mini-superspace: Measurement of Dirac Observables*, *Phys. Rev. D* **79**, 084016 (2009).
- [90] L. Chataignier, *Construction of quantum Dirac observables and the emergence of WKB time*, *Phys. Rev. D* **101**, 086001 (2020).
- [91] P. A. Hoehn, A. R. H. Smith e M. P. E. Lock, *Trinity of relational quantum dynamics*, *Phys. Rev. D* **104**(6), 066001 (2021).
- [92] L. Chataignier, *Relational observables, reference frames, and conditional probabilities*, *Phys. Rev. D* **103**, 026013 (2021).
- [93] P. A. Hoehn, A. R. H. Smith e M. P. E. Lock, *Equivalence of Approaches to Relational Quantum Dynamics in Relativistic Settings*, *Front. in Phys.* **9**, 181 (2021).
- [94] A. Baldazzi, K. Falls e R. Ferrero, *Relational observables in asymptotically safe gravity*, *Annals Phys.* **440**, 168822 (2022).
- [95] L. Chataignier et al., *Relational Dynamics with Periodic Clocks* (2024). [ArXiv:2409.06479](https://arxiv.org/abs/2409.06479).
- [96] D. N. Page e W. K. Wootters, *Evolution without Evolution: Dynamics Described by Stationary Observables*, *Phys. Rev. D* **27**, 2885 (1983).
- [97] W. K. Wootters, *“Time” replaced by quantum correlations*, *Int. J. Theor. Phys.* **23**, 701 (1984).
- [98] C. E. Dolby, *The Conditional probability interpretation of the Hamiltonian constraint* (2004). [ArXiv:gr-qc/0406034](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0406034).
- [99] R. P. Woodard, *Enforcing the Wheeler-de Witt Constraint the Easy Way*, *Class. Quant. Grav.* **10**, 483 (1993).
- [100] U. H. Gerlach, *Derivation of the ten einstein field equations from the semiclassical*

- approximation to quantum geometrodynamics*, *Phys. Rev.* **177**, 1929 (1969).
- [101] H. D. Zeh, *Emergence of Classical Time From a Universal Wave Function*, *Phys. Lett. A* **116**, 9 (1986).
- [102] H. D. Zeh, *Time in Quantum Gravity*, *Phys. Lett. A* **126**, 311 (1988).
- [103] C. Kiefer, *Continuous Measurement of Minisuperspace Variables by Higher Multipoles*, *Class. Quant. Grav.* **4**, 1369 (1987).
- [104] A. Strominger, *Third quantization*, *Phil. Trans. R. Soc. A* **329**, 395 (1989).
- [105] M. McGuigan, *Third Quantization and the Wheeler-deWitt Equation*, *Phys. Rev. D* **38**, 3031 (1988).
- [106] C. Kiefer e H. D. Zeh, *Arrow of time in a recollapsing quantum universe*, *Phys. Rev. D* **51**, 4145 (1995).
- [107] E. Joos, *Why do we observe a classical space-time?*, *Phys. Lett. A* **116**, 6 (1986).
- [108] C. Kiefer, L. Chataignier e M. Tyagi, *Time and its arrow from quantum geometrodynamics?*, *J. Phys. Conf. Ser.* **2883**, 012008 (2024).
- [109] L. Chataignier, C. Kiefer e M. Tyagi, *Origin of time and probability in quantum cosmology*, *J. Phys. Conf. Ser.* **3017**, 012007 (2025).
- [110] D. Z. Albert, *Time and Chance* (Harvard University Press, 2000).
- [111] C. Kiefer, N. Kwidzinski e D. Piontek, *Singularity avoidance in Bianchi I quantum cosmology*, *Eur. Phys. J. C* **79**, 686 (2019).
- [112] R. Haag, *Local Quantum Physics –Fields, Particles, Algebras* (Springer, 1992).
- [113] A. Connes e C. Rovelli, *Von Neumann algebra automorphisms and time thermodynamics relation in general covariant quantum theories*, *Class. Quant. Grav.* **11**, 2899 (1994).
- [114] M. Takesaki, *Theory of Operator Algebras II*, vol. 125 de *Encyclopaedia of Mathematical Sciences* (Springer, 2003).
- [115] T. Regge e C. Teitelboim, *Role of Surface Integrals in the Hamiltonian Formulation of General Relativity*, *Annals Phys.* **88**, 286 (1974).
- [116] A. P. Balachandran, L. Chandar e E. Ercolessi, *Edge states in gauge theories: Theory, interpretations and predictions*, *Int. J. Mod. Phys. A* **10**, 1969 (1995).
- [117] D. Marolf, *Mass superselection, canonical gauge transformations, and asymptotically flat variational principles*, *Class. Quant. Grav.* **13**, 1871 (1996).
- [118] T. Andrade e D. Marolf, *Asymptotic Symmetries from finite boxes*, *Class. Quant. Grav.* **33**(1), 015013 (2016).
- [119] M. Henneaux e C. Troessaert, *The Asymptotic Structure of Gravity at Spatial Infinity in Four Spacetime Dimensions*, *Proc. Steklov Inst. Math.* **309**(1), 127 (2020).
- [120] O. Fuentealba, M. Henneaux e C. Troessaert, *Asymptotic Symmetry Algebra of Einstein Gravity and Lorentz Generators*, *Phys. Rev. Lett.* **131**(11), 111402 (2023).
- [121] D. Marolf, *Unitarity and Holography in Gravitational Physics*, *Phys. Rev. D* **79**, 044010 (2009).
- [122] T. Jacobson, *Boundary unitarity and the black hole information paradox*, *Int. J. Mod. Phys. D* **22**, 1342002 (2013).
- [123] D. Marolf, *Holography without strings?*, *Class. Quant. Grav.* **31**, 015008 (2014).
- [124] T. Jacobson e P. Nguyen, *Diffeomorphism invariance and the black hole information paradox*, *Phys. Rev. D* **100**(4), 046002 (2019).
- [125] G. 't Hooft, *The Holographic principle: Opening lecture*, *Subnucl. Ser.* **37**, 72 (2001).
- [126] R. Bousso, *The Holographic principle*, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 825 (2002).

- [127] A. C. Wall, *A Survey of Black Hole Thermodynamics* (2018). [ArXiv:1804.10610](#).
- [128] J. M. Maldacena, *The Large N limit of superconformal field theories and supergravity*, *Adv. Theor. Math. Phys.* **2**, 231 (1998).
- [129] O. Aharony et al., *Large N field theories, string theory and gravity*, *Phys. Rept.* **323**, 183 (2000).
- [130] H. Năstase, *Introduction to the AdS/CFT Correspondence* (Cambridge University Press, 2015).
- [131] L. Freidel, *Reconstructing AdS/CFT* (2008). [ArXiv:0804.0632](#).
- [132] M. A. Demisē, *$T T$ - and Holography /*, Tese de Doutorado, Chicago U., Chicago U. (2021). [ArXiv:2112.02596](#).
- [133] G. Araujo-Regado, R. Khan e A. C. Wall, *Cauchy slice holography: a new AdS/CFT dictionary*, *JHEP* **03**, 026 (2023).
- [134] M. J. Blacker et al., *Radial canonical AdS₃ gravity and $T\bar{T}$* , *JHEP* **01**, 092 (2025).
- [135] H. Everett, *The Theory of the Universal Wave Function*, Tese de Doutorado, Princeton University (1956).
- [136] H. Everett, *Relative state formulation of quantum mechanics*, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 454 (1957).
- [137] S. Saunders et al. (eds.), *Many worlds? Everett, quantum theory, and reality* (Oxford University Press, 2012).
- [138] D. Wallace, *The emergent multiverse: quantum theory according to the Everett Interpretation* (Oxford University Press, Oxford, 2012).
- [139] N. Pinto-Neto, *The de Broglie–Bohm Quantum Theory and Its Application to Quantum Cosmology*, *Universe* **7**(5), 134 (2021).
- [140] D. Dürr, S. Goldstein e N. Zanghì, *Bohmian mechanics and the meaning of the wave function*, in *Foundations of Quantum Mechanics: A Symposium in Honor of Abner Shimony* (1995).

Teoria do funcional da densidade: fundamentos, desafios e novos horizontes na mecânica quântica de átomos, moléculas e sólidos

Matheus S. Barbosa¹, Leonardo Villegas-Lelovsky¹, Alberto Torres², Alan B. de Oliveira¹, Amaury de Melo Souza³, Breno R. L. Galvao⁴, Alexandre R. Rocha², Mário S. C. Mazzoni⁵ e Matheus J. S. Matos¹

¹Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP)

²Universidade Estadual Paulista (UNESP)

³Energy transition in Steelmaking Department, Vale S.A, Saint-Prex, Switzerland

⁴Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG)

⁵Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)

Resumo

No centenário da mecânica quântica, este trabalho traz uma revisão dos fundamentos, desafios e novos horizontes da teoria quântica de muitos corpos, com foco na Teoria do Funcional da Densidade (DFT), no método GW e em diversas aplicações desses métodos nas áreas de astronomia e em metodologias emergentes baseadas em Machine Learning (ML) e algoritmos evolutivos. Ao explorar essas aplicações, da astronomia à inteligência artificial, buscamos evidenciar o caráter transversal dessa teoria sexagenária, que continua sendo uma ferramenta indispensável para o estudo das propriedades da matéria e para o avanço da inovação tecnológica.

Abstract

On the centennial of quantum mechanics, this work provides a comprehensive review of the theoretical foundations, current challenges, and emerging frontiers in many-body quantum theory, with particular emphasis on Density Functional Theory (DFT), the GW approximation, and their applications in fields such as astronomy and in novel methodologies grounded in Machine Learning (ML) and evolutionary algorithms. By surveying these diverse applications, from astrophysical systems to artificial intelligence, we underscore the inherently interdisciplinary character of this sixty-year-old framework, which continues to be indispensable for advancing our understanding of the properties of matter and for driving technological innovation.

Palavras-chave: teoria do funcional da densidade; DFT; estrutura eletrônica; física da matéria condensada; teorema de Hohenberg-Kohn; machine learning; algoritmos evolutivos.

Keywords: density functional theory; DFT; electronic structure; condensed matter physics; Hohenberg-Kohn theorem; machine learning; evolutionary algorithms.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49847](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49847)

1 Introdução

A mecânica quântica e seus desdobramentos estão no centro das maiores revoluções científicas pelas quais a humanidade já passou. Desde 1901, quando Planck introduziu a constante que confere significado à quantização da energia [1], e tanto Einstein quanto Compton utilizaram esse conceito para explicar, respectivamente, o efeito fotoelétrico e o efeito Compton [2, 3], observa-

mos um avanço significativo na ciência, especialmente em nosso entendimento sobre a matéria, permitindo-nos compreender o mundo de uma maneira diferente. O desenvolvimento de novas tecnologias e dispositivos só foi possível graças ao surgimento da mecânica quântica e à nova compreensão que adquirimos sobre átomos, moléculas e sólidos, permitindo sua aplicação em tecnologias disruptivas. Esse progresso começou, em grande parte, com a introdução dos mode-

los atômicos de Rutherford (1909) [4, 5] e, posteriormente, de Bohr (1913) [6], que trouxeram luz ao surgimento, ainda incipiente, da área de pesquisa denominada estrutura eletrônica [7, 8]. Depois disso, entramos na era em que a mecânica quântica passa a se estabelecer a partir dos formalismos de Schrödinger e Heisenberg [9–13], usando as bases das ideias já estabelecidas como a dualidade onda-partícula de De Broglie [14], os experimentos de Stern-Gerlach [15] e muitos outros eventos marcantes dos primórdios da mecânica quântica [16–18].

À primeira vista, os elementos fundamentais para a solução de problemas envolvendo elétrons no regime quântico já estavam estabelecidos. Utilizando conceitos essenciais, como o fato de os elétrons serem férmions e necessitarem ser descritos por uma função de onda antissimétrica,

em acordo com o Princípio de Pauli [17, 19, 20], acreditava-se ser possível obter as informações necessárias sobre sistemas com um ou muitos elétrons. Dessa forma, imaginava-se que todo o entendimento da matéria, configurado como um problema de muitos corpos do ponto de vista quântico, estaria resolvido. As tentativas mais conhecidas para enfrentar esse desafio no contexto atômico foram realizadas por D. R. Hartree [21] e Vladimir Fock [22]. Hartree foi um dos pioneiros a tratar sistemas multieletrônicos resolvendo, de forma aproximada, a equação de Schrödinger. É evidente, contudo, que a solução dessa equação para sistemas com mais de um elétron não é trivial. O hamiltoniano \hat{H} é dado pela soma da energia cinética não relativística com as interações Coulombianas entre elétrons e núcleos¹:

$$\begin{aligned} \hat{H} &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \nabla_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^M \frac{1}{M_\alpha} \nabla_\alpha^2 + \frac{1}{2} \sum_{j \neq i}^N \sum_{i=1}^N \frac{1}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha \neq \beta}^M \sum_{\beta=1}^M \frac{Z_\alpha Z_\beta}{|\mathbf{R}_\alpha - \mathbf{R}_\beta|} - \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^M \frac{Z_\alpha}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{R}_\alpha|} \\ &= \hat{T}_e + \hat{T}_N + \hat{V}_{ee} + \hat{V}_{NN} + \hat{V}_{Ne}, \end{aligned} \quad (1)$$

onde \hat{T}_e representa o operador de energia cinética eletrônica, \hat{T}_N o operador de energia cinética nuclear, M_α a massa do núcleo α localizado na posição \mathbf{R}_α , \hat{V}_{ee} o operador de energia potencial repulsiva elétron-elétron, \hat{V}_{NN} o operador de energia potencial repulsiva núcleo-núcleo, e \hat{V}_{Ne} o operador referente à atração elétron-núcleo (também interpretado como o potencial “externo” atuando sobre os elétrons). As somas em i e j percorrem todos os elétrons, enquanto as somas em α e β abrangem todos os núcleos. Ao escrevermos este Hamiltoniano, omitimos correções relativísticas. O termo coulombiano de interação entre elétrons introduz complicações significativas na determinação de soluções exatas, o que levou Hartree a desenvolver o conhecido método autoconsistente como alternativa numérica viável. É importante destacar que, mesmo nesse formalismo, outras aproximações são frequentemente necessárias para tornar o problema tratável. Na prática,

muitas vezes o sistema é reduzido ao problema eletrônico, o que se justifica pelo fato de que, em diversas situações, é possível aplicar a conhecida aproximação de Born-Oppenheimer, ou aproximação adiabática [7, 23].

A proposta central de aproximação para solução da equação de Schrödinger na teoria de Hartree consiste em aproximar a interação entre os elétrons por meio de um campo médio gerado pelos outros $N - 1$ elétrons que atuam sobre cada partícula. Dessa forma, o movimento de cada elétron passa a ser descrito por uma equação de Schrödinger de partícula única. A condição de autoconsistência entre a distribuição de carga eletrônica e o campo eletrostático que ela própria gera resulta em um conjunto de equações integro-diferenciais acopladas, conhecidas como equações de Hartree, aplicáveis às N funções de onda de partícula única. Essas equações correspondem à otimização de uma função de onda aproximada escrita como o produto dos orbitais eletrônicos, denominado produto de Har-

¹O Hamiltoniano está escrito utilizando o sistema de unidades atômicas.

tree [7,21]. Tal produto, no entanto, não satisfaz o princípio de exclusão de Pauli. Foi apenas em 1930 que Fock [22] apresentou cálculos baseados em funções de onda devidamente antissimetrizadas, formuladas na forma do conhecido determinante de Slater [19]. Esse formalismo passou a ser conhecido como o método de Hartree-Fock (HF). A evolução das ideias de se obter soluções diretas da equação de Schrödinger utilizando métodos aproximativos para solução de muitos corpos continua até hoje. Existem diferentes metodologias para aumentar a precisão dos cálculos obtidos por essa abordagem, embora sejam, em geral, computacionalmente muito custosas a depender do número de átomos do sistema [24].

O estudo de sistemas periódicos ganhou destaque a partir de 1929, quando Felix Bloch desenvolveu a teoria quântica dos sólidos [25]. Na mesma época, Thomas e Fermi, independentemente, propuseram métodos para calcular a energia eletrônica de determinados sistemas a partir da densidade eletrônica [7,26–28]. Estas são sementes que deram origem a uma das teorias mais utilizadas pela ciência, a Teoria do Funcional da Densidade (DFT, do inglês *Density Functional Theory*) [29,30].

O principal protagonista no desenvolvimento da DFT foi o físico teórico Walter Kohn, nascido em 1923, dois anos antes das bases da mecânica quântica serem estabelecidas. Aos 42 anos de idade, Kohn já havia desenvolvido uma das teorias mais influentes da história da ciência [31–33]. Walter Kohn foi agraciado com o Prêmio Nobel de Química de 1998 pelo desenvolvimento da DFT, em conjunto com John A. Pople, reconhecido por suas contribuições ao avanço de métodos computacionais em química quântica [34,35]. Pople destacou-se como um dos principais desenvolvedores do software *Gaussian* e, segundo o próprio Kohn, levou algum tempo até aceitar e incorporar a DFT nesse programa [36,37]. A DFT fundamenta-se em dois teoremas publicados por Walter Kohn, em colaboração com Pierre Hohenberg, em 1964, e nas célebres equações de Kohn-Sham, apresentadas em 1965 em parceria com Lu-Jeu Sham, então pós-doutorando sob a supervisão de Kohn [31]. Detalhes da teoria serão apresentados na Seção 2. No ano em que a mecânica quântica completa o seu centenário, a DFT celebra, então, mais de seis décadas de existên-

cia, consolidando-se como um dos marcos mais relevantes da física e da química teóricas.

A Figura 1 mostra a evolução anual do número de citações dos artigos de Hohenberg e Kohn (1964), Kohn e Sham (1965) e Perdew et al. (1996) [29,30,33,38,39]. Em 2014, os artigos que fundamentaram a DFT figuravam entre os 100 trabalhos mais citados da história da ciência, juntamente com artigos centrais para sua implementação prática no estudo de átomos, moléculas e sólidos [29,30,32,40–49]. Em 2023, essa posição de destaque permanece, com ênfase especial no trabalho de John P. Perdew, Kieron Burke e Matthias Ernzerhof [38], que figura na quarta posição entre os artigos mais citados, juntamente com outras metodologias implementadas para a aplicação da DFT. [33,39,41,42,44,45,47].

Isso evidencia a relevância científica que essa área de pesquisa, dentro da mecânica quântica, desenvolveu ao longo dos anos. Atualmente, a DFT é utilizada de maneira interdisciplinar em diferentes campos do conhecimento. Uma consulta na base *Web of Science*, considerando as citações aos trabalhos de Walter Kohn, Perdew e outros, revela a diversidade de áreas que adotaram a DFT como modelo unificado para a descrição teórica de problemas envolvendo matéria condensada. As principais citações nos trabalhos fundamentais da DFT [29,30,38] mostram grandes áreas como Física, Química, Ciência dos Materiais, Engenharia e Metalurgia (ver Figura 2). Entretanto, observa-se também a crescente presença da teoria em áreas como Mineralogia, Farmacologia, Astronomia e Astrofísica. Além disso, começam a surgir referências em campos relacionados à saúde, demonstrando o alcance cada vez mais amplo da DFT.

Todo esse sucesso está fundamentado na qualidade dos resultados proporcionados pela DFT na modelagem de sistemas, bem como em sua capacidade de estabelecer um diálogo direto com a pesquisa experimental. A modelagem teórica baseada em DFT transformou de maneira significativa a compreensão da natureza e a condução das investigações na área de estrutura eletrônica. Marvin Cohen, professor da Universidade da Califórnia, em Berkeley, destacou-se como um dos principais responsáveis por revolucionar o uso da teoria e da simulação na previsão de novos materiais, tendo realizado as descobertas teóri-

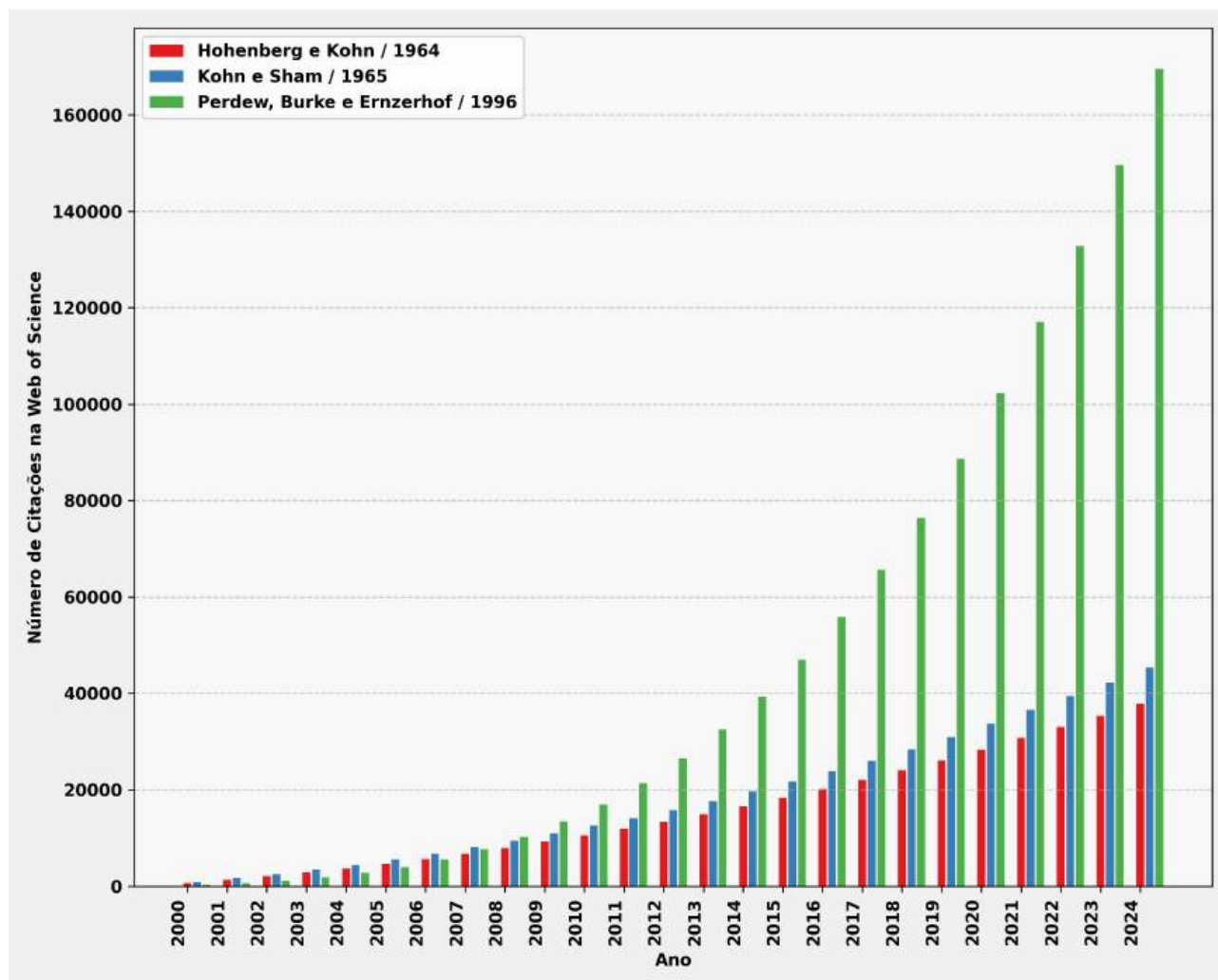


Figura 1: Evolução anual do número de citações dos artigos de Hohenberg e Kohn (1964), Kohn e Sham (1965) e Perdew et al. (1996). Enquanto os dois primeiros apresentam crescimento consistente, o trabalho de Perdew (PBE) mostra aumento muito mais acentuado, alcançando em 2023 a 4ª posição entre os artigos mais citados da ciência [29,30,33,38,39].

cas dos nanotubos de nitreto de boro e participado ativamente da proposta de síntese desse material em colaboração com pesquisadores experimentais [50–53]. Pesquisadores como Cohen e colaboradores desempenharam um papel fundamental na formação de uma geração de cientistas dedicados à pesquisa em teoria e simulação de materiais, bem como à física da matéria condensada. Essa comunidade científica consolidada constitui, atualmente, um dos motores potenciais para revoluções científicas e tecnológicas, além de representar um terreno fértil para descobertas em um contexto no qual a inteligência artificial assume crescente relevância disruptiva.

O sucesso da DFT decorre de características importantes que podem ser aplicadas em diferentes contextos de descobertas científicas [54]. A

exploração e a previsão de situações experimentais de difícil execução ou, muitas vezes, impossíveis são avaliadas pela DFT de maneira simples, permitindo, assim, investigar o comportamento de sistemas em diversos contextos laboratoriais. Por exemplo, é possível estudar sistemas sob condições de temperatura e pressão atualmente inalcançáveis do ponto de vista experimental. De outra forma, é possível prever o comportamento de sistemas atômicos em situações de pressão e temperatura como as existentes no centro da Terra ou de uma estrela [55, 56]. Além disso, a DFT permite um controle rigoroso das condições de simulação, de forma que é possível estudar e prever, por exemplo, o comportamento preciso da substituição de um único átomo por espécies distintas em um material 2D ou cristalino, permitindo o



Figura 2: Nuvem de palavras representando a frequência de publicações diferentes áreas de pesquisa das Categorias da *Web of Science* que citam o artigo de Perdew et. al. [38]. O tamanho das palavras indica a relevância relativa da área, enquanto a variação de cores, no mapa viridis, representa a frequência de citações nas publicações.

controle e o entendimento preciso de suas propriedades [57]. Também é possível desvendar os mecanismos de reações químicas de formação de moléculas orgânicas nitrogenadas, como as do DNA e do RNA, no espaço interestelar, fornecendo informações valiosas sobre como surgiu a vida na Terra [58].

Os fenômenos quânticos emergentes e exóticos podem ser descobertos por meio de investigações minuciosas utilizando simulações com DFT. Novos fenômenos e propriedades tunáveis de materiais muitas vezes permanecem ocultos a uma análise puramente teórica ou experimental, e o uso dessa metodologia pode atuar como motor de novas descobertas [59]. O custo associado a novas descobertas é sempre elevado, e a simulação computacional permite, de certa forma, reduzir os custos operacionais envolvidos. A DFT pode ser utilizada para fins específicos, como a diminuição do processo de tentativa e erro nos laboratórios. Nesse sentido, o uso de algoritmos inteligentes em conjunto com a DFT possibilita uma aceleração de descobertas até então inimaginável.

O emprego de aprendizado de máquina ou de algoritmos evolutivos tem transformado a maneira como a pesquisa com DFT é conduzida e como a descoberta de novos materiais e moléculas é realizada [60–62]. Não por acaso, o Prêmio Nobel de Física de 2024 foi concedido a Geoffrey Hinton e John J. Hopfield pelas descobertas e invenções fundamentais que possibilitam o aprendizado de máquina com redes neurais artificiais, enquanto o Prêmio Nobel de Química de 2024 foi concedido a David Baker, Demis Hassabis e John Jumper pelo design computacional de proteínas e pela previsão de sua estrutura [63,64]. Esses prêmios destacam como o aprendizado de máquina e o design computacional estão transformando a ciência, assim como a DFT. Esses novos métodos híbridos de DFT com algoritmos inteligentes têm alavancado a descoberta de novos materiais cristalinos, novos supercondutores e materiais 2D, com propriedades específicas e desejadas. Além disso, para acelerar esse processo de descobertas, a DFT pode ser utilizada como ferramenta para o desenvolvimento de bancos de dados destinados

ao treinamento e à parametrização de novos potenciais, com fins específicos voltados tanto para a descoberta de novos materiais quanto para a descrição de propriedades de sistemas cuja simulação apresenta alto custo computacional. Métodos como dinâmica molecular podem, então, ser utilizados com base nesses potenciais [65–69].

Os métodos de estrutura eletrônica tornaram-se cada vez mais sofisticados na busca por uma descrição tanto qualitativa quanto quantitativa de resultados que possam ser comparados com experimentos. Apesar de seu sucesso notável, a DFT não é uma teoria universal e ainda não consegue descrever adequadamente todas as propriedades de sistemas atômicos, tornando a comparação com resultados experimentais, em certos casos, inviável. É o que ocorre, por exemplo, na descrição de sistemas fortemente correlacionados e na caracterização de propriedades ópticas de materiais com excitações de quasipartículas.

Dessa forma, novos métodos além da DFT têm surgido e evoluído. Os métodos de perturbação de muitos corpos são um exemplo notável. A descrição das propriedades ópticas de diversos materiais avançou consideravelmente graças ao desenvolvimento e à implementação de técnicas perturbativas por pesquisadores como Steven Louie, utilizando abordagens conhecidas como GW e Bethe-Salpeter (GW-BSE) [70–73]. No caso de sistemas fortemente correlacionados, destaca-se o surgimento da Teoria Dinâmica do Campo Médio (DMFT, do inglês *Dynamical Mean-Field Theory*) [74, 75].

Apresentaremos, nas próximas seções, detalhes do que foi descrito acima. Inicialmente, discutiremos a DFT como uma teoria fundamental no desenvolvimento da Mecânica Quântica aplicada para sistemas atômicos, apresentando seus principais conceitos e aproximações. Em seguida, abordaremos aspectos relevantes da teoria de perturbação de muitos corpos. Posteriormente, apresentaremos aplicações da DFT em diferentes contextos, destacando como essa metodologia pode auxiliar na identificação de compostos interestelares e como pode ser utilizada em conjunto com métodos inteligentes para o design de novos materiais.

2 Teoria do funcional da densidade (DFT): conceitos básicos

Na teoria quântica, a função de onda eletrônica total Ψ , que é solução da equação de Schrödinger eletrônica independente do tempo, dependerá das posições de todos os N elétrons de um sistema atômico e, portanto, será uma função de $3N$ variáveis. Devido ao termo de repulsão elétron-elétron, este problema de $3N$ variáveis é insolúvel analiticamente, e o que a DFT faz é substituir este problema insolúvel de $3N$ variáveis por um problema de apenas 3 variáveis, que estarão relacionadas à densidade eletrônica $\rho(\mathbf{r})$ do sistema no espaço.

O que pode ser medido experimentalmente na mecânica quântica, devido à sua interpretação estatística, é o valor esperado, i.e. valor médio, de um conjunto de medições de um observável \mathcal{O} considerando sistemas quânticos igualmente preparados. O valor esperado do observável é escrito na notação de Dirac como

$$\langle \mathcal{O} \rangle_{\Psi} = \langle \Psi | \hat{\mathcal{O}} | \Psi \rangle. \quad (2)$$

Se o observável medido for relacionado a uma variável contínua, como o momento \mathbf{p} ou posição \mathbf{x} , seu valor esperado será representado pela integral de $\Psi(\mathbf{r})^* \hat{\mathcal{O}} \Psi(\mathbf{r})$. Se este for relacionado a uma variável discreta, como o momento angular do elétron em átomos isolados, então será representado por um produto entre vetores (estados) e matrizes (observáveis), do tipo $\Psi^\dagger \mathcal{O} \Psi$. Já na DFT, esse valor esperado do observável poderá ser obtido pelo cálculo de um funcional para a densidade eletrônica do sistema $\mathcal{O}[\rho(\mathbf{r})]$.

O que é um Funcional?

Um funcional é uma função que tem como argumento uma outra função e que exprime um escalar como saída. Na DFT, um observável físico é um funcional da densidade eletrônica $\rho(\mathbf{r})$.

Um funcional de grande importância na DFT é o da energia total do sistema. Sendo que tal importância se dá pelo fato de que este é utilizado para minimizar a densidade eletrônica total. Neste funcional, são contidos termos relacionados à energia cinética dos elétrons, ao potencial

eletrostático gerado pelos núcleos, às interações entre elétrons e ao termo de troca-correlação.

2.1 Teoremas de Hohenberg-Kohn

Todo o desenvolvimento da DFT e todas as suas implementações são respaldados em dois teoremas fundamentais, deduzidos em 1964 e que são chamados teoremas de Hohenberg-Kohn (HK) [29]. Tais teoremas, que serão apresentados a seguir, impressionam pela simplicidade de suas provas matemáticas em contraste com suas consequências. Assim, os enunciamos:

Teorema 1 *Para qualquer sistema de partículas interagentes na influência de um potencial externo $v(r)$, a densidade eletrônica $\rho(r)$, a menos de uma constante, é unicamente determinada.*

Teorema 2 *Um funcional universal $E[\rho]$ pode ser definido em termos da densidade, e o estado fundamental exato do sistema quântico corresponde ao mínimo global deste funcional.*

O primeiro teorema pode ser provado por *reductio ad absurdum* ao utilizar o princípio da mínima energia e assumir que dois potenciais externos distintos podem levar a uma mesma densidade eletrônica. Como resultado, este teorema nos mostra que, no contexto de sistemas atômicos, o potencial externo $v(r)$ sentido pelos elétrons, que corresponde às interações dos núcleos com os elétrons e a outras interações não-coulombianas, define unicamente a densidade eletrônica do sistema; ou seja, estabelece uma relação um-para-um entre a densidade e o potencial externo. Como o número de elétrons N é determinado pela densidade eletrônica do estado fundamental

$$\int \rho(\mathbf{r}) d^3r = N, \quad (3)$$

então $\rho_0(r)$ também determina a função de onda total do estado fundamental Ψ_0 . Deste modo, todas as propriedades eletrônicas do sistema são determinadas também por $\rho_0(r)$, ou seja, o primeiro teorema também garante que podemos escrever o valor esperado de qualquer observável \hat{O} como um funcional de $\rho_0(r)$

O segundo teorema pode ser provado de maneira simples utilizando o princípio variacional e

estabelece que, se pudermos construir um funcional exato para a energia eletrônica, seu mínimo global será obtido somente se for utilizada a densidade eletrônica do estado fundamental. Assim, a minimização da energia do sistema corresponde à busca pela densidade do estado fundamental $\rho_0(\mathbf{r})$. Em outras palavras, este teorema estabelece que a busca pelo estado fundamental de um sistema pode ser realizada pela busca do mínimo global do funcional de energia, e este deve levar ao exato mesmo resultado que seria obtido pela resolução da equação de Schrödinger.

Embora em muitos dos problemas de interesse os teoremas HK sejam aplicáveis, existem algumas situações em que estes falham, como, por exemplo, caso o Hamiltoniano possua mais de duas funções de onda do estado fundamental degeneradas. De modo geral, a formulação original de HK falha se a densidade for dita não v -representável, ou seja, se a densidade do estado fundamental não for relacionada a um Hamiltoniano com um potencial externo $v(\mathbf{r})$. Dado este problema, Lieb e Levy [76, 77] construíram, independentemente, um algoritmo de minimização que requeria apenas que as densidades fossem N -representáveis, ou seja, se pudessem ser obtidas a partir de uma função de onda antissimétrica de N elétrons. A N -representabilidade é garantida se as próximas três condições forem atingidas [76, 78]:

$$\rho(\mathbf{r}) \geq 0, \quad (4)$$

$$\int \rho(\mathbf{r}) d^3r = N, \quad (5)$$

$$\int |\nabla \rho^{1/2}(\mathbf{r})|^2 d^3r < \infty. \quad (6)$$

A última condição garante que a raiz da densidade eletrônica, assim como seu gradiente, pertença ao espaço de Hilbert das funções complexas quadrado integráveis $L^2(\mathbb{R}^3)$, ou seja, $n^{1/2} \in \mathcal{H}^1$ e também que a energia cinética do sistema será finita.

Assim, a ideia do algoritmo de Lieb-Levy é procurar por todas as funções de onda antissimétricas que formam ρ_0 e minimizam o valor esperado do chamado funcional universal $F[\rho] = \langle \Psi | \hat{T} + \hat{V}_{ee} | \Psi \rangle$, e depois minimizar o funcional de energia total em relação à densidade eletrônica [79] (ver eq. 7).

Por fim, os teoremas de HK e o algoritmo de

busca de Lieb-Levy garantem que, para qualquer sistema eletrônico, a densidade eletrônica retorna as mesmas informações que a função de onda exata do sistema e, portanto, podemos mudar o foco da determinação de Ψ para a determinação de ρ , com a única restrição sendo que a densidade eletrônica deva ser N -representável. Também, vemos que a obtenção da densidade eletrônica do estado fundamental é possível a partir da minimização do funcional de energia total [76,77]:

$$E_0 = \min_{\rho} \left\{ \min_{\Psi \rightarrow \rho} \left[\langle \Psi | \hat{T} + \hat{V}_{ee} | \Psi \rangle + \int v(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}) d^3r \right] \right\}. \quad (7)$$

2.2 Equações de Kohn-Sham

Embora os teoremas de HK evidenciem que a minimização da energia total leva à densidade eletrônica do estado fundamental, estes não mostram como esta minimização pode ser feita. Por esta razão, em 1965, um ano depois da apresentação dos teoremas de HK, Walter Kohn e Lu Jeu Sham [30] apresentaram um sistema de equações que seria capaz de realizar tal minimização.

Para realizar a minimização, foram introduzidos orbitais ao problema por definir a densidade como uma soma do tipo

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_i^N n_i |\phi_i(\mathbf{r})|^2, \quad (8)$$

em que N é o número de elétrons, n_i é o número de ocupação do orbital, sendo igual a 1 para os N primeiros orbitais e 0 para os demais ($T = 0$ K), o que é dado pelo princípio da exclusão de Pauli. Kohn e Sham definiram depois um fator de energia cinética como soma dos valores esperados destes orbitais

$$T_s[\rho] = \sum_i^N \langle \phi_i | -\frac{1}{2} \nabla^2 | \phi_i \rangle, \quad (9)$$

e a engenhosidade por trás destas definições reside no fato de que estas são exatas para qualquer sistema de elétrons não-interagentes. Tal sistema não interagente é de interesse pois pode ser resolvido numericamente e analiticamente.

Sabendo como a densidade e a energia cinética do sistema não interagente podem ser escritas, Kohn e Sham levantaram a questão sobre se seria possível encontrar a densidade eletrônica de um sistema interagente a partir de um sistema não interagente. Para tentar responder a essa questão, os autores consideraram um funcional de energia total do tipo

$$E[\rho] = T_s[\rho] + E_H[\rho] + E_{xc}[\rho], \quad (10)$$

$$E_{xc}[\rho] = T[\rho] - T_s[\rho] + V_{ee}[\rho] - E_H[\rho], \quad (11)$$

em que E_H e E_{xc} são, respectivamente, a energia de Hartree e a energia de troca-correlação (do inglês, *exchange-correlation*). A energia de Hartree representa a interação clássica de repulsão Coulombiana entre elétrons, dada pela equação

$$E_H[\rho] = \int \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}d\mathbf{r}', \quad (12)$$

em que é notável que há um acréscimo de energia de auto-interação não física para \mathbf{r} próximo de \mathbf{r}' . Já o termo de troca-correlação possui todas as interações não clássicas do sistema de elétrons, a diferença entre a energia cinética do sistema não interagente e a do sistema interagente e a correção para a auto-interação do termo de Hartree, sendo o termo de maior importância para os cálculos da DFT, sendo também onde residem as aproximações da teoria. O termo E_{xc} e suas aproximações serão abordadas mais profundamente na seção 2.3.

Pode-se minimizar o funcional (10) utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange e tomando como vínculo a ortonormalidade dos orbitais $\int \phi_i^*(\mathbf{r})\phi_j(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r} = \delta_{ij}$. Neste caso, a minimização pode ser realizada em relação à ϕ_i^* , e realizando as derivadas funcionais dos termos que compõem o Hamiltoniano, é possível obter as chamadas equações de Kohn-Sham (KS)

$$\left\{ -\frac{1}{2} \nabla^2 + v_{eff}(\mathbf{r}) \right\} \phi_i(\mathbf{r}) = \varepsilon_i \phi_i(\mathbf{r}), \quad (13)$$

em que $v_{eff}(\mathbf{r})$ é a derivada funcional do potencial de interação elétron-elétron $E_H[\rho] + E_{xc}[\rho]$ e do potencial externo. Estas representam, portanto, um potencial efetivo dos núcleos e elétrons que englobam o orbital. Aqui, denominamos também ε_i e ϕ_i como, respectivamente, os autovalores e orbitais de KS.

A partir das equações de KS, é possível reescrever o funcional de energia total do sistema como a soma dos N autovalores ε_i e do funcional da energia de troca-correlação, subtraídos do potencial de Hartree e da integral da derivada funcional do potencial de troca-correlação v_{xc} multiplicado pela densidade eletrônica

$$E[\rho] = \sum_i^N \varepsilon_i - \frac{1}{2} \int \frac{\rho(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r} d\mathbf{r}' + E_{xc}[\rho] - \int v_{xc}(\mathbf{r})\rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r}. \quad (14)$$

Neste momento, o leitor pode se perguntar a respeito da interpretação física para ϕ_i e ε_i , uma vez que estes partem de equações do tipo equação de Schrödinger para um sistema de elétrons não interagentes e também porque os autovalores aparecem no funcional de energia total, e a resposta para tal pergunta é simples: não existem interpretações diretas para estes termos, de modo que são apenas parte de uma construção matemática para realizar a minimização do sistema. Entretanto, há apenas uma exceção para isto, que ocorre apenas para o último autovalor ($\varepsilon_N \equiv \varepsilon_{HOMO}$) referente ao mais alto orbital ocupado (em inglês, “Highest Occupied Molecular Orbital”), onde, pelo teorema de Janak [80], é possível mostrar que ε_{HOMO} é precisamente igual à energia de ionização do sistema. Tal significado também aparece no modelo de HF, onde é provado e referenciado pelo teorema de Koopmans [81]. Além disso, outras quantidades físicas podem ser derivadas diretamente da DFT, como o potencial químico μ no limite de temperatura tendendo a zero, que seria exatamente a derivada funcional de energia total em relação à densidade eletrônica, e que representa a tendência de escape da nuvem de elétrons, e está relacionada ao negativo da eletronegatividade [79] e as funções de Fukui [82], que estão relacionadas à remoção, ou adição, de elétrons no sistema, sendo útil na análise da reatividade de moléculas.

Uma vez obtidas as equações de KS e conhecendo o formato dos funcionais que compõem a energia total, o método proposto para a minimização é pelo chamado ciclo auto-consistente. (ver fig. 3). Tal ciclo é necessário visto que o potencial efetivo de KS v_{eff} por si só é um funcional da densidade eletrônica, e o mesmo é necessário para

a resolução das equações que fornecem os orbitais de KS necessários para a construção da densidade eletrônica. Assim, a ideia é propor uma densidade eletrônica inicial por alguma aproximação, como uma pela superposição das densidades de carga atômicas, resolver a equação de KS e verificar um critério de convergência para a densidade eletrônica. Tal metodologia não é exclusiva da DFT e segue a mesma ideia proposta, em 1951, por C. C. J. Roothaan [83], onde foi estabelecido que os orbitais moleculares das equações de HF fossem expandidos como uma combinação linear dos orbitais atômicos (LCAO). Esta expansão é usada para transformar as equações integro-diferenciais acopladas obtidas no modelo de HF em um problema de diagonalização matricial, simplificando a implementação computacional e possibilitando que o mínimo do sistema seja encontrado pela minimização auto-consistente dos coeficientes da expansão. Ainda, é interessante notar que o método auto-consistente de KS funciona justamente porque as equações de KS são equivalentes à minimização da energia total do sistema.

2.3 Funcional de troca-correlação

Em um sistema atômico, a energia de troca está relacionada ao fato de que elétrons são férmions e, portanto, possuem função de onda antissimétrica. No HF, tal efeito é completamente considerado, visto que um determinante de Slater do estado fundamental é utilizado. Assim, é definida a correlação eletrônica como todos os efeitos não-clássicos desconsiderados pelo modelo de HF

$$E_{corr} = E_0 - E_{HF}. \quad (15)$$

Existem alguns métodos de função de onda pós-HF que visam recuperar a energia de correlação por considerar não apenas um determinante de Slater, mas uma combinação linear de vários determinantes de Slater que representariam estados excitados do sistema. Neste contexto, surge o método da Interação de Configurações, que busca construir uma função de teste considerando tal combinação, e que recupera exatamente a correlação eletrônica (*full-CI*) [84]. Entretanto, tal exatidão vem com uma implementação complexa e custo computacional elevado, impedindo sua completa utilização. Por este motivo, várias aproximações e métodos voltados a recuperar parte da

correlação obtida de forma exata foram desenvolvidas e, dentre eles, alguns utilizam como base a teoria de perturbação utilizando a separação de Møller-Plesset (MPPT) [85] e a teoria da perturbação de muitos corpos (MBPT(n)), baseada na teoria de Rayleigh-Schrödinger [86, 87], enquanto outras apresentam aproximações ao chamado método *Coupled Clusters* [88, 89], que separa o problema de muitos elétrons em agrupamentos de elétrons interagindo entre si, e que, até certo limite, é capaz de recuperar a correlação de maneira suficientemente exata. Entretanto, vale notar que todos estes métodos são mais custosos que a DFT e, portanto, têm suas aplicações restritas a sistemas moleculares menores.

Já no contexto da DFT, como definido na seção anterior, o funcional de troca-correlação introduz todas as interações não-clássicas dos elétrons, a correção para sua energia cinética e a correção para a auto-interação do termo de Hartree. De fato, embora os teoremas de HK garantam que a DFT seja exata em teoria, na prática, são necessárias aproximações para o termo E_{xc} , e estas ditam o quão “exata” é a teoria. Assim, enquanto a melhora dos métodos de função de onda consiste na incorporação de mais determinantes de Slater como entrada para a minimização, o que aumenta extremamente o custo computacional, a melhora da DFT, cujas equações de KS são similares às do HF, consiste na busca de melhores aproximações para o termo de troca-correlação, o que, a princípio, não deve aumentar tanto o custo computacional [90].

Até os dias atuais, ainda não existe um funcional que leve à energia de troca-correlação exata para o sistema. Entretanto, a forma exata para um funcional de troca-correlação é conhecida teoricamente e foi proposta por Harris [91] em 1984, sendo chamada de conexão adiabática. Nesta formulação, definimos o Hamiltoniano total em função de uma constante de acoplamento $\lambda \in [0, 1]$ tal que $\lambda = 0$ representa um sistema não interagente e $\lambda = 1$ representa um sistema completamente interagente, e escrevemos [92]

$$\hat{H}(\lambda) = \hat{T} + \lambda \hat{V}_{ee} + \int u_{\lambda}^{ext}(\mathbf{r}) \hat{n}(\mathbf{r}) d^3r, \quad (16)$$

onde u_{λ}^{ext} é o potencial externo em função de λ . Para $\lambda = 0$, recaímos no potencial externo do sistema não-interagente, enquanto para $\lambda = 1$,

recaímos no potencial externo do sistema completamente interagente $v_{ext}(\mathbf{r})$. O mesmo significado do potencial externo em função de λ é dado para o Hamiltoniano em função de λ . Agora, a ideia é reescrever, com o auxílio do teorema de Hellmann-Feynman, a energia do estado fundamental para os extremos de λ , e usar essas energias para reescrever o funcional de troca-correlação [79, 92]. Então, é possível mostrar que

$$E_{xc}[n(\mathbf{r})] = \frac{1}{2} \int d^3r n(\mathbf{r}) \int d^3r' v_{ee} h_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'), \quad (17)$$

onde $g_{\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ é um funcional único de $n(\mathbf{r})$, e $h_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ é o chamado buraco de troca-correlação:

$$h_{xc}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = n(\mathbf{r}') \int_0^1 [g_{\lambda}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - 1] d\lambda, \quad (18)$$

o qual representa a região próxima ao elétron na qual a probabilidade de se encontrar outro elétron é próxima de zero, seja pelo princípio de exclusão de Pauli (troca), de caráter mais localizado, seja pelos efeitos de repulsão coulombiana (correlação). Podemos decompor o buraco de troca-correlação em dois: o buraco de Fermi, associado à troca, e o buraco de Coulomb, associado à correlação, de modo que a energia de troca-correlação corresponda à energia de interação entre os elétrons do sistema e esses dois buracos.

Se conhecêssemos exatamente h_{xc} , poderíamos resolver exatamente as equações de KS e obter a energia exata do estado fundamental. E, embora talvez não seja possível encontrar o funcional h_{xc} , as características deste nos ajudam a encontrar aproximações mais acuradas para o funcional de troca-correlação.

Uma primeira aproximação para E_{xc} é chamada de *Local Density Approximation* (LDA), e consiste em tratar os elétrons do sistema como um gás homogêneo de elétrons. Dentre este formalismo, podemos tratar a energia de troca e correlação no espaço das frequências, que possui uma função resposta bem definida para o gás de elétrons. A energia de troca é dada pela função de Lindhard [93] e pode ser escrita em termos de funções de Green de uma partícula, de modo que é possível obter

$$E_x^{LDA}(n) = -\frac{3(3\pi^2)^{1/3}}{4\pi} e^2 n^{4/3}, \quad (19)$$

que é o resultado da aproximação de Thomas-Fermi-Dirac [84, 94]. O termo de correlação pode

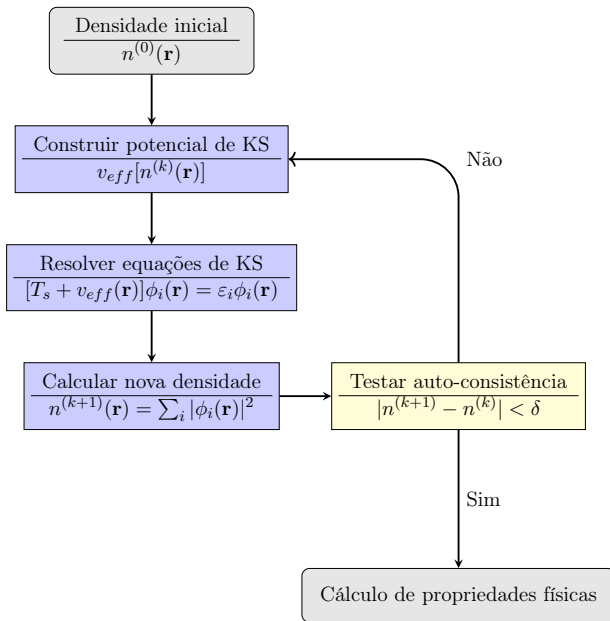


Figura 3: Fluxograma do ciclo auto-consistente da DFT.

ser obtido nos regimes de alta e baixa densidade, por meio da *Random Phase Approximation* (RPA) [95, 96] e uma interpolação para o regime intermediário pode ser feita por meio de cálculos de Monte Carlo quântico [97]. O LDA tende a ser bem aplicável a sistemas com propriedades semelhantes às do gás de elétrons livres, como, por exemplo, materiais metálicos, mas pode falhar em cálculos de estabilidade para íons negativos [92] e para outros sistemas. Em geral, esta aproximação subestima o termo de troca, enquanto sobrestima o termo de correlação, o que pode levar a um cancelamento de erros, tendendo a garantir bons resultados qualitativos e quantitativos para alguns sistemas não homogêneos.

O LDA pode ser generalizado para sistemas com polarização de spin, no que é conhecido como *Local Spin Density Approximation* (LSDA), com a energia de troca sendo uma soma da energia de troca do caso não-polarizado, considerando as densidades de spin up e down do sistema [92]. Já o termo de correlação nesta aproximação é geralmente escrito em função da fração de polarização

$$\zeta = \frac{n^\uparrow - n^\downarrow}{n^\uparrow + n^\downarrow}, \quad (20)$$

com a densidade de energia de correlação sendo não-linear com ζ , e com a utilização de simulações de Monte Carlo Quântico para a obtenção da expressão desta densidade.

Outra aproximação comum é a *Generalized Gradient Approximation* (GGA), e tem como ideia usar não somente a densidade eletrônica para o cálculo da energia, mas também o gradiente da mesma, de modo que a energia de troca-correlação total tem uma forma geral

$$E_{xc}^{GGA}[n(\mathbf{r})] = \int f(n(\mathbf{r}), \nabla n(\mathbf{r})). \quad (21)$$

Existem várias implementações do GGA com diferentes formatos para $f(n(\mathbf{r}), \nabla n(\mathbf{r}))$, sendo notável que uma das mais conhecidas, e utilizadas, é a formulação proposta por Perdew, Burke e Ernzerhof, abreviada pela sigla PBE [38]. Além disso, vários outros tipos de funcionais foram criados ao longo dos anos, como o Meta-GGA, que adiciona uma dependência de $\nabla^2 n$ em f [98, 99], e também como os funcionais híbridos, que utilizam o método de HF, que possui energia de troca exata, para calcular parte desta contribuição na DFT [100, 101].

Na DFT, as aproximações mais utilizadas para o potencial de troca e correlação são locais e, por construção, não levam em conta as interações de longo alcance do tipo van der Waals (vdW), que constituem um fenômeno de correlação não local de origem puramente quântica. As primeiras tentativas de correção desse efeito recorreram a tratamentos semi-empíricos, nos quais se empregava uma função de corte para pequenas distâncias, a qual tende a um para valores grandes de distância ($\propto -f(R)C_6R^{-6}$) [102–105]. Nos últimos anos, entretanto, surgiram diversas propostas de funcionais de densidade para vdW (vdW-DF), que incorporam essa interação a partir de primeiros princípios [106–109].

2.4 Teoria de muitos corpos: o método GW

A discussão precedente leva a um impasse. Ela mostra o DFT como um método formalmente exato e computacionalmente eficiente para o tratamento do sistema eletrônico. Contudo, a implementação prática exige o conhecimento do funcional de troca-correlação, que não é conhecido exatamente e para o qual são feitas aproximações. Essas aproximações acarretam problemas na comparação dos resultados dos cálculos com dados experimentais, especialmente

em sistemas fortemente correlacionados e em propriedades relacionados ao gap de energia, como em medidas ópticas. Para entender o problema, lembramos que a interação de troca é oriunda de um postulado da mecânica quântica que diz que a função de onda total em um sistema multieletrônico deve ser antissimétrica. Em um método como o Hartree-Fock, no qual a função de onda é escrita como um determinante de Slater, o postulado é satisfeito e o termo de troca fica descrito exatamente.

Assim, no método HF, dois termos dizem respeito à interação entre elétrons: além do potencial de troca, há o termo de Hartree, idêntico ao presente nas equações de KS do DFT. O ponto fundamental aqui é que a integral que representa o termo de Hartree inclui a chamada auto-interação, que é espúria, uma vez que um elétron não interage consigo mesmo, apenas com os demais. Mas isso não é problema se o termo de troca é exato, como no HF: a integral que representa o termo de troca inclui contribuições que cancelam exatamente essa auto-interação. O que ocorre se o termo de troca é aproximado, como no DFT? A falta de cancelamento exato faz com que exista auto-interação, e essa é a principal fonte de problemas no método. A propósito, é por isso que os funcionais híbridos citados na seção anterior corrigem sobretudo o termo de troca.

Para contornar o problema, dentro do formalismo DFT, o caminho é então melhorar o funcional de troca-correlação, o que há décadas tem sido tentado. O uso do funcional exato de troca traz o problema do custo computacional - esse funcional é não-local, o que pode fazer sistemas com um número relativamente grande de átomos ficar intratável.

No entanto, há um outro caminho na teoria se o objetivo for, por exemplo, a determinação precisa de gaps de energia e propriedades ópticas. Isso leva-nos à teoria de muitos corpos escrita em termos do formalismo de funções de Green - um tratamento perturbativo que culmina no método GW, que passamos a descrever [110]. Essa teoria foi introduzida por Lars Hedin nos anos 60 [73], e tornada prática por M. Rohlfing and S. Louie nos anos 80 [70, 71].

As funções de Green desempenham um papel central na física. De fato, vários processos físicos são descritos por equações diferenciais não-homogêneas, e as funções de Green são fundamentais para a obtenção de uma solução particular de uma equação desse tipo.

No contexto do problema multieletrônico, o ponto de partida é a definição da função de Green de muitos corpos. A partir de um estado de N partículas, descrito pelo ket $|N\rangle$, ela é dada por:

$$G_{\alpha\beta}(\vec{r}, t, \vec{r}', t') = -i\langle N|T[\hat{\psi}_\alpha(\vec{r}, t)\hat{\psi}_\beta^\dagger(\vec{r}', t')]|N\rangle. \quad (22)$$

Foram usados os operadores de campo, $\hat{\psi}$ e $\hat{\psi}^\dagger$, que aniquilam e criam partículas, respectivamente, e o operador de ordenamento temporal T . Fisicamente, para $t > t'$, essa função descreve a sobreposição do estado original $|N\rangle$ com um estado obtido quando uma partícula de spin α é adicionada ao estado $|N\rangle$ no tempo t' e no ponto \vec{r}' , interage com os demais elétrons, e uma partícula de spin β é removida no tempo t e no ponto \vec{r} . Se $t < t'$, o operador de ordenamento temporal inverte a sequência, e a função passa a descrever o movimento de um buraco (partícula removida) de (\vec{r}, t) a (\vec{r}', t') .

Quando a dependência temporal aparece no operador, como no caso dos operadores de campo acima, obtém-se a evolução temporal a partir da representação de Heisenberg. Nela, tem-se uma equação de movimento para os operadores, como escrita abaixo para o operador de campo $\hat{\psi}$,

$$\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t_1}\hat{\psi}(x_1, t_1) = [\hat{H}, \hat{\psi}(x_1, t_1)] \quad (23)$$

O Hamiltoniano \hat{H} inclui a interação coulombiana $e^2/|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|$, e um termo $\hat{H}_0(x_1)$ que reúne as contribuições que podem ser escritas com operadores de um elétron. A variável x reúne as coordenadas espaciais e de spin. Uma manipulação na equação acima a transforma em uma equação de movimento para a função de Green $G(x_1, t_1, x_2, t_2)$:

Ora, a equação de movimento para a função de Green contém um termo de interação no qual aparece uma função de Green de duas partículas (pois há dois operadores de campo de criação e dois de aniquilação); por sua vez, a equação de movimento para essa função envolveria a função de Green de três partículas, e assim sucessivamente, *ad infinitum*.

O problema pode ser resolvido com a introdução da chamada autoenergia. A ideia é mapear a solução da série infinita de equações acopladas acima em uma equação com a forma abaixo:

$$\begin{aligned} & \left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} - \hat{H}_0(x_1) - V(x_1, t_1) \right] G(x_1, t_2, x_2, t_2) \\ & - \int \Sigma(x_1, t_1, x_3, t_3) G(x_3, t_3, x_2, t_2) dx_3 dt_3 \\ & = \hbar \delta(x_1 - x_2) \delta(t_1 - t_2), \quad (25) \end{aligned}$$

na qual $V(x_1, t_1) = \phi(x_1, t_1) + V_H(x_1, t_1)$, isto é, representa a soma de um potencial externo ϕ com o potencial de Hartree. Introduce-se agora a interação coulombiana blindada:

$$\begin{aligned} W(x_1, t_1, x_2, t_2) = \\ \int \epsilon^{-1}(x_1, t_1, x_3, t_3) v(x_3, x_2) \delta(t_3 - t_2) dx_3 dt_3, \quad (26) \end{aligned}$$

que pode ser escrita de forma abreviada como $W = \epsilon^{-1}v$, sendo ϵ a função dielétrica que caracteriza os efeitos de blindagem do sistema. A partir daí uma série de identidades são empregadas para se chegar a um conjunto de equações, conhecidas como equações de Hedin, que devem ser resolvidas iterativamente [73]. A primeira iteração permite escrever a autoenergia em termos de W e G :

$$\begin{aligned} \Sigma(x_1, t_1, x_2, t_2) = \\ iW_0(x_1, t_1, x_2, t_2)G_0(x_1, t_1, x_2, t_2), \quad (27) \end{aligned}$$

de onde o nome do método GW decorre. Em essência, a autoenergia contém a informação sobre as interações entre os elétrons, isto é, os efeitos de troca e correlação. O formalismo leva a resultados para gaps de energia em excelente acordo com dados experimentais.

Em experimentos ópticos, o limiar de absorção ocorre em energias que ficam abaixo da faixa definida pelo gap de energia do semiconductor. A

razão é que a absorção envolve a formação de uma quasi-partícula conhecida como éxciton, que é um par elétron-buraco ligado. A energia de ligação do par é fundamental para a determinação do limiar de absorção, e pode ser da ordem de 1 eV em sistemas de baixa dimensionalidade, como nanotubos de carbono. Em materiais 3D, essa energia fica, em geral, da ordem de meV. Um formalismo baseado nas funções de Green de duas partículas leva à chamada Equação de Bethe-Salpeter, que tem sido largamente empregada para a descrição de éxcitons em materiais [72].

3 Aplicações

3.1 Moléculas Interestelares

Como apresentado nas seções anteriores, o método DFT é muito eficiente computacionalmente para resolver problemas de sistemas com vários elétrons em sólidos e moléculas. Mas você pode estar se perguntando: que relação isso pode ter com a astronomia? Quando a gente olha para o céu, vemos estrelas, onde a energia atinge megaelétron-volts, o que é suficiente para arrancar elétrons de qualquer átomo. Você tem razão: estrelas são um tipo de plasma, e não parecem nada com a ciência dos materiais ou a química convencional.

Entretanto, no espaço entre as estrelas (meio interestelar), que muita gente imagina ser um vácuo perfeito, existem grãos de poeira, gelos, e moléculas em fase gasosa [111]. É nesse meio que a DFT pode nos ajudar a entender bastante sobre astronomia. Apesar de que o meio interestelar é ridiculamente pouco denso, ele também é ridiculamente grande, e por isso acaba possuindo muita matéria. Por exemplo, na nossa galáxia, a via láctea, as estrelas correspondem a 90% da massa, e os 10% restante estão no meio interestelar [112]. Não podemos negligenciar essa parte do espaço: ela é essencial para ciclo de vida das estrelas. Quando esse gás contrai gravitacionalmente é que as estrelas nascem. E quando elas morrem, expõem matéria de novo para o meio.

Antigamente, era comum acreditar que moléculas não deveriam ser abundantes no espaço, devido às condições extremas de temperatura e a presença de radiação [113]. Entretanto, nos últimos 20 anos, os telescópios tem detectados

novas espécies químicas, e hoje sabemos que elas tem um papel importante em processos que levam a evolução das galáxias [111]. Regiões do espaço que pareciam escuras, podem ser “enxergadas” usando os radiotelescópios que detectam frequências específicas emitidas por certas moléculas. Isso permite que a gente entenda como o gás é estruturado espacialmente, além de nos permitir saber a temperatura e pressão dessas regiões [111]. Ou seja, moléculas funcionam como termômetros e barômetros do espaço.

Termômetros do espaço

Utilizando os radiotelescópios, podemos detectar linhas espectrais moleculares, e inferir a temperatura e densidade de diferentes regiões do espaço.

Além dos radiotelescópios, também temos telescópios que permitem detectar quando moléculas perdem energia vibracional e emitem no infra-vermelho. A qualidade desses dados aumentou muito recentemente depois que *James Webb Space Telescope* começou a operar. Ele tem nos fornecido dados de alta resolução, e permitido estudar moléculas importantes, como os hidrocarbonetos aromáticos policíclicos. [114,115]

A DFT pode ajudar nessa área de pesquisa de várias maneiras: (i) simular em quais frequências essas moléculas irão emitir/absorver [116] (ii) prever quais reações químicas poderão ocorrer entre as espécies químicas presentes no espaço [117] (iii) simular os grãos de poeira existentes no espaço [118]. Esses estudos complementam as observações astronômicas, e nos fornecem um entendimento mais amplo sobre o meio interestelar.

Os grãos interestelares são particularmente interessantes, pois fornecem um ponto de encontro onde átomos e moléculas da fase gasosa podem ser armazenados e reunidos por um período muito mais longo do que seria possível no gás. Devido à grande abundância de hidrogênio no espaço, reações de hidrogenação são comuns. Portanto, após uma estrela morrer e expelir átomos de C, N e O (por exemplo) eles se acumulam na superfície dos grãos e geram moléculas como H₂O, CO₂, CH₄, NH₃ e CH₃OH [113]. De fato, essas moléculas já foram detectadas em grãos por telescópios como

o telescópio espacial *Spitzer*.

O interior da maior parte destes grãos de poeira consiste em uma mistura de silicatos amorfo e material carbonáceo, que retém quase 100% do Si, Mg e Fe, 30% do oxigênio e cerca de 70% do carbono disponível [113]. Simular computacionalmente esses grãos, utilizando DFT não é uma tarefa fácil, devido a sua característica amorfa. [119,120]

Entre as diferentes metodologias para abordar este problema, uma consiste no uso de aglomerados moleculares, especificamente *clusters* de moléculas de água, para simular a configuração desordenada de um grão real. Como alternativa, podem-se utilizar estruturas cristalinas periódicas para aproximar o gelo astroquímico. Um método menos comum é a utilização de células unitárias amorfas em cálculos periódicos, geralmente criadas através de dinâmica molecular em temperaturas elevadas aplicadas a estruturas cristalinas de gelo, a fim de produzir o padrão aleatório. Após obter uma estrutura que simule esses grãos, é possível usá-la para prever a reatividade química de diversas moléculas em sua superfície, onde cálculos DFT são novamente necessários [121].

3.2 *Machine learning e algoritmos inteligentes*

Recentemente, todos os ramos da física têm passado por uma transformação significativa impulsionada pelo aumento do poder computacional e pela disponibilidade de grandes volumes de dados, tanto experimentais como teóricos [122]. Neste contexto, *machine learning* (ML) e algoritmos inteligentes surgem como ferramentas poderosas e com potencial disruptivo, capazes de acelerar descobertas, e permitindo o aprofundamento da nossa compreensão da matéria e suas propriedades [123,124].

Machine learning é um campo da inteligência artificial que se concentra no desenvolvimento de algoritmos capazes de aprender e aprimorar seu desempenho de forma automática e direta a partir de dados, sem depender de programação explícita para cada tarefa específica [125]. Um dos métodos de ML de grande destaque, as redes neurais, se inspiram no funcionamento do cérebro e em sua eficiência para detectar padrões (cor-

relações) em dados, replicando de forma matemática (e simplificada) sua estrutura: uma rede complexa de unidades computacionais simples. A Fig. 4 ilustra como funciona uma rede neural (RN) artificial. Cada neurônio recebe uma série de sinais de entrada a_i vindos de outros neurônios (ou dos dados iniciais, se estiver na primeira camada) e forma uma combinação linear desses sinais, $z = w_0 + \sum w_i a_i$, onde os pesos w_i representam a intensidade da conexão entre dois neurônios específicos. Esta combinação é passada por uma função não-linear, comumente chamada de ativação ou não-linearidade $f(z)$. Esta função pode ter qualquer forma, mas tipicamente tem o formato parecido com o ilustrado no detalhe à direita da Fig. 4, como o da função logística $f(z) = 1/(1 - e^{-z})$, por exemplo. O processamento dos sinais (computação) se dá em camadas, aumentando a capacidade de formar sinais cada vez mais complexos ao longo da rede. Note que uma rede neural pode ser vista como uma espécie de função não-linear autorecorrente. Durante o *treinamento* os pesos da RN são ajustados a um conjunto de dados (experimentais ou teóricos), resultando em um modelo de ML capaz de fazer previsões com base na teoria ou modelo subjacente aos dados originais. Vemos, assim, que a qualidade do conjunto de dados é fundamental para o desenvolvimento de modelos de ML eficazes. Para mais detalhes e minúcias a respeito do processo de treinamento, arquiteturas de redes neurais e outros modelos de ML, como árvores de decisão, referimos o leitor ao livro (acesso livre) [125].

Perguntas ainda permanecem, no entanto. Por que redes neurais, afinal de contas? Quais são as vantagens de usar modelos de ML? Primeiro, teoremas de aproximação universal garantem que qualquer função “bem comportada” (mensurável de Borel) pode ser aproximada por redes neurais com número suficiente de neurônios [126]. A capacidade de representação de RNs vai além disso: certas arquiteturas (i.e., a organização, a conexão e a dimensão das camadas) podem representar equações diferenciais ordinárias [127], enquanto outras são máquinas de Turing completas [128]. Além disso, os modelos de ML apresentam uma escalabilidade muito boa. com o tamanho do sistema. Devido à localidade típica das interações entre átomos, as RNs podem ser treinadas em

sistemas pequenos e usadas para inferência em sistemas muito maiores [129, 130]. E finalmente, RNs são muito eficientes nos hardwares modernos (unidades de processamento gráficas) em termos de custo computacional, tanto para treinamento quanto para inferência.

De forma bem geral, os tipos de modelos de ML usados em ciência dos materiais podem ser divididos em duas categorias, dependendo do seu objetivo de uso: modelos de classificação e modelos substitutos ou regressores. Mais recentemente, modelos de processamento de linguagem natural também vêm sendo desenvolvidos para agregar e explorar o vasto volume de informação presente na literatura científica existente, algo semelhante a um *ChatGPT* especializado para ciência [131, 132].

Modelos de classificação têm como objetivo selecionar ou filtrar materiais, moléculas ou compostos que sejam mais promissores para uma determinada aplicação, ou seja, que tenham as melhores propriedades possíveis para um problema específico. Por exemplo, dizer quais são os possíveis materiais com certas composições que sejam estáveis à temperatura ambiente e que apresentem boas propriedades para aplicações em células solares fotovoltaicas [133, 134].

Já modelos substitutos ou regressores visam gerar as mesmas previsões (resultados numéricos) que uma determinada teoria, como, por exemplo, reproduzir as energias e forças calculadas pela DFT para algum sistema. Neste campo, o desenvolvimento de potenciais interatômicos via ML (*machine learning interatomic potential* – MLIP) tem um importante destaque. MLIPs são modelos treinados para reproduzir os resultados de cálculos *ab initio*, na grande maioria dos casos DFT, para algum conjunto de materiais e/ou moléculas de interesse [135–137] com um custo computacional muito reduzido [69]. Isto abre um novo horizonte na área de simulação de materiais, possibilitando realizar simulações de dinâmica molecular com qualidade DFT em sistemas grandes e por tempos longos, algo que seria proibitivamente custoso e até impensável sem o uso de MLIPs [138–140].

Atualmente, não é necessário ter conhecimento aprofundado de redes neurais para treinar MLIPs. Vários softwares já foram desenvolvidos que facilitam essa tarefa, abstraindo a maior

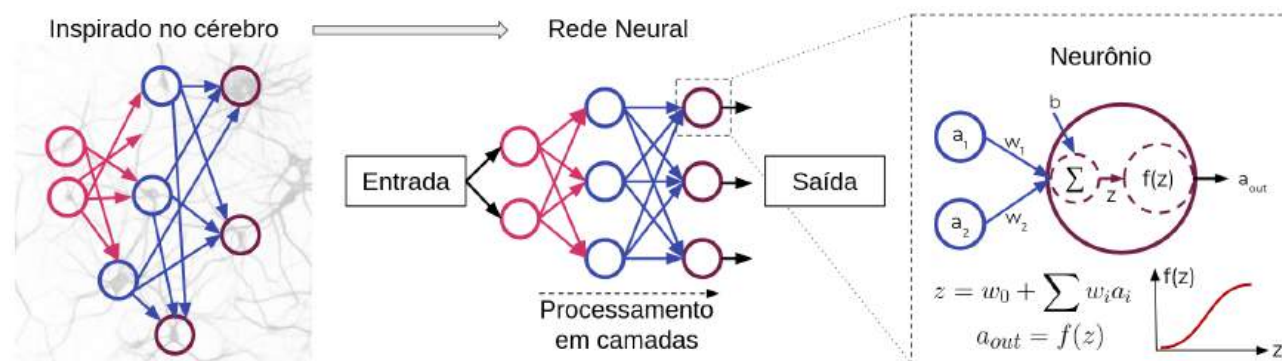


Figura 4: Diagrama esquemático de uma rede neural. Cada neurônio (detalhado do esquema à direita) recebe sinais de entrada a_i que são linearmente combinados conforme os pesos w_i , que determinam a intensidade da conexão, resultando em z , e passado pela função de ativação (também chamada não-linearidade) f . O resultado imita o funcionamento de um neurônio no cérebro, um sinal de entrada forte ativa o neurônio, caso contrário o neurônio não dispara. A rede neural combina o processamento em camadas destes neurônios.

parte da técnica de ML requerida para a determinação das arquiteturas das RNs e para o treinamento. Entre eles, citamos alguns dos mais importantes: o MACE [66, 141], que emprega redes neurais de grafos e incorpora a simetria do sistema; o MLIP [67, 68], que usa representação de potenciais de tensor de momento [142] e apresenta boa escalabilidade; e o DeepMD-kit, um dos pioneiros na área e muito versátil [143–145].

O “santo graal” para MLIPs são os chamados potenciais universais (uMLIP), treinados com grandes bancos de dados de cálculos DFT para uma ampla gama de materiais e moléculas. Estes visam cobrir toda a tabela periódica e, portanto, são capazes de descrever as interações interatômicas em um espaço químico amplo [146–148]. O desenvolvimento de uMLIPs [65, 149–153] tem recebido muita atenção recentemente devido ao seu alto potencial disruptivo, incluindo instituições como a Meta [150], Microsoft [152] e Google Deepmind [151]. O desempenho desses potenciais universais ainda deixa a desejar, principalmente em ambientes ou interações atômicas que diferem significativamente dos dados de treinamento, e especialmente em regiões de alta energia ou fenômenos de superfície [146–148].

Uma estratégia para resolver este problema é fazer o refinamento (*fine tuning*) da uMLIP, que consiste em realizar um treinamento parcial com dados do problema específico, ajudando a especializar o potencial universal para o sistema alvo [154, 155]. Apesar disso, lembrando que se trata de uma área muito recente e em rápido desenvolvimento, MLIPs e uMLIPs já expandiram

as capacidades de simulação em pesquisa de materiais e química, acelerando muito as simulações em larga escala em comparação com métodos *ab initio*.

3.3 Alquimia computacional: predição evolutiva de materiais sob condições extremas

Matéria e evolução estão intrinsecamente correlacionadas desde o Universo primordial. Os materiais naturais conhecidos transformaram-se através de processos físico-químicos sob condições extremas de pressão e temperatura na flecha do tempo. Os modernos alquimistas buscam prever e sintetizar novos materiais com propriedades surpreendentes, onde a Mecânica Quântica constitui uma ferramenta fundamental para determinar a estabilidade termodinâmica através de cálculos *ab initio*. Paralelamente, desenvolvem-se estratégias computacionais bioinspiradas para combinar elementos em *clusters* e sólidos de forma eficiente, mimetizando processos evolutivos naturais.

A célebre declaração de John Maddox em 1988 – “...sólidos como a água cristalina ainda são considerados além da compreensão mortal” – encapsulava o profundo ceticismo científico da época sobre nossa capacidade de prever estruturas cristalinas complexas a partir de primeiros princípios [156]. Este ceticismo emergiu de um contexto histórico em que a predição de fases de alta pressão da água, como gelo VII, X ou XVIII, representava um desafio intratável devido à complexidade quântica inerente e ao

vasto espaço combinatório de configurações atômicas. Os métodos computacionais então disponíveis mostravam-se incapazes de navegar eficientemente pelas paisagens energéticas multifunil, caracterizadas por inúmeros mínimos locais que aprisionavam as buscas em soluções subótimas. Nesse panorama, a comunidade científica considerava a cristalografia teórica como um domínio essencialmente dependente de dados experimentais, com a predição *ab initio* de estruturas complexas permanecendo além do alcance computacional da época.

Alquimia Computacional

A predição computacional de materiais representa a “alquimia moderna”, onde cálculos quânticos substituem fornos e cadinhos, transformando elementos em materiais funcionais através de simulação.

O desenvolvimento do USPEX (*Universal Structure Predictor: Evolutionary Xtallography*) constitui uma resposta paradigmática a esse desafio histórico. Lançado em 2006 [61] por Artem R. Oganov e colaboradores, esse pacote computacional implementa algoritmos evolutivos darwinianos (seleção, mutação e cruzamento) adaptados à predição de materiais. O programa representa uma ferramenta computacional avançada para predição de estruturas cristalinas (CSP) baseada em algoritmos evolutivos, cuja primeira versão focou especificamente na predição estrutural sob condições de alta pressão. Sua genialidade reside em superar as limitações apontadas por Maddox mediante técnicas inovadoras: as *antiseeds* e a meta-dinâmica atuam como sistemas de memória evolutiva que evitam mínimos locais, o envelhecimento e a morte estrutural preservam a diversidade populacional, enquanto operadores de variação fisicamente motivados garantem a exploração eficiente do espaço configuracional. Essa síntese conceitual concretiza a “alquimia computacional” por meio de predições notáveis, incluindo fases exóticas de gelo (Ice XVIII) em condições planetárias [157], supercondutores de alta temperatura como LaH₁₀ [158] e materiais superduros inéditos [159], transformando o que

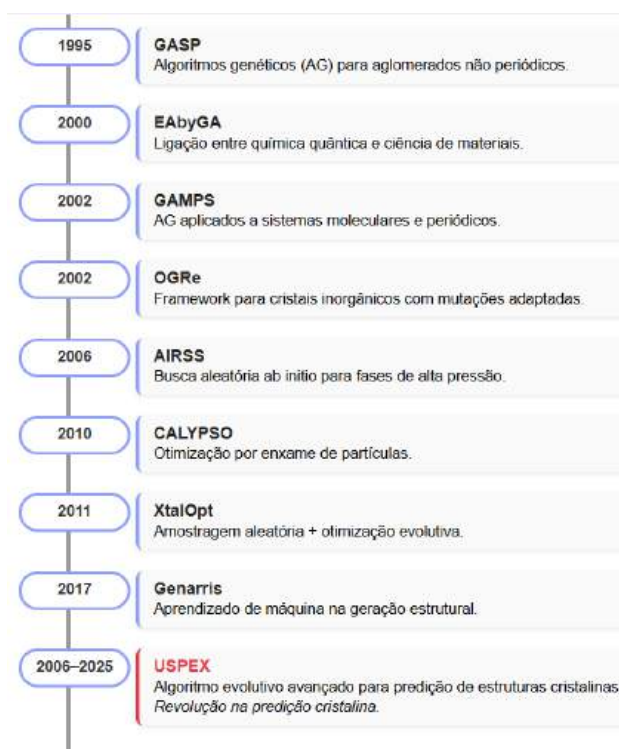


Figura 5: Linha do tempo do USPEX [160–167].

antes era considerado além da compreensão humana em domínio de descoberta sistemática e estabelecendo novos paradigmas na ciência de materiais computacional.

Pressão Extrema como Laboratório

Interiores planetários funcionam como laboratórios naturais onde pressões de terapascals ($\approx 10^6$ atm) forjam materiais exóticos. O USPEX decifra essas condições inacessíveis experimentalmente.

Essa metodologia catalisou avanços transformadores na ciência dos materiais ao permitir a predição confiável de estruturas estáveis e meta-estáveis sob condições extremas de temperatura, pressão e composição, sem qualquer *input* experimental prévio. Essa capacidade gerou *insights* fundamentais sobre novos materiais e estequiometrias inesperadas, com seu desenvolvimento seminal impulsionado pela investigação pioneira sobre estruturas cristalinas formadas em ambientes planetários extremos [62].

Antecedendo o USPEX, diversos programas já empregavam algoritmos genéticos e estratégias

evolutivas para a predição de estruturas cristalinas e a descoberta de materiais, estabelecendo métodos fundamentais que inspiraram os algoritmos evolutivos avançados do programa. Essas ferramentas precursoras forneceram a base intelectual e metodológica que permitiu ao USPEX evoluir para um pacote abrangente capaz de realizar predição de estruturas cristalinas multi-elementares complexas, consolidando sua posição como instrumento preferencial para desvendar novos materiais e fenômenos de alta pressão.

A evolução da predição computacional de estruturas cristalinas foi construída a partir de contribuições fundamentais de diversas ferramentas que precederam e inspiraram o desenvolvimento dos algoritmos evolutivos modernos. Esses programas pioneiros estabeleceram métodos computacionais essenciais que abriram caminho para técnicas mais sofisticadas de busca estrutural e descoberta de novos materiais. A Figura 5 apresenta a linha do tempo gráfica e um resumo dos principais precursores desse campo.

Abordagens Complementares

Enquanto algoritmos evolutivos dominam a predição estrutural, métodos como amostragem aleatória (AIRSS) e otimização por exame (CALYPSO) oferecem alternativas eficientes para problemas específicos, demonstrando a riqueza do ecossistema computacional.

Esses programas constituíram coletivamente o arcabouço metodológico que permitiu ao USPEX consolidar-se como uma ferramenta abrangente para a predição de estruturas cristalinas multi-elementares complexas. Suas contribuições conjuntas, que vão desde os operadores genéticos iniciais até estratégias inovadoras de amostragem, estabeleceram as bases computacionais necessárias para explorar novos materiais em regimes termodinâmicos extremos, transformando a predição estrutural de um desafio intratável em uma disciplina quantitativa robusta. A eficácia do método em navegar por paisagens energéticas complexas fundamenta-se em mecanismos sofisticados que superam armadilhas de mínimos locais e preservam a diversidade populacional. Entre esses

mecanismos, destacam-se duas técnicas centrais: metadinâmica e *antiseeds*, que atuam de forma complementar para otimizar a busca evolutiva, enquanto processos de envelhecimento e morte estrutural previnem a deriva genética que poderia conduzir a convergências prematuras.

A metadinâmica constitui um pilar metodológico no USPEX, originalmente adaptado de técnicas de simulação molecular. Este mecanismo opera adicionando potenciais de “inundação” gaussianos a regiões já exploradas da paisagem energética, impedindo revisitas repetidas a mínimos locais conhecidos. Ao erguer barreiras virtuais em áreas previamente mapeadas, a metadinâmica força a exploração de novos vales inexplorados, efetivamente transformando a topografia energética durante a busca evolutiva.

Inspirada pelos princípios da metadinâmica, a técnica de *antiseeds* introduz uma camada de memória evolutiva ao algoritmo. Durante a busca, estruturas representativas são armazenadas como *antiseeds*, juntamente com parâmetros gaussianos que codificam sua posição espacial e aptidão. Quando estruturas subsequentes assemelham-se a essas *antiseeds*, seu valor de aptidão é penalizado, reduzindo sua probabilidade de sobrevivência nas gerações futuras. Este mecanismo efetivamente “envelhece” configurações persistentes, modificando a paisagem de aptidão ao seu redor e direcionando a exploração para mínimos globais. A eficácia das *antiseeds* é particularmente evidente em sistemas multifunil de grande escala, onde a probabilidade de estagnação em mínimos locais é elevada.

antiseeds como Sistema Imunológico Algorítmico

Analogamente a um sistema imunológico, as *antiseeds* reconhecem e desencorajam estruturas redundantes, forçando diversificação da população e prevenindo estagnação evolutiva.

Complementando esses mecanismos, os processos de envelhecimento e morte estrutural atuam como reguladores críticos da diversidade populacional. O envelhecimento reduz progressivamente a aptidão de estruturas que persistem por múltiplas gerações sem melhorias significativas, cri-

ando pressão seletiva para sua substituição por configurações mais novas e potencialmente diversas. Simultaneamente, a morte remove estruturas consistentemente mal posicionadas no ranking de aptidão, liberando recursos computacionais para novas descendências que podem explorar regiões inéditas do espaço de busca.

A sinergia entre envelhecimento e morte mitiga eficazmente a deriva genética, fenômeno em que a perda de diversidade populacional conduz a convergências prematuras. O envelhecimento preserva traços diversos ao prolongar a sobrevivência de estruturas menos aptas, porém geneticamente distintas, enquanto a morte elimina configurações estagnadas que consomem recursos sem contribuir para avanços evolutivos.

Leitmotiv do Algoritmo Evolutivo

Espelhado nos conceitos da biologia evolutiva (mutação, transmutação, seleção do indivíduo mais apto), é importante notar que o USPEX é baseado em um algoritmo evolutivo eficiente, mas também tem opções para usar métodos alternativos (amostragem aleatória, metadinâmica, algoritmos de otimização de enxame de partículas corrigidos).

A Figura 6 apresenta o algoritmo que o USPEX funciona. De maneira geral temos:

- *Geração de Estruturas Iniciais*: O USPEX parte de um conjunto inicial de estruturas que são geradas aleatoriamente, mas respeitando certos critérios, como a simetria cristalina. As estruturas iniciais são, então, relaxadas e avaliadas por um código externo interligado ao USPEX.
- *Cálculo de Energias*: O USPEX, por meio do código externo, calcula a energia de cada estrutura usando a teoria do funcional da densidade ou outros métodos de minimização. Esta teoria permite simplificar os cálculos, tornando-os mais eficientes. As energias calculadas são usadas para classificá-las: as estruturas com menor energia são consideradas mais estáveis.
- *Seleção*: As estruturas com maior energia (menos estáveis) são removidas dos cálculos

subsequentes. Isso é feito para focar os recursos computacionais nas estruturas mais promissoras.

- *Variação e Otimização*: O USPEX gera novas estruturas a partir das estruturas restantes, utilizando operadores de variação fisicamente motivados. Esses operadores podem incluir, por exemplo, mutações (alterações pequenas em uma estrutura), cruzamentos (combinação de partes de duas estruturas) e permutações (troca de átomos de diferentes tipos em uma estrutura). As novas estruturas são então otimizadas e avaliadas.
- *Iteração*: O processo de seleção, variação e otimização é repetido várias vezes. Em cada iteração, o conjunto de estruturas é atualizado: algumas são removidas e novas estruturas são adicionadas. O algoritmo continua até que um critério de parada seja atingido, como um número máximo de iterações ou uma convergência na energia das estruturas mais estáveis.

O USPEX implementa um sistema integrado de restrições que garante viabilidade física e eficiência computacional durante a predição estrutural. As restrições de simetria, definidas no início do processo, podem ser baseadas na simetria do volume ou da superfície, com átomos posicionados aleatoriamente em posições gerais de Wyckoff e multiplicados por operações de grupo espacial. Quando átomos simetricamente relacionados excedem a proximidade definida pelo usuário, são fundidos em posições especiais, enquanto estruturas com átomos não equivalentes excessivamente próximos são imediatamente descartadas sem relaxamento. Criticamente, os operadores de variação intencionalmente quebram simetrias para permitir o surgimento de novas configurações cristalinas com arranjos inesperados.

Ao longo de todas as fases do algoritmo - desde a geração inicial de estruturas até cálculos de energia, variação, otimização e iterações subsequentes - as restrições de simetria são rigorosamente aplicadas. Durante a geração inicial, as estruturas já emergem conforme às simetrias definidas; nos cálculos de energia, configurações com simetrias não definidas são eliminadas prematuramente; enquanto nas etapas de variação e otimização, novas estruturas

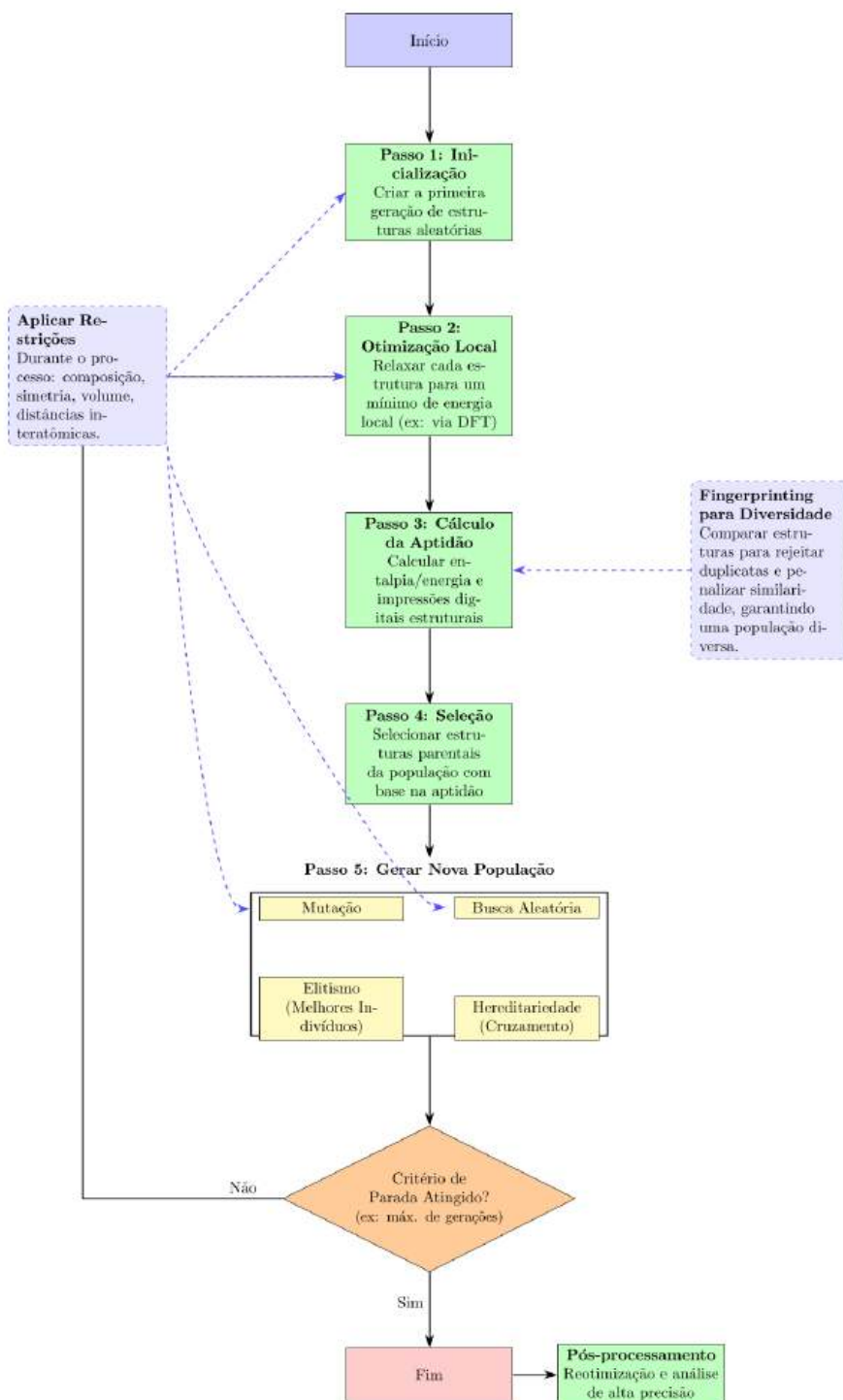


Figura 6: Fluxograma esquemático do funcionamento do algoritmo USPEX. O processo inicia-se com a geração de estruturas iniciais e segue com o cálculo de energias, seleção das configurações mais estáveis, aplicação de operadores de variação e otimização. Esses passos são iterados até o cumprimento de um critério de parada, resultando na identificação das estruturas cristalinas mais estáveis.

herdam e respeitam esses parâmetros simétricos. Esta coerência multidimensional transforma as restrições de simetria em princípios operacionais fundamentais que permeiam todo o ciclo

preditivo. Complementando essas restrições geométricas, o USPEX emprega esquemas estruturais sofisticados para evitar configurações patológicas. Um algoritmo iterativo transforma

células unitárias em formatos especiais com vetores reduzidos, convertendo simultaneamente coordenadas atômicas fracionárias para preservar a identidade estrutural.

Posições de Wyckoff como Alicerces Cristalográficos

Estes sítios simétricos fundamentais servem como moldes para a geração inicial de estruturas, com o USPEX utilizando sua geometria intrínseca para garantir consistência cristalográfica durante a exploração evolutiva.

Três critérios fundamentais regem a viabilidade estrutural: o comprimento mínimo do vetor celular previne parâmetros de célula irrealisticamente curtos que causariam falhas em métodos quânticos; matrizes de distância interatômica mínima entre diferentes tipos atômicos descartam configurações com sobreposição nuclear; enquanto, em cristais moleculares, restrições adicionais gerenciam distâncias entre centros geométricos moleculares. Essas salvaguardas garantem que as estruturas geradas sejam fisicamente plausíveis e computacionalmente tratáveis, embora valores mínimos excessivamente conservadores possam dificultar a geração de estruturas válidas em sistemas complexos. O relaxamento estrutural subsequente por dinâmica clássica ou DFT refinaria essas distâncias para alcançar valores termodinamicamente realistas, fechando assim o ciclo entre restrições preliminares e otimização final.

Apesar de seus notáveis sucessos, desafios persistem na predição de sistemas macromoleculares e materiais com forte correlação eletrônica, onde os métodos atuais encontram limitações. Futuros desenvolvimentos deverão integrar aprendizado de máquina com algoritmos evolutivos, criar modelos híbridos que combinem otimização por enxame de partículas com operadores genéticos e aprimorar tratamentos de efeitos entrópicos. Contudo, o legado do USPEX já está consolidado: redefiniu os limites do possível na ciência de materiais, transformando a predição cristalina de arte obscura em uma disciplina quantitativa e inaugurando uma era em que projetamos materiais sob medida para os desafios tecnológicos do século XXI.

4 Conclusão

Neste trabalho, no contexto do centenário da descoberta da mecânica quântica, apresentamos a história e alguns dos fundamentos da teoria quântica de muitos corpos por meio da DFT e do método GW. Além disso, discutimos como novos métodos baseados em algoritmos inteligentes podem ser integrados a essa teoria, possibilitando a descoberta de novos materiais e moléculas. A DFT tem suas origens na mecânica quântica e constitui uma de suas vertentes mais importantes, aplicada especificamente ao estudo dos elétrons. Trata-se de uma teoria quântica de muitos corpos que resolve o problema do estado fundamental desses sistemas de maneira elegante e prática, o que fez com que diversas áreas de pesquisa passassem, e continuem a passar, a utilizá-la como modelo no estudo de sistemas atômicos. Mais recentemente, a DFT tem sido empregada também na astrofísica e na astronomia como ferramenta essencial para descrever moléculas formadas nos primórdios do universo e, ainda, moléculas precursoras da vida em planetas. Além disso, a DFT pode ser aplicada à previsão de propriedades de sistemas sob condições extremas, como aquelas encontradas no interior de planetas e estrelas, fomentando a interdisciplinaridade entre diferentes áreas do conhecimento. O potencial da DFT é vasto e tende a impactar cada vez mais campos fundamentais da ciência.

Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pelo Instituto Nacional de Ciência e Tecnologia (INCT) em Nanomateriais de Carbono, pela Rede Mineira de Materiais 2D (FAPEMIG), pela VALE S.A. e pelo CNPq. Este estudo foi financiado, em parte, pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. M.J.S.M., M.S.B., L.V.L. e A.B.O. agradecem o apoio da Universidade Federal de Ouro Preto. B.R.L.G. agradece ao CNPq pelo projeto 305211/2024-2 e à FAPEMIG pelos projetos RED-00045-23 e APQ-00597-22.

Declaração sobre o uso de IA generativa e tecnologias assistidas por IA no processo de escrita.

Durante a preparação deste trabalho, os autores utilizaram o ChatGPT, Gemini ou Deepseek com o objetivo de correção ortográfica do texto e auxílio na construção de gráficos relacionados à análise de dados de citação dos artigos sobre DFT. Após a utilização desta ferramenta, os autores revisaram e editaram o conteúdo conforme necessário e assumem total responsabilidade pelo conteúdo do artigo publicado.

Referências

- [1] M. Planck, *Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum*, *Annalen der Physik* **309**(3), 553 (1901).
- [2] A. Einstein, *Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt*, *Annalen der Physik* **322**(6), 132 (1905).
- [3] A. H. Compton, *A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements*, *Phys. Rev.* **21**, 483 (1923).
- [4] E. Rutherford, *LXXIX. The scattering of α and β particles by matter and the structure of the atom*, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **21**(125), 669 (1911).
- [5] E. Tretkoff, *May, 1911: Rutherford and the Discovery of the Atomic Nucleus* (2006). Disponível em <https://www.aps.org/apsnews/2006/05/rutherford-discovery-atomic-nucleus>, acesso em ago. 2025.
- [6] N. Bohr, *I. On the constitution of atoms and molecules*, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* **26**(151), 1 (1913).
- [7] R. M. Martin, *Electronic structure: basic theory and practical methods* (Cambridge university press, 2020).
- [8] L. Hoddeson et al., *Out of the Crystal Maze: Chapters for the History of Solid State Physics* (Oxford University Press, New York, Oxford, 1992).
- [9] E. Schrödinger, *Quantisierung als Eigenwertproblem*, *Annalen der Physik* **384**(4), 361 (1926).
- [10] M. Born, *Das Adiabatenprinzip in der Quantenmechanik*, *Zeitschrift für Physik* **40**(3), 167 (1927).
- [11] W. Heisenberg, *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*, *Zeitschrift für Physik* **33**(1), 879 (1925).
- [12] M. Born e P. Jordan, *Zur Quantenmechanik*, *Zeitschrift für Physik* **34**(1), 858 (1925).
- [13] M. Born, W. Heisenberg e P. Jordan, *Zur Quantenmechanik. II.*, *Zeitschrift für Physik* **35**(8), 557 (1926).
- [14] De Broglie, Louis, *Recherches sur la théorie des Quanta*, *Ann. Phys.* **10**(3), 22 (1925).
- [15] W. Gerlach e O. Stern, *Der experimentelle nachweis der richtungsquantelung im magnetfeld*, in *Walther Gerlach (1889–1979) Eine Auswahl aus seinen Schriften und Briefen* (Springer, 1989), 26–29.
- [16] C. Davisson e L. H. Germer, *Diffraction of Electrons by a Crystal of Nickel*, *Phys. Rev.* **30**, 705 (1927).
- [17] W. Pauli, *Über den Einfluß der Geschwindigkeitsabhängigkeit der Elektronenmasse auf den Zeemaneffekt*, *Zeitschrift für Physik* **31**(1), 373 (1925).
- [18] G. E. Uhlenbeck e S. Goudsmit, *Ersetzung der Hypothese vom unmechanischen Zwang durch eine Forderung bezüglich des inneren Verhaltens jedes einzelnen Elektrons*, *Die Naturwissenschaften* **13**(47), 953 (1925).
- [19] J. C. Slater, *The Theory of Complex Spectra*, *Phys. Rev.* **34**, 1293 (1929).
- [20] P. A. M. Dirac, *On the theory of quantum mechanics*, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers*

- of a Mathematical and Physical Character **112**(762), 661 (1926).
- [21] D. R. Hartree, *The wave mechanics of an atom with non-coulombic central fields: Parts I, II, III*, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **24**, 89 (1928).
- [22] V. Fock, *Näherungsmethode zur Lösung des quantenmechanischen Mehrkörperproblems*, *Zeitschrift für Physik* **61**(1), 126 (1930).
- [23] M. Born e R. Oppenheimer, *Zur Quantentheorie der Molekeln*, *Annalen der Physik* **389**(20), 457 (1927).
- [24] A. Szabo e N. S. Ostlund, *Modern quantum chemistry: introduction to advanced electronic structure theory* (Courier Corporation, 1996).
- [25] F. Bloch, *Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern*, *Zeitschrift für Physik* **52**(7), 555 (1929).
- [26] E. Fermi, *Statistical method to determine some properties of atoms*, *Rend. Accad. Naz. Lincei* **6**(602-607), 5 (1927).
- [27] Cambridge University Press, *The calculation of atomic fields*, in *Mathematical proceedings of the Cambridge philosophical society* (Cambridge University Press, 1927), vol. 23, 542–548.
- [28] J. Kohanoff, *Electronic structure calculations for solids and molecules: theory and computational methods* (Cambridge university press, 2006).
- [29] P. Hohenberg e W. Kohn, *Inhomogeneous Electron Gas*, *Physical Review* **136**(3B), B864 (1964), publisher: American Physical Society.
- [30] W. Kohn e L. J. Sham, *Self-Consistent Equations Including Exchange and Correlation Effects*, *Physical Review* **140**(4A), A1133 (1965).
- [31] A. Zangwill, *The education of Walter Kohn and the creation of density functional theory*, *Archive for history of exact sciences* **68**(6), 775 (2014).
- [32] R. Van Noorden, B. Maher e R. Nuzzo, *The top 100 papers*, *Nature News* **514**(7524), 550 (2014).
- [33] R. Van Noorden, *Science's golden oldies: the decades-old research papers still heavily cited today*, *Nature* **640**(8059), 593 (2025).
- [34] Nobel Prize Outreach, *The Nobel Prize in Chemistry 1998* (1998). Disponível em <https://www.nobelprize.org/prizes/chemistry/1998/summary/>, acesso em ago. 2025.
- [35] W. Kohn, *Nobel Lecture: Electronic structure of matter—wave functions and density functionals*, *Reviews of Modern Physics* **71**(5), 1253 (1999).
- [36] W. Kohn e C. D. Sherrill, *Reflections on fifty years of density functional theory*, *The Journal of Chemical Physics* **140**(18) (2014).
- [37] W. Hehre et al., *Gaussian 70 (Quantum Chemistry Program Exchange, Program No. 237, 1970)*, Recherche Google (1970).
- [38] J. P. Perdew, K. Burke e M. Ernzerhof, *Generalized Gradient Approximation Made Simple*, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3865 (1996).
- [39] R. Van Noorden, *These are the most-cited research papers of all time*, *Nature* **640**(8059), 591 (2025).
- [40] A. D. Becke, *Density-functional thermochemistry. III. The role of exact exchange*, *The Journal of chemical physics* **98**(7), 5648 (1993).
- [41] C. Lee, W. Yang e R. G. Parr, *Development of the Colle-Salvetti correlation-energy formula into a functional of the electron density*, *Phys. Rev. B* **37**, 785 (1988).
- [42] G. Kresse e D. Joubert, *From ultrasoft pseudopotentials to the projector augmented-wave method*, *Phys. Rev. B* **59**, 1758 (1999).

- [43] M. J. S. Dewar et al., *Development and use of quantum mechanical molecular models. 76. AM1: a new general purpose quantum mechanical molecular model*, *Journal of the American Chemical Society* **107**(13), 3902 (1985).
- [44] P. E. Blöchl, *Projector augmented-wave method*, *Phys. Rev. B* **50**, 17953 (1994).
- [45] G. Kresse e J. Furthmüller, *Efficiency of ab-initio total energy calculations for metals and semiconductors using a plane-wave basis set*, *Computational Materials Science* **6**(1), 15 (1996).
- [46] H. J. Monkhorst e J. D. Pack, *Special points for Brillouin-zone integrations*, *Phys. Rev. B* **13**, 5188 (1976).
- [47] G. Kresse e J. Furthmüller, *Efficient iterative schemes for ab initio total-energy calculations using a plane-wave basis set*, *Phys. Rev. B* **54**, 11169 (1996).
- [48] A. D. Becke, *Density-functional exchange-energy approximation with correct asymptotic behavior*, *Phys. Rev. A* **38**, 3098 (1988).
- [49] J. Dunning, Thom H., *Gaussian basis sets for use in correlated molecular calculations. I. The atoms boron through neon and hydrogen*, *The Journal of Chemical Physics* **90**(2), 1007 (1989).
- [50] L. Holmes, *UC Berkeley physics professor Marvin Cohen named Citation Laureate* (2016). Disponível em <https://www.dailycal.org/2016/09/23/uc-berkeley-physics-professor-marvin-cohen-named-citation-laureate/>, acesso em ago. 2025.
- [51] Clarivate, *Citation Laureates*, <https://clarivate.com/citation-laureates/> (2025), acesso em: 23 de ago 2025.
- [52] N. G. Chopra et al., *Boron nitride nanotubes*, *science* **269**(5226), 966 (1995).
- [53] A. Rubio, J. L. Corkill e M. L. Cohen, *Theory of graphitic boron nitride nanotubes*, *Phys. Rev. B* **49**, 5081 (1994).
- [54] A. García, *First-principles calculations: Exploration and understanding*, SIESTA Tutorials, Max-2017-BSC (2017). Disponível em https://siesta-project.org/SIESTA_MATERIAL/Docs/Tutorials/max-2017-bsc/Talks/RoleOfFirstPrinciples2017.pdf, acesso em ago. 2025.
- [55] A. Becker et al., *Material properties for the interiors of massive giant planets and brown dwarfs*, *The Astronomical Journal* **156**(4), 149 (2018).
- [56] M. Bethkenhagen et al., *Carbon ionization at gigabar pressures: An ab initio perspective on astrophysical high-density plasmas*, *Phys. Rev. Res.* **2**, 023260 (2020).
- [57] F. B. Sousa et al., *Optical spectroscopy of defects in atomically thin transition metal dichalcogenides*, *Applied Physics Reviews* **12**(2) (2025).
- [58] Z. Yang et al., *Low-temperature formation of pyridine and (iso)quinoline via neutral-neutral reactions*, *Nature Astronomy* **8**(7), 856 (2024).
- [59] Y. Li e Y. Xu, *First-principles discovery of novel quantum physics and materials: From theory to experiment*, *Computational Materials Science* **190**, 110262 (2021).
- [60] J. Vamathevan et al., *Applications of machine learning in drug discovery and development*, *Nature reviews Drug discovery* **18**(6), 463 (2019).
- [61] A. R. Oganov e C. W. Glass, *Crystal structure prediction using ab initio evolutionary techniques: Principles and applications*, *The Journal of Chemical Physics* **124**(24), 244704 (2006).
- [62] A. R. Oganov, A. O. Lyakhov e M. Valle, *How evolutionary crystal structure prediction works—and why*, *Accounts of Chemical Research* **44**(3), 227 (2011).
- [63] Nobel Prize Outreach AB, *Prêmio Nobel de Física 2024* (2024). Disponível em <https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2024/summary/>, acesso em ago. 2025.

- [64] Nobel Prize Outreach AB, *The Nobel Prize in Chemistry 2024* (2024). Disponível em <https://www.nobelprize.org/prizes/chemistry/2024/press-release/>, acesso em ago. 2025.
- [65] I. Batatia et al., *A foundation model for atomistic materials chemistry* (2024). [ArXiv:2401.00096](https://arxiv.org/abs/2401.00096).
- [66] I. Batatia et al., *MACE: Higher Order Equivariant Message Passing Neural Networks for Fast and Accurate Force Fields*, in *Advances in Neural Information Processing Systems*, editado por A. H. Oh et al. (2022). Disponível em <https://openreview.net/forum?id=YPPsngE-ZU>, acesso em ago. 2025.
- [67] I. S. Novikov et al., *The MLIP package: moment tensor potentials with MPI and active learning*, *Machine Learning: Science and Technology* **2**(2), 025002 (2020).
- [68] E. Podryabinkin et al., *MLIP-3: Active learning on atomic environments with moment tensor potentials*, *The Journal of Chemical Physics* **159**(8), 084112 (2023).
- [69] Y. Zuo et al., *Performance and Cost Assessment of Machine Learning Interatomic Potentials*, *The Journal of Physical Chemistry A* **124**(4), 731 (2020).
- [70] M. S. Hybertsen e S. G. Louie, *Electron correlation in semiconductors and insulators: Band gaps and quasiparticle energies*, *Phys. Rev. B* **34**, 5390 (1986).
- [71] M. S. Hybertsen e S. G. Louie, *First-Principles Theory of Quasiparticles: Calculation of Band Gaps in Semiconductors and Insulators*, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1418 (1985).
- [72] M. Rohlfing e S. G. Louie, *Electron-hole excitations and optical spectra from first principles*, *Phys. Rev. B* **62**, 4927 (2000).
- [73] L. Hedin, *New Method for Calculating the One-Particle Green's Function with Application to the Electron-Gas Problem*, *Phys. Rev.* **139**, A796 (1965).
- [74] A. Georges et al., *Dynamical mean-field theory of strongly correlated fermion systems and the limit of infinite dimensions*, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 13 (1996).
- [75] G. Kotliar et al., *Electronic structure calculations with dynamical mean-field theory*, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 865 (2006).
- [76] E. H. Lieb, *Density functionals for coulomb systems*, *International Journal of Quantum Chemistry* **24**(3), 243 (1983).
- [77] M. Levy, *Electron densities in search of Hamiltonians*, *Phys. Rev. A* **26**, 1200 (1982).
- [78] T. L. Gilbert, *Hohenberg-Kohn theorem for nonlocal external potentials*, *Phys. Rev. B* **12**, 2111 (1975).
- [79] R. Parr e Y. Weitao, *Density-Functional Theory of Atoms and Molecules*, International Series of Monographs on Chemistry (Oxford University Press, 1994).
- [80] J. F. Janak, *Proof that $\frac{\partial E}{\partial n_i} = \epsilon$ in density-functional theory*, *Phys. Rev. B* **18**, 7165 (1978).
- [81] T. Koopmans, *Über die Zuordnung von Wellenfunktionen und Eigenwerten zu den Einzelnen Elektronen Eines Atoms*, *Physica* **1**(1), 104 (1934).
- [82] P. K. Chattaraj (ed.), *Chemical reactivity theory* (CRC Press, London, England, 2020).
- [83] C. C. J. Roothaan, *New Developments in Molecular Orbital Theory*, *Rev. Mod. Phys.* **23**, 69 (1951).
- [84] A. Fazzio, J. Vianna e S. Canuto, *Teoria Quântica de Moléculas e Sólidos: Simulação Computacional* (LF Editorial, 2004).
- [85] C. Möller e M. S. Plesset, *Note on an Approximation Treatment for Many-Electron Systems*, *Phys. Rev.* **46**, 618 (1934).
- [86] K. A. Brueckner, *Many-Body Problem for Strongly Interacting Particles. II. Linked Cluster Expansion*, *Phys. Rev.* **100**, 36 (1955).

- [87] J. Goldstone, *Derivation of the Brueckner many-body theory*, *Proc. R. Soc. Lond.* **239**(1217), 267 (1957).
- [88] C. David Sherrill e H. F. Schaefer, *The Configuration Interaction Method: Advances in Highly Correlated Approaches*, in *Advances in Quantum Chemistry*, editado por P. Löwdin et al. (Academic Press, 1999), vol. 34 de *Advances in Quantum Chemistry*, 143–269.
- [89] R. J. Bartlett, *Perspective on Coupled-cluster Theory. The evolution toward simplicity in quantum chemistry*, *Phys. Chem. Chem. Phys.* **26**, 8013 (2024).
- [90] J. Leszczynski (ed.), *Handbook of computational chemistry* (Springer Netherlands, Dordrecht, 2012).
- [91] J. Harris, *Adiabatic-connection approach to Kohn-Sham theory*, *Phys. Rev. A* **29**, 1648 (1984).
- [92] E. Engel e R. M. Dreizler, *Density Functional Theory: An Advanced Course*, Theoretical and Mathematical Physics (Springer Berlin Heidelberg, 2011). Disponível em https://books.google.com.br/books?id=R2_RBzVu3TUC.
- [93] J. Lindhard, *On the properties of a gas of charged particles*, *Kgl. Danske Videnskab. Selskab Mat.-fys. Medd.* **28** (1954). Disponível em <https://www.osti.gov/biblio/4405425>, acesso em ago. 2025.
- [94] P. A. M. Dirac, *Note on Exchange Phenomena in the Thomas Atom*, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **26**(3), 376 (1930).
- [95] W. Macke, *Über die Wechselwirkungen im Fermi-Gas. Polarisationserscheinungen, Correlationsenergie, Elektronenkondensation*, *Zeitschrift für Naturforschung A* **5**(4), 192 (1950).
- [96] M. Gell-Mann e K. A. Brueckner, *Correlation Energy of an Electron Gas at High Density*, *Phys. Rev.* **106**, 364 (1957).
- [97] S. H. Vosko, L. Wilk e M. Nusair, *Accurate spin-dependent electron liquid correlation energies for local spin density calculations: a critical analysis*, *Canadian Journal of Physics* **58**(8), 1200 (1980).
- [98] V. V. Karasiev, D. I. Mihaylov e S. X. Hu, *Meta-GGA exchange-correlation free energy density functional to increase the accuracy of warm dense matter simulations*, *Phys. Rev. B* **105**, L081109 (2022).
- [99] R. Richter et al., *Meta-generalized gradient approximations in time dependent generalized Kohn–Sham theory: Importance of the current density correction*, *The Journal of Chemical Physics* **159**(12), 124117 (2023).
- [100] S. Śmiga e L. A. Constantin, *Unveiling the physics behind hybrid functionals*, *J. Phys. Chem. A* **124**(27), 5606 (2020).
- [101] N. Mardirossian e M. Head-Gordon, *Thirty years of density functional theory in computational chemistry: an overview and extensive assessment of 200 density functionals*, *Molecular Physics* **115**(19), 2315 (2017).
- [102] F. Ortman, F. Bechstedt e W. G. Schmidt, *Semiempirical van der Waals correction to the density functional description of solids and molecular structures*, *Phys. Rev. B* **73**, 205101 (2006).
- [103] M. Hasegawa e K. Nishidate, *Semiempirical approach to the energetics of inter-layer binding in graphite*, *Phys. Rev. B* **70**, 205431 (2004).
- [104] S. Grimme et al., *A consistent and accurate ab initio parametrization of density functional dispersion correction (DFT-D) for the 94 elements H–Pu*, *The Journal of chemical physics* **132**(15) (2010).
- [105] S. Grimme, S. Ehrlich e L. Goerigk, *Effect of the damping function in dispersion corrected density functional theory*, *Journal of computational chemistry* **32**(7), 1456 (2011).
- [106] M. Dion et al., *Van der Waals Density Functional for General Geometries*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 246401 (2004).

- [107] J. c. v. Klimeš, D. R. Bowler e A. Michaelides, *Van der Waals density functionals applied to solids*, *Phys. Rev. B* **83**, 195131 (2011).
- [108] G. Román-Pérez e J. M. Soler, *Efficient Implementation of a van der Waals Density Functional: Application to Double-Wall Carbon Nanotubes*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 096102 (2009).
- [109] O. A. Vydrov e T. Van Voorhis, *Non-local van der Waals Density Functional Made Simple*, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 063004 (2009).
- [110] J. C. Inksom, *Many-Body Theory of Solid: An Introduction*, Plenum Press (1984).
- [111] A. G. G. M. Tielens, *Molecular Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 2021).
- [112] S. Yamamoto, *Introduction to astrochemistry*, *Editorial: Springer* **614** (2017).
- [113] E. F. Van Dishoeck, *Astrochemistry of dust, ice and gas: introduction and overview*, *Faraday Discussions* **168**, 9 (2014).
- [114] C. Zhang et al., *A JWST Study of Polycyclic Aromatic Hydrocarbon Emission in a Region of 30 Doradus*, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **280**(1), 4 (2025).
- [115] J. S. Spilker et al., *Spatial variations in aromatic hydrocarbon emission in a dust-rich galaxy*, *Nature* **618**(7966), 708 (2023).
- [116] J. C. Santos et al., *Multiply charged naphthalene and its C₁₀H₈ isomers: bonding, spectroscopy, and implications in AGN environments*, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **512**(4), 4669 (2022).
- [117] E. Mendoza et al., *New SiS destruction and formation routes via neutral-neutral reactions and their fundamental role in interstellar clouds at low and high metallicity values*, *Astrophys. J.* **687**(1), A149 (2024).
- [118] M. A. M. Paiva et al., *Glycolaldehyde formation mediated by interstellar amorphous ice: a computational study*, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **519**(2), 2518 (2023).
- [119] A. Rimola e S. T. Bromley, *formation of interstellar silicate dust via nanocluster aggregation: insights from quantum chemistry simulations*, *Front. astron. space sci.* **8**, 659494 (2021).
- [120] M. A. M. d. Paiva, B. R. L. Galvao e H. A. De Abreu, *Computational Insights into the Formation of Methyl Formate and Glycolaldehyde via Amorphous ISM Ice*, *ACS Earth and Space Chemistry* **8**(12), 2442 (2024).
- [121] J. Enrique-Romero et al., *Reactivity of HCO with CH₃ and NH₂ on water ice surfaces. a comprehensive accurate quantum chemistry study*, *ACS Earth and Space Chem.* **3**(10), 2158 (2019).
- [122] A. Agrawal e A. Choudhary, *Perspective: Materials informatics and big data: Realization of the “fourth paradigm” of science in materials science*, *APL Materials* **4**(5), 053208 (2016).
- [123] J. Wei et al., *Machine learning in materials science*, *InfoMat* **1**(3), 338 (2019).
- [124] C. Zuccarini, K. Ramachandran e D. D. Jayaseelan, *Material discovery and modeling acceleration via machine learning*, *APL Materials* **12**(9), 090601 (2024).
- [125] I. Goodfellow, Y. Bengio e A. Courville, *Deep Learning* (MIT Press, 2016).
- [126] K. Hornik, M. Stinchcombe e H. White, *Multilayer feedforward networks are universal approximators*, *Neural Networks* **2**(5), 359 (1989).
- [127] R. T. Q. Chen et al., *Neural Ordinary Differential Equations* (2019). [ArXiv:1806.07366](https://arxiv.org/abs/1806.07366).
- [128] J. Pérez, J. Marinković e P. Barceló, *On the Turing Completeness of Modern Neural Network Architectures*, in *International Conference on Learning Representations* (2019). Disponível em <https://openreview.net/forum?id=HyGBdo0qFm>, acesso em ago. 2025.

- [129] A. Torres et al., *Using Neural Network Force Fields to Ascertain the Quality of Ab Initio Simulations of Liquid Water*, *The Journal of Physical Chemistry B* **125**(38), 10772 (2021).
- [130] M. S. Gomes-Filho et al., *Size and Quality of Quantum Mechanical Data Set for Training Neural Network Force Fields for Liquid Water*, *The Journal of Physical Chemistry B* **127**(6), 1422 (2023).
- [131] X. Jiang et al., *Applications of natural language processing and large language models in materials discovery*, *npj Computational Materials* **11** (2025).
- [132] J. Choi e B. Lee, *Accelerating materials language processing with large language models*, *Communications Materials* **5** (2024).
- [133] J. Im et al., *Identifying Pb-free perovskites for solar cells by machine learning*, *npj Computational Materials* **5** (2019).
- [134] A. Mahmood e J.-L. Wang, *Machine learning for high performance organic solar cells: current scenario and future prospects*, *Energy Environ. Sci.* **14**, 90 (2021).
- [135] J. Behler, *Perspective: Machine learning potentials for atomistic simulations*, *The Journal of Chemical Physics* **145**(17), 170901 (2016).
- [136] V. L. Deringer, M. A. Caro e G. Csányi, *Machine Learning Interatomic Potentials as Emerging Tools for Materials Science*, *Advanced Materials* **31**(46), 1902765 (2019).
- [137] O. T. Unke et al., *Machine Learning Force Fields*, *Chemical Reviews* **121**(16), 10142 (2021).
- [138] A. Dommer et al., *#COVIDisAirborne: AI-enabled multiscale computational microscopy of delta SARS-CoV-2 in a respiratory aerosol*, *The International Journal of High Performance Computing Applications* **37**(1), 28 (2023), pMID: 36647365.
- [139] A. Fellman et al., *Fast and accurate machine-learned interatomic potentials for large-scale simulations of Cu, Al, and Ni*, *Phys. Rev. Mater.* **9**, 053807 (2025).
- [140] J. Qi et al., *Robust training of machine learning interatomic potentials with dimensionality reduction and stratified sampling*, *npj Computational Materials* **10** (2024).
- [141] I. Batatia et al., *The Design Space of $E(3)$ -Equivariant Atom-Centered Interatomic Potentials* (2022). [ArXiv:2205.06643](https://arxiv.org/abs/2205.06643).
- [142] A. V. Shapeev, *Moment Tensor Potentials: A Class of Systematically Improvable Interatomic Potentials*, *Multiscale Modeling & Simulation* **14**(3), 1153 (2016).
- [143] H. Wang et al., *DeePMD-kit: A deep learning package for many-body potential energy representation and molecular dynamics*, *Computer Physics Communications* **228**, 178 (2018).
- [144] J. Zeng et al., *DeePMD-kit v2: A software package for deep potential models*, *The Journal of Chemical Physics* **159**(5), 054801 (2023).
- [145] J. Zeng et al., *DeePMD-kit v3: A Multiple-Backend Framework for Machine Learning Potentials*, *Journal of Chemical Theory and Computation* **21**(9), 4375 (2025), pMID: 40315155.
- [146] J. Riebesell et al., *A framework to evaluate machine learning crystal stability predictions*, *Nature Machine Intelligence* **7**, 836 (2025).
- [147] H. Yu et al., *Systematic assessment of various universal machine-learning interatomic potentials*, *Materials Genome Engineering Advances* **2**(3), e58 (2024).
- [148] B. Focassio, L. P. M. Freitas e G. R. Schleder, *Performance Assessment of Universal Machine Learning Interatomic Potentials: Challenges and Directions for Materials' Surfaces*, *ACS Applied Materials & Interfaces* **17**(9), 13111 (2025), pMID: 38990833.
- [149] B. Rhodes et al., *Orb-v3: atomistic simulation at scale* (2025). [ArXiv:2504.06231](https://arxiv.org/abs/2504.06231).

- [150] B. M. Wood et al., *UMA: A Family of Universal Models for Atoms* (2025). [ArXiv:2506.23971](#).
- [151] A. Merchant et al., *Scaling deep learning for materials discovery*, *Nature* **624**, 1 (2023).
- [152] H. Yang et al., *MatterSim: A Deep Learning Atomistic Model Across Elements, Temperatures and Pressures* (2024). Disponível em <https://arxiv.org/abs/2405.04967>, [ArXiv:2405.04967](#).
- [153] J. Kim et al., *Data-efficient multi-fidelity training for high-fidelity machine learning interatomic potentials* (2024). [ArXiv:2409.07947](#).
- [154] M. Radova et al., *Fine-tuning foundation models of materials interatomic potentials with frozen transfer learning*, *npj computational materials* **11**, 237 (2025).
- [155] X. Liu et al., *Fine-Tuning Universal Machine-Learned Interatomic Potentials: A Tutorial on Methods and Applications* (2025). [ArXiv:2506.21935](#).
- [156] J. Maddox, *Crystals from first principles*, *Nature* **335**(6187), 201 (1988).
- [157] C. J. Pickard e R. J. Needs, *Ab initio random structure searching*, *Journal of Physics: Condensed Matter* **33**(5), 053001 (2020).
- [158] A. P. Drozdov et al., *Superconductivity at 250 K in lanthanum hydride under high pressures*, *Nature* **569**, 528 (2019).
- [159] J. Lv et al., *Predicted novel high-pressure phases of lithium*, *Physical Review Letters* **114**, 105501 (2015).
- [160] D. M. Deaven e K. M. Ho, *Molecular geometry optimization with a genetic algorithm*, *Physical Review Letters* **75**, 288 (1995).
- [161] S. M. Woodley et al., *The prediction of inorganic crystal structures using a genetic algorithm and energy minimisation*, *Physical Chemistry Chemical Physics* **1**, 2535 (2000).
- [162] J. C. Wojdeł et al., *First-principles model potentials for lattice-dynamical studies: general methodology and example of application to ferroic perovskite oxides*, *Journal of Physics: Condensed Matter* **25**(30), 305401 (2011).
- [163] M. Addicoat et al., *Stochastic structure determination for conformationally flexible heteromolecular solids: application to a porous organic cage*, *Journal of Chemical Theory and Computation* **13**, 1421 (2017).
- [164] M. D. R. Watt, A. D. Daniels e C. R. A. Catlow, *Genetic algorithms for structure prediction: the genetic algorithm for molecular and periodic systems (GAMPS)*, *Journal of Computational Chemistry* **23**, 919 (2002).
- [165] F. J. Valero e J. M. Hermida-Ramón, *A genetic algorithm for the prediction of crystal structures*, *Computer Physics Communications* **146**(2), 364 (2002).
- [166] Y. Wang et al., *CALYPSO: A method for crystal structure prediction*, *Computer Physics Communications* **181**(6), 1062 (2010).
- [167] M. J. Frisch et al., *Gaussian 16 Revision B.01*, Wallingford, CT (2016).

Degenerescência quântica e anãs brancas

M. Moriconi¹ e R. Negreiros²

¹Universidade Federal Fluminense

²Catholic Institute of Technology

Resumo

Anãs brancas são remanescentes estelares altamente compactas, resultantes do processo evolutivo de estrelas com massas de até dez vezes a massa do nosso Sol. Seu núcleo é formado predominantemente por matéria eletronicamente degenerada. Em uma estrela ordinária, há um balanço entre a atração gravitacional intrínseca e a pressão interna gerada pelo calor e pela radiação nuclear de seu núcleo. Em uma anã branca, o colapso é evitado devido à pressão eletrônica de degenerescência, um efeito quântico que tem origem nas propriedades estatísticas dos férmions, por meio do princípio da exclusão de Pauli. Neste artigo, apresentamos um modelo teórico simples da estrutura de anãs brancas e algumas de suas aplicações em astrofísica.

Abstract

White dwarfs are highly compact stellar remnants resulting from the evolutionary process of stars with masses up to ten times that of our Sun. Their core is composed predominantly of electronically degenerate matter. In an ordinary star, there is a balance between the intrinsic gravitational attraction and the internal pressure generated by the heat and nuclear radiation from its core. In a white dwarf, collapse is prevented by the electron degeneracy pressure, a quantum effect that arises from the statistical properties of fermions through the Pauli exclusion principle. In this article, we present a simple theoretical model for the structure of white dwarfs and discuss some of its applications in astrophysics.

Palavras-chave: anãs brancas; princípio da exclusão de Pauli; férmions; degenerescência eletrônica.

Keywords: white dwarfs; Pauli exclusion principle; fermions; electronic degenerescence.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49837](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49837)

1 Introdução

A descoberta da natureza quântica da matéria no início do século XX levou a uma das mais elegantes conexões entre o mundo subatômico e o mundo macroscópico: o princípio da exclusão de Pauli [1]. Ao impedir que férmions idênticos ocupem o mesmo estado quântico, temos a origem de uma pressão intrínseca à matéria fermiônica — a pressão de degenerescência [2, 3] — que não depende de calor nem de reações nucleares. Essa pressão quântica é a força fundamental que sustenta os objetos conhecidos como anãs brancas, remanescentes estelares compactos formados após o esgotamento do combustível nuclear em estrelas de baixa e média massa.

Partindo do conceito de um gás degenerado de férmions, podemos deduzir uma equação de estado a $T = 0$ [2, 4] que relaciona densidade e pressão (Seção 3). Quando acoplada às equa-

ções de continuidade de massa e equilíbrio hidrostático [5] (Seção 4), ela descreve com precisão as propriedades estruturais dessas estrelas — em particular, suas densidades relativamente elevadas e raios comparáveis ao da Terra, com massas próximas a massa do sol. O estudo de anãs brancas culmina na determinação da massa limite de Chandrasekhar [6] (Seção 5), valor máximo além do qual a pressão de degenerescência consegue conter o colapso gravitacional.

Além de estabelecer as bases teóricas, discutimos, ainda que brevemente, diversas aplicações astrofísicas das anãs brancas, como cronômetros galácticos (Seção 6.2), laboratórios para física de matéria densa (Seção 6.3), velas padrão em supernovas tipo Ia (Seção 6.5) e a possibilidade de fontes promissoras de ondas gravitacionais em sistemas binários (Seção 6.6). Também discutimos a interessante possibilidade de que a chamada “ar-

queologia planetária" e possíveis pistas para a matéria escura, que podem ser encontradas em anãs brancas.

2 O princípio da exclusão de Pauli

O conceito de degenerescência, como veremos, é essencial para entendermos como anãs brancas podem existir. Para entendermos o conceito de degenerescência, entretanto, precisamos antes entender o princípio da exclusão de Pauli.

Toda partícula quântica tem certas características intrínsecas que as definem. Duas propriedades a que estamos acostumados são massa e carga elétrica. Massa é uma medida da inércia de uma partícula, que mede como ela responde a uma força aplicada nela. A carga elétrica determina sua interação com campos elétricos e magnéticos. Além de massa e carga, elas também possuem uma propriedade chamada spin, que determina como ela interage com campos magnéticos. O spin de uma partícula é, necessariamente, um múltiplo inteiro ou semi-inteiro de $\hbar = h/2\pi$, onde h é a constante de Planck.

No reino quântico partículas são classificadas como *férmions* ou *bósons*, dependendo do valor do spin. Partículas com spin semi-inteiro são chamadas férmions e partículas de spin inteiro são chamadas bósons [4]. Exemplos de férmions são os prótons, elétrons e nêutrons (todos com spin 1/2), enquanto um dos bósons mais famosos é possivelmente o fóton (com spin 1). Note que para férmions de spin 1/2 existem dois possíveis estados de spin, frequentemente denotados por *up* (\uparrow) e *down* (\downarrow). Isso introduz um fator 2 que aparecerá mais tarde em nossa análise.

A maneira como férmions e bósons se comportam quanticamente é fundamentalmente diferente. Representando a função de onda de um par de partículas idênticas simbolicamente por $\Psi(1, 2)$, temos que, para férmions, como dois elétrons, se trocarmos as posições 1 e 2, a nova função de onda satisfaz à

$$\Psi(2, 1) = -\Psi(1, 2). \quad (1)$$

Já para o caso de dois bósons idênticos temos $\Psi(1, 2) = \Psi(2, 1)$.

O princípio da exclusão de Pauli emerge naturalmente da natureza assimétrica da função de

onda de férmions [1]. É fácil entender: considerando que ao trocar a posição (por exemplo) de dois férmions a função de onda terá seu sinal trocado ao colocarmos dois férmions no mesmo estado, a única maneira de satisfazer a condição de assimetria é se a função de onda se anular. Isso significa que a função de onda de qualquer sistema quântico fermiônico, onde dois (ou mais) férmions se encontram no mesmo estado é sempre zero. Ou seja a probabilidade desse estado existir é nula. Este é, em outras palavras o princípio da exclusão de Pauli: partículas idênticas com spin semi-inteiro não podem ocupar o mesmo estado quântico simultaneamente [1].

Possivelmente uma das consequências mais notáveis do princípio de exclusão de Pauli é a existência dos átomos, e conseqüentemente da química como um todo. A impossibilidade de dois elétrons (férmions de spin 1/2) ocuparem o mesmo estado quântico, obriga, necessariamente que estes ocupem níveis atômicos (orbitais) sucessivamente mais altos: os famosos níveis $1s, 2s, 2p, 3s, 3p, 3d, \dots$ ensinados na química. De maneira geral é a existência desses níveis que permite que a química funcione e, por conseguinte, o mundo como o conhecemos. Devemos agradecer ao princípio da exclusão de Pauli pela existência do universo como conhecemos. As consequências do princípio da exclusão de Pauli são ainda mais amplas, como veremos a seguir, particularmente para a astrofísica, o conceito de pressão de degenerescência tem um papel muito importante e será discutido na próxima seção.

3 Gás de férmions degenerado

Para podermos entender anãs brancas e suas propriedades, precisamos antes compreender o conceito de um gás *degenerado* de férmions [2, 3]. A idéia é simples: vamos estender o conceito clássico de gás ideal, ou seja um gás composto por partículas não interagentes, para o caso em que essas partículas são compostas por férmions idênticos, como por exemplo, elétrons. É fácil antever que o princípio da exclusão de Pauli, discutido na última seção terá um papel importante, uma vez que mesmo que este gás esteja em seu estado de menor energia seus férmions constituintes não poderão estar no mesmo estado (diferentemente

de um gás clássico em que suas partículas podem compartilhar estados idênticos).

Começemos, então, considerando uma situação ideal, onde temos um gás de férmions composto por apenas um elétron. Evidentemente um elétron apenas não constitui um gás, mas partiremos de um elétron para depois generalizar nossos resultados para um sistema composto de vários elétrons, esse sim representando um “verdadeiro” gás.

Consideremos então que este nosso “gás” de um elétron, tem temperatura zero ($T = 0$) de forma que não precisamos nos preocupar com energia térmica. Vale notar que aqui também se evidencia uma diferença entre um gás quântico e um gás clássico: neste último não faz sentido falar em um gás com temperatura nula, uma vez que todos seus componentes estariam imóveis. Quanticamente, entretanto, isso não é um problema, pois sabemos, que mesmo em seu estado de menor energia, uma partícula terá uma energia não nula (a chamada energia de ponto zero). Voltando ao nosso solitário elétron. Suponhamos que ele esteja confinado ao interior de uma caixa de dimensões l_x, l_y, l_z com paredes impenetráveis. Resolvendo a equação de Schrödinger para esse elétron [4], que é livre dentro da caixa e está sujeito apenas ao potencial infinito das paredes, podemos encontrar os níveis de energia

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e} \left(\frac{n_x^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2}{l_y^2} + \frac{n_z^2}{l_z^2} \right). \quad (2)$$

Onde n_x, n_y e n_z são inteiros positivos, e fornecem os possíveis níveis de energia que podem ser ocupados pelo elétron dentro da caixa. Assim sendo, o menor nível de energia possível (energia de ponto zero) é dado por $n_x = n_y = n_z = 1$.

Tendo determinado os níveis de energia para um férmion (elétron nesse caso) em uma caixa impermeável, a generalização para um gás de elétrons é muito simples para o caso em que ignoramos a interação elétron-elétron, que é de fato o caso que estamos interessados uma vez que buscamos a o equivalente ao gás ideal clássico para o caso de férmions. Nesse caso os níveis de energia disponíveis são aqueles dados pela equação (2), onde cada nível de energia (dado por uma combinação de n_x, n_y, n_z) pode ser ocupado apenas por dois elétrons (um com spin \uparrow e outro com spin \downarrow). É interessante notar a semelhança com o caso de

átomos, onde também temos níveis de energia que podem ser ocupados por dois elétrons, como por exemplo o caso $1s$ que pode ser ocupado por um elétron com $\uparrow (1s^1)$ e outro $\downarrow (1s^2)$. A energia dos níveis atômicos tem forma mais complicada, entretanto, já que o confinamento dos elétrons é dado pela força coulombiana exercida pelo núcleo atômico, invés das paredes impermeáveis que consideramos aqui.

Voltemos nossa atenção aos níveis de energia permitidos, dado pela equação (2). Reescrevemos esta equação como

$$E_{n_x, n_y, n_z} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}, \quad (3)$$

onde k representa a magnitude do vetor $\mathbf{k} \equiv (k_x = n_x\pi/l_x, k_y = n_y\pi/l_y, k_z = n_z\pi/l_z)$ comumente conhecido na mecânica quântica como *vetor de onda*.

Imaginemos agora um espaço tridimensional, gerado por três eixos, cada qual representando as componentes do vetor de onda: k_x, k_y e k_z . Cada ponto nesse espaço gerado pelas diferentes combinações dos valores possíveis do vetor de onda: $k_x = \pi/l_x, 2\pi/l_x, 3\pi/l_x, \dots$ e similarmente para k_y e k_z , representa um possível estado estacionário ocupado pelo elétron (na realidade dois ao considerarmos o spin, mas por ora vamos ignorá-lo). Dessa forma podemos então imaginar que este espaço é discretizado em pequenas caixas, cada qual com lados $\pi/l_x, \pi/l_y$ e π/l_z . Cada uma dessas caixas representa o volume (no espaço dos momentos) ocupado por cada estado, de forma que podemos escrever

$$\frac{\pi^3}{l_x l_y l_z} = \frac{\pi^3}{V}. \quad (4)$$

Agora vamos tornar nosso gás mais realista, em vez de considerar um (ou alguns) elétrons, cada qual ocupando um dos possíveis níveis de energia, vamos agora considerar N elétrons, onde N é um enorme valor (da ordem do número de Avogadro) como deve ser para um gás. Ao incluirmos N elétrons em nosso gás não devemos esquecer que estes são férmions, e portanto cada um desses elétrons só pode preencher uma das pequenas caixinhas no espaço dos momentos (aquelas cujo volume é dado por $\frac{\pi^3}{V}$). Caso fossem bósons, que não estão sujeitos ao princípio da exclusão de Pauli, nada impediria que todos os bósons ocupassem o mesmo estado e, portanto, a

mesma caixinha. Este não é o caso, entretanto, para elétrons, onde cada um deve ocupar apenas um nível e, portanto, apenas uma caixinha. Dessa maneira ao incluir N elétrons vamos ocupando caixinhas subsequentes até que todos os N elétrons estejam em caixinhas individuais. Assim, após popular todos os estados possíveis com os N elétrons disponíveis, vemos que esses elétrons vão ocupar um oitavo de uma esfera de raio k_f no espaço dos momentos, onde k_f pode ser encontrado se lembrarmos que cada (par) de elétrons ocupa um pequeno volume π^3/V (note que agora voltamos a considerar o spin dos elétrons e portanto colocamos não um, mas dois elétrons em cada caixinha). Assim temos

$$\frac{1}{8} \left(\frac{4}{3} \pi k_f^3 \right) = \frac{N}{2} \left(\frac{\pi^3}{V} \right), \quad (5)$$

de forma que

$$k_f = (3n\pi^2)^{1/3}, \quad (6)$$

onde

$$n \equiv \frac{N}{V} \quad (7)$$

é a densidade de elétrons por unidade de volume. A quantidade k_f é chamada de momento de Fermi e representa o momento dos elétrons no estado de mais alta energia para um sistema com temperatura zero. O momento de Fermi representa igualmente o raio que separa o volume do espaço dos momentos ocupados daqueles vazios. A energia associada ao momento de Fermi pode ser facilmente encontrada se substituirmos o momento de Fermi na fórmula que descreve as energias dos níveis (2), de forma que a energia de Fermi é dada por

$$E_f = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3n\pi^2)^{2/3}. \quad (8)$$

Chegamos a um ponto no qual podemos ter uma melhor compreensão do que é um gás de férmions degenerado: é um gás que pode ser descrito como um conjunto de férmions que, mesmo em seu estado fundamental, são obrigados a ocupar níveis de energia cada vez maiores para satisfazer o princípio da exclusão de Pauli. Isso se contrasta de forma gritante com o comportamento de gases clássicos, que em seu estado fundamental teriam (em princípio), energia e temperatura nulas, já que classicamente não há qualquer empecilho

para partículas clássicas ocuparem o mesmo estado de energia (na prática isso não ocorre, conforme Boltzmann demonstrou, mas isso é assunto para outro artigo).

Dessa forma, quanticamente, é perfeitamente razoável discutir um gás de férmions com zero temperatura, ou seja “degenerado”, uma vez que seus componentes estão ocupando os estados de menor energia disponíveis. Com isso vale a pena buscar a equação de estado para tal gás. Já encontramos, nas equações (6) e (8), o momento e a energia de Fermi, ou seja o momento e a energia do férmion que ocupa o nível mais alto do gás. Para calcular a energia *total* do gás, consideramos 1/8 de uma casca esférica, que representa os estados no espaço dos momentos como na figura 1.

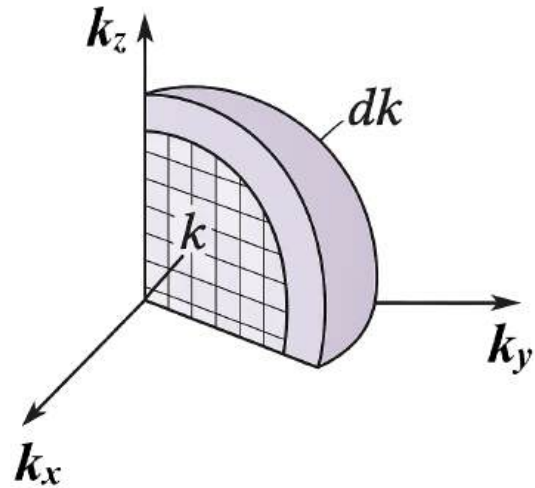


Figura 1: Casca esférica representando o espaço dos momentos do gás de fermi. Cada pequeno cubo representa o estado ocupado por cada elétron, cuja componente dos momentos são dadas pelas coordenadas k_x, k_y, k_z .

O volume total de uma casca esférica entre k e $k + dk$ é dado por

$$\frac{1}{8} (4\pi k^2) dk, \quad (9)$$

de forma que o número total de estados disponíveis nesta casca é dado por

$$\frac{2 [(1/2)\pi k^2 dk]}{(\pi^3/V)} = \frac{V}{\pi^2} k^2 dk. \quad (10)$$

Note o fator de 2, que corresponde aos estados de spins diferentes. Considerando que cada um

desses estados tem energia dada por (3) podemos escrever que a energia total dos elétrons ocupando estados nesta casca é dada por

$$dE = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e} \frac{V}{\pi^2} k^2 dk, \quad (11)$$

de forma que obtemos a energia total do gás pela integral

$$E_{\text{tot}} = \frac{\hbar^2 V}{2\pi^2 m_e} \int_0^{k_f} k^4 dk = \frac{\hbar^2 (3\pi^2 N)^{5/3}}{10\pi^2 m_e} V^{-2/3}. \quad (12)$$

Note que essa quantidade é a análoga quântica para um gás de férmions da energia interna de um gás clássico ideal (U). A diferença aqui é que essa energia tem origem, essencialmente, no princípio da exclusão de Pauli, que obriga os elétrons a ocuparem níveis de energia cada vez mais altos, enquanto que para o caso clássico sua origem é a energia térmica dos constituintes do gás.

Seguindo a analogia clássica, vamos determinar a pressão exercida pelo gás de férmions no caso em que consideramos uma expansão do volume em uma quantidade infinitesimal dV . Para isso analisemos o quanto a energia do gás muda em tal expansão:

$$dE_{\text{tot}} = -\frac{2}{3} \frac{\hbar^2 (3\pi^2 N)^{5/3}}{10\pi^2 m_e} V^{-5/3} dV = -\frac{2}{3} E_{\text{tot}} \frac{dV}{V}, \quad (13)$$

de forma que o trabalho realizado pelo gás, $dW = pdV$, logo a pressão obtida é

$$p = \frac{2}{3} \frac{E_{\text{tot}}}{V} = \frac{2}{3} \frac{\hbar^2 k_f^5}{10\pi^2 m_e} = \frac{(3\pi^2)^{2/3} \hbar^2}{5m_e} n^{5/3}. \quad (14)$$

Essa é a equação de estado para um gás de férmions não interagente a temperatura zero. Esta pressão, gerada simplesmente pelo fato que os férmions são obrigados a ocuparem níveis de energia cada vez mais altos, devido ao princípio da exclusão, é essencialmente o que evita o colapso de uma Anã Branca devido ao seu próprio peso, como veremos nas seções seguintes. Isso se opõe à situação de estrelas como o nosso Sol, por exemplo, onde o regime dominante é o clássico. Neste caso a pressão que opõe a tendência de colapso gravitacional é a pressão térmica do gás/fluido que compõe a estrela. Sendo que este fluido é alimentado térmicamente pelas fusões nucleares que ocorrem no interior estelar.

Tendo obtido uma melhor, ainda que superficial, compreensão sobre o que é um gás degenerado, e a origem de suas propriedades, podemos prosseguir para entender melhor a física de anãs brancas.

4 Estrutura de anãs brancas

Anãs brancas nascem a partir de estrelas ordinárias, quando estas chegam ao final de sua vida devido ao fim do processo de fusão em seu interior [7]. Em seus momentos finais os processos de fusão dessas estrelas são tão poderosos que acabam ejetando as camadas mais externas da estrela [8], em alguns casos "vaporizando" a estrela por completo, ou, dependendo da massa da estrela progenitora, deixando para trás um denso caroço que vem a ser a anã branca [9].

Tendo nascido após o fim da vida de uma estrela da sequência principal, anãs brancas não possuem as condições necessárias para realizar processos de fusão, de forma que são incapazes de atingir temperaturas suficientes para aquecer seus componentes capazes de exercer pressão térmica suficiente para evitar o colapso gravitacional [2, 3]. De fato, o que evita o colapso gravitacional das anãs brancas é a pressão exercida pelo gás degenerado que se forma no interior dessas estrelas.

Vamos agora entender como este gás de férmions degenerados é capaz de suportar a gravidade dessas estrelas. Para tanto começamos identificando que para uma estrela esféricamente simétrica, a distribuição de massa em seu interior é descrito pela equação [8, 10]

$$m(r) = \int_0^r \rho(r) 4\pi r^2 dr, \quad (15)$$

onde ρ é a densidade de massa-energia. Esta equação pode ser escrita em forma diferencial como

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r). \quad (16)$$

A condição fundamental para o equilíbrio estelar é a chamada condição de equilíbrio hidrostático, que garante que a pressão do fluido que constitui a estrela contrapõe a força gravitacional que tende a comprimir o fluido [5, 8]. Para encontrar tão condição consideramos um elemento de fluido



Figura 2: Equilíbrio hidrostático em uma estrela. A linha pontilhada representa uma casca esférica infinitesimal enquanto as setas vermelhas representam a força gravitacional que tenta comprimir essa casca, que é contraposta pela pressão do gás em azul.

em uma casca esférica de espessura dr com uma área dA . Ilustramos as forças atuando nesta casca esférica na figura 2, onde representamos a pressão do gás pelas setas azuis e força gravitacional pelas setas vermelhas, enquanto a casca esférica é representada pela linha pontilhada branca.

Consideremos agora a força exercida F_{fluido} neste elemento esférico de massa $dm = \rho(r)dAdr$, pelo fluido contido na casca esférica, notando que a massa contida na região interior à casca esférica é $m(r)$,

$$F_{\text{fluido}} = [p(r + dr) - p(r)]dA = dpdA. \quad (17)$$

Por outro lado a força gravitacional sentida pela casca esférica dm pela massa em contida em seu interior é dada por

$$F_{\text{grav}} = \frac{Gm(r)}{r^2}dm = \frac{Gm(r)}{r^2}\rho(r)dAdr. \quad (18)$$

Como a anã branca está em equilíbrio hidrostático temos então que essas duas forças, que atuam em direções opostas, precisam se anular, ou seja, $F_{\text{fluido}} + F_{\text{grav}} = 0$, de forma que temos

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{Gm(r)\rho(r)}{r^2}. \quad (19)$$

Encontramos então a condição de equilíbrio hidrostático, que junto com a equação de continui-

dade de massa (16) descreve a estrutura de anãs brancas.

O leitor atento pode perceber, entretanto, que as equações (16) e (19), não podem descrever, de forma completa, a estrutura estelar [8, 11]. Uma rápida análise revela que temos 3 variáveis: a pressão p , a massa m e a densidade ρ , mas temos apenas duas equações: (16) a continuidade de massa, e (19) a condição de equilíbrio hidrostático. De fato, nos falta um outro ingrediente: a equação de estado. Na realidade, em momento algum, ao deduzirmos as equações (16) e (19), fizemos qualquer hipótese sobre a natureza da estrela. Estas equações são válidas para qualquer estrela (Newtoniana), uma vez que elas apenas descrevem a natureza macroscópica da estrela (no caso, o equilíbrio entre a pressão do fluido e a atração gravitacional, além da continuidade de massa). Como qualquer problema da física, precisamos de um elo entre o mundo macroscópico e o mundo microscópico, neste caso dado pela equação de estado. A equação de estado resulta da natureza microscópica da matéria considerada, é ela que nos informa como o fluido responde e se manifesta no mundo macroscópico, que pressão ele exerce, qual densidade possui, e como suas propriedades termodinâmicas se alteram conforme as condições físicas (compo temperatura e gravidade) são modificadas. A escolha da equação de estado apropriada para o sistema físico estudado é como modelamos de forma precisa os objetos astrofísicos. Para estudarmos anãs brancas, precisamos empregar a equação de estado estudada na última seção: aquela de um gás de férmions degenerado. Caso empregássemos uma equação de estado diferente, por exemplo aquela de um gás clássico de Maxwell-Boltzmann, encontraríamos resultados inconsistentes com aqueles observados para anãs brancas, como por exemplo raios estelares muito maiores do que os observados.

Vale notar aqui que estamos considerando anãs brancas como objetos puramente newtonianos [5, 8, 10]. Isso pode parecer contraditório, uma vez que anãs brancas são consideradas "objetos compactos". Essa aproximação, entretanto, se mostra bastante razoável, uma vez que a grande maioria das anãs brancas tem densidade baixa o suficiente de forma que aspectos relativísticos podem ser desprezados [12]. Algumas configurações extremas de anãs brancas, aquelas com massa relati-

vamente alta e raios relativamente pequenos, podem apresentar propriedades relativísticas mais pronunciadas, mas mesmo nesses casos se limitam a correções percentuais pequenas [13,14]. Esta situação é drasticamente diferente para estrelas de nêutrons onde as altas densidades destes objetos faz com que uma descrição puramente relativística seja necessária [5,15].

A natureza, essencialmente quântica [16], da matéria que compõe anãs brancas é drasticamente diferente daquela que compõe estrelas da sequência principal (descritas por um gás clássico). A consequência desta diferença se manifesta nas propriedades físicas de anãs brancas [16,17], que por sua vez, também são acentuadamente diferentes de estrelas comuns. Dentre as diversas propriedades talvez a diferença mais notável seja nos raios dessas estrelas, que são consideravelmente menores (comparáveis ao raio da Terra) [12,18]. Na tabela 1 mostramos as massas e raios observados para algumas anãs brancas notáveis

Como ilustrado na tabela 1, é possível ver as incríveis propriedades de anãs brancas, objetos possuindo a massa comparáveis à massa do Sol, mas com raios comparáveis (ou menores!) que o da Terra. Não é surpresa portanto o motivo dessas estrelas terem sido categorizadas como anãs! Para dar ao leitor um senso de escala que permita notar o quão incríveis essas estrelas são, mostramos na figura 3 uma representação da anã branca Sirius B, que tem uma massa comparável à do Sol, e raio menor que o da Terra.

5 A massa de Chandrasekhar

Uma das propriedades surpreendentes das anãs brancas é que, ao contrário de outras estrelas, sabemos a origem da pressão termodinâmica que a sustenta com bastante precisão: é a pressão de degenerescência dos elétrons. Isso nos fornece um nível quase sem precedentes de compreensão da natureza dessas estrelas. Evidentemente existem outras propriedades que podem alterar a natureza da anã branca, em particular os íons que também fazem parte da sua estrutura (mas tem contribuição quase nula para a pressão). De modo geral, a anã branca é composta por um gás de elétrons degenerados e uma rede cristalina de íons [19], estes últimos determinados pela evolução da es-



Figura 3: Anã branca Sirius B em escala comparada à Terra (Earth).

trela progenitora; mais especificamente pela composição do núcleo da progenitora no momento em que a anã branca foi criada. Assim, podemos ter anãs brancas compostas, de íons de hélio, oxigênio, carbono, magnésio, etc. [20]

Independentemente dos íons que compõe a anã branca, comum a todas é o fato de que a pressão termodinâmica que sustenta a estrela contra o colapso gravitacional é a pressão de degenerescência dos elétrons [10]. Ainda que essa pressão seja formidável, ela é finita e, portanto, deve existir um limite a partir do qual não será mais capaz de evitar o colapso gravitacional. Essa foi a pergunta que o astrofísico Chandrasekhar fez e ao tentar respondê-la chegou a um valor máximo de massa a partir do qual a pressão dos elétrons degenerados seria incapaz de evitar o colapso gravitacional, esse limite hoje é chamado de massa de Chandrasekhar, em homenagem ao seu descobridor.

Vejam um argumento intuitivo para entender esse resultado, seguindo um caminho um pouco mais didático [21], de forma a entender um pouco melhor esse limite. Para tanto, consideremos uma anã branca com N férmions, que estão contidos em uma esfera de raio R . Podemos, então, considerar a densidade de férmions como $n \sim N/R^3$. Dessa forma se considerarmos apenas um fêr-

Tabela 1: Massa e Raio de algumas anãs brancas notáveis.

Anã Branca	Massa (Massa solares)	Raio (Raio da Terra)
Sirius B	1.02	0.89
Procyon B	0.6	1.35
40 Eri B	0.5	1.43
Stein 2051B	0.67	1.25

mion, é facil ver que o volume que ele ocupa é

$$V \sim \frac{1}{n}. \tag{20}$$

Considerando o princípio da incerteza de Heisenberg ($\Delta x \Delta p \gtrsim \hbar$) junto do volume ocupado por um férmion, nos permite estimar seu momento como

$$p \sim \hbar n^{1/3} \tag{21}$$

pois o volume ocupado pelo elétron é $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$, e estamos supondo que as três incertezas são comparáveis.

A energia dos férmions ocupando os níveis de Fermi pode ser escrita em sua forma relativística como

$$E_f \equiv (k_f^2 c^2 + m^2 c^4)^{1/2}. \tag{22}$$

Vamos fazer agora a chamada aproximação relativística, segundo a qual a energia “cinética” dos elétrons (aquela associada ao seu movimento) é muito maior que sua massa de repouso, algo perfeitamente razoável se considerarmos que os elétrons são partículas de massa muito baixa. Dessa forma podemos escrever que a energia de Fermi para os elétrons é dada por

$$E_f \sim k_f c. \tag{23}$$

Considerando agora nossa estimativa para o momento dos férmions (21) podemos então escrever que a estimativa para a energia de fermi dos elétrons na anã branca é

$$E_f \sim \hbar n^{1/3} c \sim \frac{\hbar c N^{1/3}}{R}. \tag{24}$$

Nesse momento vale a pena considerar também a energia gravitacional sentida por cada férmion de massa m_B , dada por

$$E_G \sim -\frac{GMm_B}{R}. \tag{25}$$

Aqui vale notar que $M = Nm_B$, ou seja a equação acima descreve a energia gravitacional que

um férmion sente devido a todos os outros. Notamos aqui que apesar que a pressão de degenerescencia dos elétrons é a vastamente responsável pela sustentação da estrela, os outros férmions presentes (os íons, compostos por prótons e nêutrons) contribuem para a densidade de matéria da estrela e portanto irão contribuir para a massa, portantanto não podem ser ignorados, principalmente no que diz respeito à energia gravitacional.

Temos então que a energia total é descrita como

$$E = E_f + E_G = \frac{\hbar c N^{1/3}}{R} - \frac{GNm_B^2}{R}. \tag{26}$$

O equilíbrio estelar é encontrado fazendo $E = 0$ (menor valor possível) na equação acima, de forma que encontramos os valores máximos permitidos para que N e M satisfaçam a condição de equilíbrio ($E = 0$):

$$N_{\max} \sim \left(\frac{\hbar c}{Gm_B^2} \right)^{3/2} \sim 10^{57} \tag{27}$$

$$M_{\max} \sim N_{\max} m_B \sim 1.5 M_{\odot} \tag{28}$$

Encontramos assim, usando apenas primeiros princípios, uma aproximação para a Massa de Chandrasekhar, a maior massa que uma anã branca pode possuir. Qualquer anã branca com massa superior a este limite, irá colapsar gravitacionalmente, dando origem possivelmente a um objeto mais compacto como uma estrela de nêutrons ou, em casos mais extremos, a um buraco negro.

Evidentemente aqui seguimos um caminho mais didático, da mesma forma feita em [21]. O estudo de Chandrasekhar e outros que o seguiram são muito mais ricos e complexos e obtem valores muito mais precisos para a massa máxima de uma anã branca. Ainda assim, mesmo com nosso tratamento simples, encontramos um valor muito próximo daquele que esperamos encontrar na natureza. Esse é um grande feito da astrofísica moderna, de forma que nosso conhecimento do limite

máximo da massa e da própria natureza das anãs brancas são amplamente utilizados na astronomia e astrofísica, seja para o estabelecimento das chamadas velas padrão (supernovas tipo IA, provenientes do colapso de anãs brancas), ou mesmo para obtermos melhor conhecimento da física nuclear e do comportamento de férmions em regimes de altas densidades.

6 Anãs brancas e sua importância para a astrofísica

Anãs brancas são os remanescentes compactos e degenerados de estrelas de baixa e média massa, constituindo o estado evolutivo final de mais de 90% dos objetos estelares na Via Láctea [22]. Com massas típicas de aproximadamente $M \approx 0.6M_{\odot}$ comprimidas em raios da ordem de $R \sim R_{\oplus}$, elas são sustentadas pela pressão de degenerescência dos elétrons [18, 23] e seguem uma equação de estado bem entendida [10, 24], diferentemente de suas “primas” mais compactas, as estrelas de nêutrons. Considerando sua relativa simplicidade e a abundância de dados de alta precisão provenientes de missões como a Gaia fazem delas pilares fundamentais para estudos que vão desde a física estelar até a cosmologia [25].

6.1 Sondando a evolução estelar

A distribuição de massa, a composição atmosférica (dominada por hidrogênio ou hélio) além da evolução espectral de anãs brancas estão diretamente associados aos históricos de perda de massa [22] e os tempos de vida na sequência principal de suas progenitoras. Relações empíricas entre massa inicial e final — calibradas com anãs brancas em aglomerados estelares e sistemas binários, permite que se refinam as os processos de mistura nas fronteiras convectivas e perda de massa dependente da metalicidade [26]. A astrosismologia de anãs brancas pulsantes com atmosfera de hidrogênio (DAV) e de hélio (DBV) permite a obtenção de dados importantes sobre a estratificação interna e a composição do núcleo estelar, oferecendo testes independentes de cristalização e separação de fases em matéria densa [27, 28], que são virtualmente impossíveis de se reproduzir em laboratórios terrestres.

6.2 Cronologia galáctica

Após sua formação, as anãs brancas resfriam de maneira previsível, seguindo, aproximadamente a relação

$$L \propto t^{-5/7}, \quad (29)$$

onde L representa a luminosidade e t o tempo de resfriamento [29]. Dessa maneira, o limite inferior da luminosidade em função do tempo atua, portanto, como um relógio natural para datar populações estelares. Técnicas modernas de paralaxe e fotometria de missões como a *Gaia*, por exemplo, revelaram complexidades na sequência de resfriamento — como atrasos causados pela liberação de calor latente durante a cristalização. Tais fenômenos permitem estimativas de idade para os discos finos e espessos da Galáxia, subestruturas do halo e aglomerados abertos e globulares próximos, com precisão de até ± 0.5 bilhões de anos [30].

6.3 Laboratório para física fundamental

As densidades centrais das anãs brancas ($\rho \sim 10^6 \sim 10^9 \text{ g cm}^{-3}$) e suas gravidades superficiais ($g \sim 10^8 \sim 10^9 \text{ cm s}^{-2}$) oferecem ambientes ricos para testarmos leis físicas além do alcance terrestre [31]. Medidas precisas de massa e raio investigam correções que possam existir para a equação de estado de matéria degenerada por elétrons, como por exemplo as correções de Coulomb [32, 33]. Investigações das variações seculares nos períodos de pulsação e na taxa de resfriamento também oferecem a oportunidade de revelar canais adicionais de perda de energia, como neutrinos oriundos do decaimento de plásmos ou partículas hipotéticas (por exemplo, áxions) [34, 35]. Observações do desvio para o vermelho gravitacional, dado por

$$z = \left(1 - \frac{2GM}{Rc^2}\right)^{-1/2} - 1, \quad (30)$$

nos espectros de anãs brancas oferecem também podem oferecer testes complementares da relatividade geral no regime de campo fraco e alta densidade.

6.4 Arqueologia de sistemas planetários

Elementos pesados detectados nas atmosferas de muitas anãs brancas podem indicar a contínua acreção de objetos orbitais que foram destruídos

por forças de maré [36]. Sinais nas emissões infravermelhas além de observações dos discos de detritos corroboram esse cenário, permitindo análises da composição global de materiais exoplanetários [37–39]. Os resultados obtidos até agora revelam evidências de objetos orbitais diferenciados [40]. Estes estudos fornecem informações valiosas sobre formação planetária e a evolução dinâmica em épocas distantes do colapso da estrela hospedeira.

6.5 Distâncias cosmológicas e supernovas do tipo Ia

Em sistemas binários próximos, anãs brancas de carbono–oxigênio podem iniciar explosões termonucleares ao se aproximarem da massa de Chandrasekhar [41], cujo valor mais preciso é

$$M_{\text{Ch}} \approx 1.44 M_{\odot}. \quad (31)$$

A notável uniformidade das curvas de luz das supernovas do tipo Ia [42] fundamenta seu papel como velas padrão, permitindo portanto uma medição precisa de distâncias em escala cosmológica [42, 43]. Tais medições levaram à descoberta da aceleração cósmica que, até hoje continua sendo um estudo essencial para a caracterização da energia escura [44, 45].

6.6 Fontes de ondas gravitacionais e evolução de sistemas binários

Sistemas binários compostos por duas anãs brancas, com períodos orbitais que variam de minutos a horas, constituem uma das fontes garantidas mais abundantes para futuro observatórios espaciais de ondas gravitacionais, como o LISA [46, 47]. As taxas de espiralamento e fusão desses sistemas alimentam modelos de síntese populacional de binárias [46], enquanto a detecção de sinais com variação de frequência (os famosos “chirping”) permitirá medições precisas da decaência orbital, das razões de massa dos objetos que compõe o sistema e testes de acoplamento por maré em sistemas compactos [48].

6.7 Sondando matéria escura e física além do modelo padrão

Devido à sua gravidade relativamente alta, anãs brancas podem, potencialmente, capturar

partículas de matéria escura por meio de espalhamento em seus interiores densos [49]. A aniquilação ou o decaimento da matéria escura acumulada pode modificar suas curvas de resfriamento, oferecendo restrições indiretas à diferente modelos de matéria escura como partículas massivas fracamente interativas (WIMPs) e áxions [49, 50]. Além disso, buscas por variações em constantes fundamentais (por exemplo, a constante de estrutura fina α) utilizando espectroscopia de alta resolução das atmosferas de anãs brancas investigam aspectos da física em escalas cosmológicas [51, 52].

7 Conclusões

A análise desde o princípio da exclusão de Pauli até o equilíbrio hidrostático mostra que as anãs brancas são sustentadas por uma pressão puramente quântica, sem paralelo nos gases clássicos. A equação de estado para um gás degenerado de férmions não interagentes, quando aplicada às equações de estrutura estelar, explica seus pequenos raios e densidades extremas. O limite de Chandrasekhar, obtido ao balancear energia de Fermi e energia gravitacional, define a maior massa estável que uma anã branca pode ter antes de colapsar gravitacionalmente, dando origem, potencialmente, a estrelas de nêutrons ou buracos negros.

Dentro do contexto da atrofísica de modo geral, anãs brancas se mostram como excelentes “laboratórios” estelares: podem funcionar como relógios precisos para datar populações estelares, fundamentais no estudo da evolução galáctica; fornecem condições ideais para testar correções à física de matéria degenerada e podem impor limites observáveis para a existência de partículas exóticas; além disso são a base para supernovas tipo Ia, principais velas padrão na cosmologia moderna. Sistemas binários de anãs brancas, finalmente, se apresentam como fontes abundantes e potencialmente detectáveis (em futuros experimentos, como o LISA) de ondas gravitacionais, prometendo revelar detalhes inéditos sobre a dinâmica de objetos compactos.

O contínuo avanço nas observações — com missões de alta precisão como Gaia e futuras sondas gravitacionais — combinado a modelos teóricos

que incorporam efeitos relativísticos e microscópicos mais sofisticados, abrirá caminho para refinar ainda mais nosso entendimento desses corpos. Em última análise, estudar anãs brancas é reconhecer que, as diversas maneiras em que se manifestam contribuem para contar a história de como o universo evoluiu, desde as menores partículas até a expansão cósmica.

Sobre os autores

Marco Moriconi (mmoriconi@id.uff.br) é graduado e mestre em Física pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e doutor em Física pela Princeton University, com passagens como pós-doutorando pelo The Abdus Salam International Centre For Theoretical Physics (ICTP) - Itália, Cornell University - EUA e Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Atualmente é professor associado da Universidade Federal Fluminense (UFF), trabalhando na área de física teórica com ênfase em teoria geral de partículas e campos, teoria de campo estatística em duas dimensões, especialmente simetria conforme e modelos integráveis. Atua como colunista da revista Ciência Hoje (Qual o Problema?), e é também membro do comitê de provas da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Rodrigo Negreiros (rnegreiros@id.uff.br) fez graduação em Física e mestrado em Física pela Universidade Federal Fluminense. Seu Ph.D. foi pela San Diego State University/Claremont Graduate University, EUA. Atuou como um posdoc no Frankfurt Institute for Advance Studies, na Goethe University, em Frankfurt am Main, Alemanha. Suas áreas de pesquisa envolvem principalmente física nuclear e estrelas compactas (estrelas de neutrons, estrelas de quarks, pulsares ...), astrofísica relativística, métodos numéricos e física de matéria ultra-densa. Atualmente é professor associado da Universidade Federal Fluminense (UFF).

Referências

[1] W. Pauli, *Über den Zusammenhang des Abschlusses der Elektronengruppen im Atom mit*

der Komplexstruktur der Spektren, *Zeitschrift für Physik* **31**, 765 (1925).

- [2] N. W. Ashcroft e N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Brooks/Cole, 1976).
- [3] D. Koester e G. Chanmugam, *Physics of white dwarf stars*, *Reports on Progress in Physics* **53**, 837 (1990).
- [4] D. J. Griffiths, *Introduction to Quantum Mechanics* (Pearson, 2005), 2 ed.
- [5] S. L. Shapiro e S. A. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs, and Neutron Stars: The Physics of Compact Objects* (Wiley, 1983).
- [6] S. Chandrasekhar, *The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs*, *Astrophysical Journal* **74**, 81 (1931).
- [7] J. Iben, I., *The evolution of white dwarfs in close binaries*, *Astrophysical Journal* **277**, 333 (1984).
- [8] R. Kippenhahn e A. Weigert, *Stellar Structure and Evolution* (Springer, 1990).
- [9] B. Paczynski, *Evolutionary Processes in Close Binary Systems*, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **9**, 183 (1971).
- [10] S. Chandrasekhar, *An Introduction to the Study of Stellar Structure* (University of Chicago Press, 1939).
- [11] J. P. Cox e R. T. Giuli, *Principles of Stellar Structure*, vol. 1-2 (Gordon and Breach Science Publishers, 1968).
- [12] P.-E. Tremblay, P. Bergeron e A. Gianninas, *An Improved Spectroscopic Analysis of DA White Dwarfs from the Sloan Digital Sky Survey Data Release 4*, *Astrophysical Journal* **730**, 128 (2011).
- [13] M. Rotondo et al., *Unified approach to the structure of white dwarfs*, *Physical Review C* **83**, 045805 (2011).
- [14] L. A. Carvalho, J. A. Rueda e R. Ruffini, *General Relativistic effects in the structure of massive white dwarfs*, *General Relativity and Gravitation* **50**, 38 (2018).

- [15] P. Haensel, A. Y. Potekhin e D. G. Yakovlev, *Neutron Stars 1: Equation of State and Structure* (Springer, 2007).
- [16] B. W. Carroll e D. A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics* (Addison-Wesley, 2006), 2 ed.
- [17] D. E. Winget e S. O. Kepler, *Pulsating White Dwarf Stars and Precision Asteroseismology*, *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **46**(1), 157 (2008).
- [18] J. L. Provencal et al., *Testing the White Dwarf Mass-Radius Relation with Hipparcos*, *The Astrophysical Journal* **494**(2), 759 (1998).
- [19] L. G. Althaus et al., *Evolutionary and pulsational properties of white dwarf stars*, *The Astronomy and Astrophysics Review* **18**(4), 471 (2010).
- [20] G. Fontaine e P. Brassard, *The Pulsations of White Dwarf Stars*, Publications of the Astronomical Society of the Pacific **113**, 409 (2001).
- [21] L. D. Landau, *On the theory of stars*, *Physikalische Zeitschrift der Sowjetunion* **1**, 285 (1932).
- [22] V. Weidemann, *The initial-final mass relation of white dwarfs*, *Astronomy and Astrophysics* **363**, 647 (2000).
- [23] S. O. Kepler et al., *New white dwarf stars in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 10*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **446**(4), 4078 (2015).
- [24] N. K. Glendenning, *Compact Stars: Nuclear Physics, Particle Physics, and General Relativity* (Springer, 2000).
- [25] P.-E. Tremblay et al., *Fundamental parameter accuracy of DA and DB white dwarfs in Gaia Data Release 2*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **482**(4), 5222 (2018).
- [26] S. Catalán et al., *The initial-final mass relationship of white dwarfs revisited: effect on the luminosity function and mass distribution*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **387**, 1693 (2008).
- [27] G. Fontaine, P. Brassard e P. Bergeron, *The Potential of White Dwarf Asteroseismology*, Publications of the Astronomical Society of the Pacific **113**, 409 (2001).
- [28] A. H. Córscico, L. G. Althaus e M. M. Miller Bertolami, *Pulsating white dwarfs: new insights*, *Astronomy and Astrophysics Review* **27**, 7 (2019).
- [29] L. Mestel, *On the theory of white dwarf stars. I. The energy sources of white dwarfs*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **112**, 583 (1952).
- [30] B. M. S. Hansen et al., *The White Dwarf Cooling Sequence of the Globular Cluster Messier 4*, *The Astrophysical Journal Letters* **574**(2), L155 (2002). [ArXiv:astro-ph/0205087](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0205087).
- [31] D. Lamb e H. Van Horn, *Evolution of crystallizing pure C-12 white dwarfs*, *Astrophysical Journal* **200**, 306 (1975).
- [32] G. Chabrier e A. Y. Potekhin, *Equation of state of fully ionized electron-ion plasmas*, *Physical Review E* **58**, 4941 (1998).
- [33] L. Segretain et al., *Cooling theory of crystallized white dwarfs*, *Astrophysical Journal* **434**, 641 (1994).
- [34] N. Itoh et al., *Neutrino Energy Loss in Stellar Interiors. VII. Pair, Photo-, Plasma, Bremsstrahlung, and Recombination Neutrino Processes*, *The Astrophysical Journal Supplement Series* **102**, 411 (1996).
- [35] G. G. Raffelt, *Stars as Laboratories for Fundamental Physics: The Astrophysics of Neutrinos, Axions, and Other Weakly Interacting Particles* (University of Chicago Press, 1996).
- [36] B. Zuckerman et al., *Metal Lines in DA White Dwarfs*, *The Astrophysical Journal* **596**(1), 477 (2003).

- [37] M. Jura, *A Tidally Disrupted Asteroid around the White Dwarf G29-38*, *The Astrophysical Journal Letters* **584**(2), L91 (2003).
- [38] B. T. Gänsicke et al., *A Gaseous Metal Disk Around a White Dwarf*, *Science* **314**(5807), 1908 (2006).
- [39] J. Farihi, M. Jura e B. Zuckerman, *Infrared signatures of disrupted minor planets at white dwarfs*, *The Astrophysical Journal* **694**(2), 805 (2009).
- [40] S. Xu e M. Jura, *The Drop during Less than 300 Days of a Dusty White Dwarf's Infrared Luminosity*, *The Astrophysical Journal* **792**(2), L39 (2014).
- [41] K. Nomoto, F.-K. Thielemann e K. Yokoi, *Accreting White Dwarf Models for Type I Supernovae. III. Carbon Deflagration at High Density*, *Astrophysical Journal* **286**, 644 (1984).
- [42] M. M. Phillips, *The absolute magnitudes of Type IA supernovae*, *The Astrophysical Journal* **413**, L105 (1993).
- [43] M. Hamuy et al., *The Absolute Luminosities of the Calan/Tololo Type IA Supernovae*, *The Astronomical Journal* **112**, 2391 (1996).
- [44] A. G. Riess et al., *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant*, *Astronomical Journal* **116**, 1009 (1998).
- [45] S. Perlmutter et al., *Measurements of Ω and Λ from 42 High-Redshift Supernovae*, *Astrophysical Journal* **517**, 565 (1999).
- [46] G. Nelemans et al., *Population synthesis for double white dwarfs: I. Close detached systems*, *Astronomy & Astrophysics* **365**(3), 491 (2001).
- [47] V. Korol et al., *Prospects for detection of detached double white dwarf binaries with Gaia, LSST and LISA*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **470**(2), 1894 (2017).
- [48] T. R. Marsh, *Double white dwarfs and LISA*, *Classical and Quantum Gravity* **28**, 094019 (2011).
- [49] G. Bertone, D. Hooper e J. Silk, *Particle Dark Matter: Evidence, Candidates and Constraints*, *Physics Reports* **405**, 279 (2005).
- [50] J. Isern et al., *Axions and the white dwarf luminosity function*, *Journal of Physics: Conference Series* **172**(1), 012005 (2009).
- [51] W. Ubachs et al., *Colloquium: Search for a drifting proton-electron mass ratio from H_2* , *Reviews of Modern Physics* **88**(2), 021003 (2016).
- [52] J. C. Berengut et al., *Limits on the Dependence of the Fine-Structure Constant on Gravitational Potential from White-Dwarf Spectra*, *Physical Review Letters* **111**, 010801 (2013).

Niède Guidon, a Serra da Capivara e os registros celestes na arte rupestre: ciência, cultura e arqueoastronomia na caatinga piauiense

Viviana Borges Corte¹ e Rizalva dos Santos Cardoso Rabelo²

¹Universidade Federal do Espírito Santo

²Universidade de Brasília

Resumo

Este artigo explora a trajetória da arqueóloga Niède Guidon e seu legado científico-cultural a partir de suas descobertas na Serra da Capivara, no Piauí. Com base em sua contribuição para a arqueologia brasileira e na importância do Parque Nacional da Serra da Capivara como patrimônio da humanidade, discute-se o papel da ciência e da educação na preservação da memória histórica e na valorização das culturas originárias. Ao final, analisa-se o potencial arqueoastronômico das pinturas rupestres da região, explorando a possível relação entre os registros gráficos pré-históricos e as observações celestes de seus antigos habitantes. A análise adota uma perspectiva interdisciplinar, integrando arqueologia, astronomia cultural e história da ciência.

Abstract

This article explores the trajectory of archaeologist Niède Guidon and her scientific-cultural legacy based on her discoveries in Serra da Capivara, Piauí. Based on her contribution to Brazilian archaeology and the importance of Serra da Capivara National Park as a world heritage site, we discuss the role of science and education in preserving historical memory and valuing indigenous cultures. Finally, we analyze the archaeoastronomical potential of the region's rock paintings, exploring the possible relationship between prehistoric graphic records and celestial observations of its ancient inhabitants. The analysis adopts an interdisciplinary perspective, integrating archaeology, cultural astronomy and history of science.

Palavras-chave: Niède Guidon; Serra da Capivara; arte rupestre; arqueoastronomia; popularização da ciência.

Keywords: Niède Guidon; Serra da Capivara; rock art; archaeoastronomy; science popularization.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.50413](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.50413)

1 Introdução

A arqueologia e a astronomia podem parecer, à primeira vista, disciplinas distantes. No entanto, quando voltamos o olhar às sociedades antigas e à forma como interpretavam o céu, percebemos uma profunda ligação entre ciência e cultura. É nessa conexão que podemos perceber as profundas relações de interdisciplinaridade que se inserem na obra da arqueóloga Niède Guidon. Suas escavações na Serra da Capivara revelaram não apenas a antiguidade da presença humana nas Américas, mas também abriram um “livro de pedra” com inúmeras páginas a serem interpretadas por diversas lentes científicas, incluindo a da arqueoastronomia.

Formada em história natural, Niède Guidon

construiu sua carreira com base na interdisciplinaridade. Seu trabalho no nordeste brasileiro, iniciado nos anos 1970, culminou em descobertas arqueológicas que desafiaram o modelo *Clovis First* — popularizado por arqueólogos norte-americanos no século XX — que postulava que a migração inicial para as Américas ocorreu há cerca de 11.500 anos [1]. Ao encontrar evidências substanciais, como o carvão datado de 32.000 anos antes do presente no sítio Toca do Boqueirão da Pedra Furada, e ao publicá-las em seu artigo de 1986 na renomada revista *Nature* [2], Guidon corajosamente contestou as informações vigentes à época e provocou intensos debates internacionais. Essas conclusões, inicialmente recebidas com ceticismo e “alvorço na comunidade

científica” [1], especialmente nos Estados Unidos — onde críticos argumentavam que os vestígios seriam resultantes de fogos naturais ou de formações rochosas naturais [1] —, levaram a décadas de discussões. Contudo, a persistência de Guidon e a emergência de novas pesquisas que corroboram suas descobertas, incluindo achados pré-Clovis em outras partes das Américas, gradualmente “moveram a agulha” do consenso científico e “colocaram a arqueologia brasileira no mapa mundial” [1], apresentando novas e importantes narrativas sobre a pré-história sul-americana.

Ousada e visionária, Niède Guidon consolidou um modelo de ciência comprometida com a transformação social, mudando para sempre a história de uma região do sertão nordestino. As ações de Guidon foram responsáveis pela criação do Parque Nacional da Serra da Capivara em 1979, lar do sítio Boqueirão da Pedra Furada na então empobrecida São Raimundo Nonato [1]. O entusiasmo em torno da criação do parque atraiu pesquisadores do Brasil e do exterior, transformando a economia e a paisagem social da região. Mulheres locais, por exemplo, tornaram-se guias e guardas em Pedra Furada, uma “oportunidade de mudança de vida para muitas” [1]. Suas ações abrangeram a fundação do Museu do Homem Americano e do Museu da Natureza, a coordenação de centros culturais e a capacitação da população local, gerando diversas fontes de renda. No cerne de seus objetivos estava a elevação do Parque Nacional da Serra da Capivara a patrimônio cultural da humanidade pela UNESCO [3], transformando-o em um polo de popularização científica e de turismo educativo referência no Brasil.

2 A cientista brasileira Niède Guidon

Niède Guidon, filha de Cândida Viana de Oliveira Guidon e Ernesto Francisco Guidon, nasceu em 12 de março de 1933, na cidade de Jaú, no Estado de São Paulo. Seu sobrenome, de origem paterna, remonta aos Alpes italianos, na região de Savoia, na fronteira entre Itália, França e Suíça. Desde a infância, foi exposta à língua francesa, ensinada por seu avô materno [1]. Ela veio a falecer em São Raimundo Nonato, Piauí, em 04 de junho de 2025, cidade onde residiu por grande parte de sua vida e à qual dedicou a maior parte

de sua trajetória profissional.

Em 1958, Niède Guidon concluiu sua formação em História Natural pela Universidade de São Paulo (USP). No ano seguinte, iniciou sua jornada profissional no Museu Paulista da USP, onde, percebendo a lacuna de especialistas em arqueologia, buscou aprofundamento na área. Foi então que solicitou e obteve uma bolsa de estudos junto à embaixada francesa para cursar uma especialização em Arqueologia Pré-histórica na Université Paris-Sorbonne, em Paris, entre 1961 e 1962. Retornou ao Brasil em 1963, reassumindo suas atividades no Museu Paulista como arqueóloga. Foi nesse período, no Museu Paulista, que ela teve o primeiro contato com as informações sobre as antigas pinturas rupestres no Piauí (Figura 1), que viriam a ser o foco de sua vida [1].

Contudo, sua carreira no Brasil foi brevemente interrompida: apesar de não possuir afiliações políticas, Guidon foi anonimamente denunciada como comunista sob a ditadura militar brasileira que teve início em 1964. Em decorrência disso, ela retornou a Paris, onde viveu até 1986 [1]. Durante sua estadia na França, tornou-se pesquisadora no Centro Nacional de Pesquisa Científica da França (CNRS) e defendeu seu doutorado em Pré-história em 1975 na Sorbonne. Sua tese de doutorado teve como título *Les peintures rupestres de Varzea Grande, Piauí, Brésil*.

Ainda durante seu período na França, em 1970, Niède Guidon realizou sua primeira viagem ao Piauí. Tão impressionada com a arte rupestre local, em 1973, ela organizou uma expedição franco-brasileira à região, resultando na descoberta de 55 sítios arqueológicos. Entre os achados, destacaram-se pedras lascadas e polidas, que ela atribuiu à ação humana [1]. Ao longo das décadas seguintes, Guidon e sua equipe realizaram extensas datações por carbono-14 emlareiras encontradas em diversos níveis estratigráficos, revelando algumas com mais de 50.000 anos. Sua pesquisa seminal, publicada em 1986 na revista *Nature*, em coautoria com Georgette Délibrias, apresentou vestígios de carvão datados em 32.000 anos antes do presente, um marco que desafiava a cronologia da ocupação humana nas Américas, sendo mais do que o dobro da idade de qualquer outro assentamento humano conhecido no continente àquela época [1].

A dedicação de Niède Guidon à investigação da

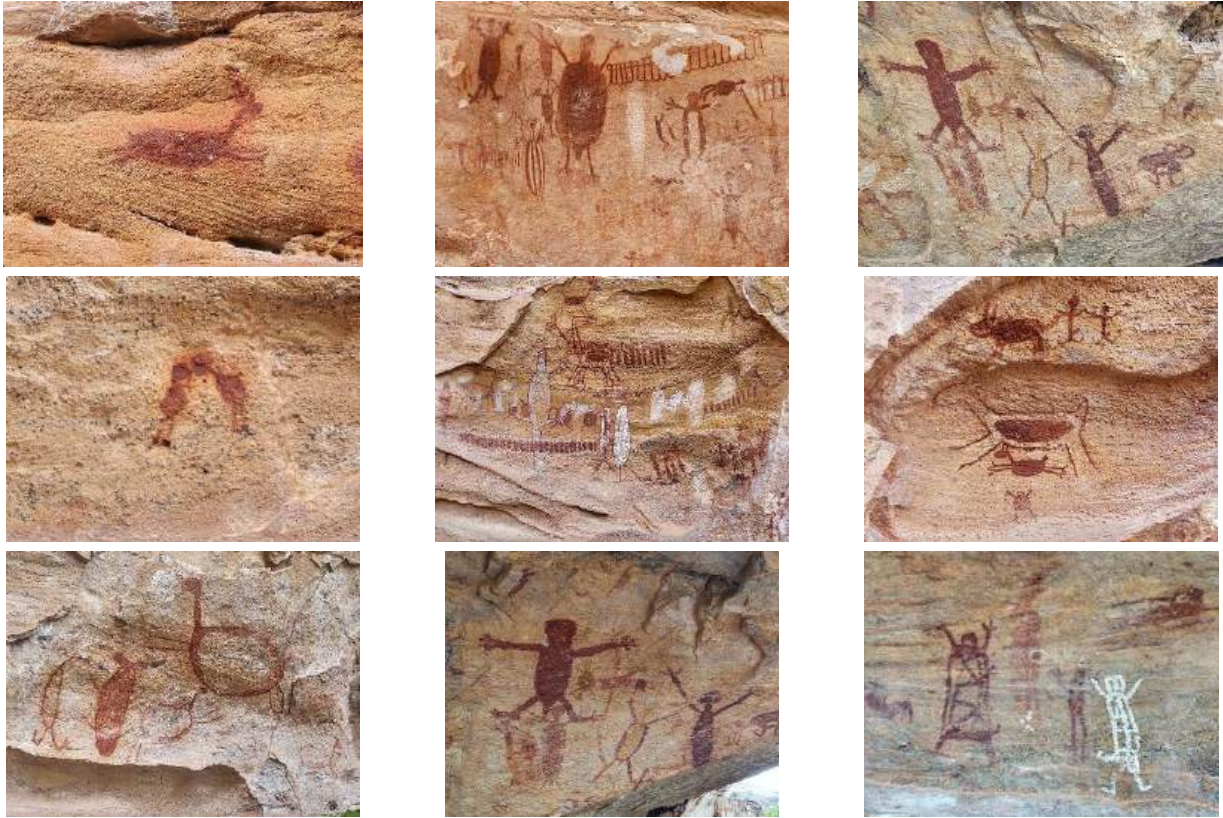


Figura 1: Artes rupestres diversas fotografada no Parque Nacional da Serra da Capivara no sudoeste do Piauí, município de Coronel José Dias, São Raimundo Nonato Serra. Fonte: Acervo pessoal das autoras, 2023.

pré-história no Brasil estendeu-se por mais de 60 anos, tornando suas pesquisas referências fundamentais na arqueologia mundial (Figura 2). Em um testemunho de seu comprometimento com a região, ela se mudou permanentemente para São Raimundo Nonato em 1992 [1]. Em 1986, Guidon fundou a Fundação Museu do Homem Americano (FUMDHAM) [4] para gerenciar tanto o parque quanto o Museu do Homem Americano, da qual permaneceu presidente até 2020. Foi ali, na Serra da Capivara, que ela e sua equipe catalogaram aproximadamente 1.200 sítios pré-históricos, a maior concentração conhecida nas Américas [1]. Esse trabalho minucioso de catalogação e estudo, detalhado em suas próprias publicações [5], consolidou o Parque como um centro vital para o estudo da pré-história sul-americana. Este parque, reconhecido por sua importância universal, foi listado como Patrimônio Mundial pela Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) em 1991 [3]. Guidon foi uma voz incansável na conscientização sobre a contínua falta de recursos financeiros para a manutenção do parque [1]. O legado de Niède Guidon é

imenso, e como resumiu Álamo Saraiva, coordenador do Laboratório de Paleontologia da Universidade Regional do Cariri, ela foi “sem dúvida a mãe da arqueologia moderna brasileira” [1].

3 O Parque Nacional Serra da Capivara

A criação do Parque Nacional Serra da Capivara, em 1979, foi uma iniciativa primordialmente impulsionada pela arqueóloga Niède Guidon [1], com a finalidade de preservar os inestimáveis vestígios arqueológicos que testemunham a presença humana pré-histórica no território que hoje corresponde à América do Sul. A área do parque, que abriga o importante sítio do Boqueirão da Pedra Furada, localizado no então empobrecido município de São Raimundo Nonato [1], teve sua demarcação concluída em 1990. Desde então, a unidade é subordinada ao Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade (ICMBio), responsável por sua gestão e fiscalização ambiental [4].

O parque está localizado no sudeste do estado



Figura 2: Fotos de Niède Guidon nos sítios arqueológicos na Serra da Capivara.

do Piauí, a aproximadamente 530 km da capital, Teresina, abrangendo uma área de cerca de 130 mil hectares. Seu território se estende por partes dos municípios de São Raimundo Nonato, João Costa, Brejo do Piauí e Coronel José Dias. A criação do parque gerou um impacto significativo na região, não apenas pela preservação ambiental e arqueológica, mas também por atrair pesquisadores e promover profundas transformações econômicas e sociais. Isso incluiu a capacitação de mulheres locais, que se tornaram guias e guardas, representando uma “oportunidade de mudança de vida para muitas” [1]. Para garantir uma proteção adicional aos sítios arqueológicos e à biodiversidade local, foi instituída uma Área de Preservação Permanente (APP) no entorno do parque, com raio de dez quilômetros, funcionando como um cinturão protetor que contribui para a integridade dos bens naturais e culturais presentes na região. Em um forte comprometimento com o projeto e a comunidade local, Niède Guidon mudou-se permanentemente para São Raimundo Nonato em 1992 [1].

Em reconhecimento à sua importância científica, histórica e cultural, e como um dos grandes objetivos de Niède Guidon [1], o parque foi inscrito em 13 de dezembro de 1991 na Lista do Patrimônio Mundial da Organização das Nações

Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) [3]. Posteriormente, passou a integrar também a Lista Indicativa brasileira como patrimônio misto, por conter atributos naturais e culturais de valor universal excepcional.

No ano de 1993, o Parque Nacional Serra da Capivara foi incluído no Livro de Tombo Arqueológico, Etnográfico e Paisagístico, mantido pelo Instituto do Patrimônio Histórico e Artístico Nacional (Iphan), reforçando seu status como bem cultural protegido em âmbito federal. A presença do parque impulsionou o desenvolvimento local, com a construção de escolas, o surgimento de uma economia turística dinâmica, a criação de uma fábrica de cerâmica local e a implantação do Museu do Homem Americano e de um aeroporto [1]. Para gerenciar tanto o parque quanto o museu, Niède Guidon estabeleceu uma fundação em 1986, da qual permaneceu como presidente até 2020, apesar dos contínuos desafios financeiros [1].

Atualmente, encontram-se identificados no parque mais de 1.200 sítios arqueológicos, tornando-o a maior concentração conhecida nas Américas [1] (Figura 3). Estes sítios abrigam painéis de pinturas e gravuras rupestres notavelmente preservados (Figura 1). Essas manifestações visuais pré-históricas destacam-se tanto pelo valor estético

quanto pela relevância científica, contribuindo de forma expressiva para o conhecimento sobre os primeiros grupos humanos a habitar o continente sul-americano.

4 Metodologia

A abordagem deste artigo é qualitativa e interdisciplinar, com base em revisão bibliográfica e análise documental. As fontes utilizadas incluem publicações científicas, relatórios técnicos da FUMDHAM, publicações e registros pessoais da própria Niède Guidon, além de estudos em arqueoastronomia. A análise baseia-se em métodos comparativos, integrando achados arqueológicos com padrões astronômicos conhecidos e registros etnográficos.

5 O papel da popularização da ciência

Ao se pensar em comunicar ciência para a população em geral, surge com frequência um debate na academia sobre a quem compete essa função. Muitos cientistas entendem que seu papel está ligado às pesquisas e descobertas que serão compartilhadas entre pares por meio de publicações em periódicos científicos de alto impacto. No entanto, tais publicações são frequentemente veiculadas em meios de acesso restrito e utilizam linguagem técnica, limitando seu alcance. Surge então a questão: Qual retorno a população, financiadora das pesquisas científicas via impostos, recebe sobre o avanço da ciência? Seria a comunicação dessas descobertas uma responsabilidade dos cientistas ou caberia a outros agentes, como os jornalistas?

Niède Guidon possuía clareza sobre a importância de uma relação ampla entre ciência e sociedade. Ao descobrir a riqueza escondida no sertão do Piauí, entendeu que aquele patrimônio precisava ser protegido para que se mantivesse preservado ao longo do tempo. Seu foco, portanto, não ficou apenas nas pesquisas realizadas nas escavações arqueológicas e na escrita de artigos científicos, mas também na comunidade local.

Uma vez que a área do parque foi desapropriada e protegida, não era mais permitido haver moradia ou extração de recursos, como caçar

para comer ou desmatar e queimar para fazer lenha. E ali havia uma comunidade muito pobre que utilizava aquela área para sua subsistência. Entendendo o contexto de vida daquelas pessoas, Niède foi em busca de alternativas e novas fontes de renda para a população, para que eles não precisassem mais dos recursos do parque, mas sim passassem a protegê-lo.

A popularização do conhecimento científico era uma prática central para Niède Guidon. Ao retornar das exaustivas escavações na região do Parque Nacional da Serra da Capivara, no Piauí, transportando em lombos de burro os valiosos artefatos arqueológicos, ela tinha um hábito marcante. Mesmo com o cansaço da jornada, era comum que parasse no caminho e abrisse as bagagens para exibir aos moradores curiosos o que havia sido encontrado e, pacientemente, explicar a relevância daquelas descobertas para a história da humanidade.

Com olhos atentos e cheios de indagações, homens e mulheres locais – muitos dos quais viam as 'pinturas de índios' como meros rabiscos sem valor – expressavam surpresa e admiração. Eles passavam a compreender que aquelas manifestações rupestres milenares e os artefatos desenterrados eram, na verdade, testemunhos cruciais da presença e da complexidade cultural de povos pré-históricos que habitaram a região há dezenas de milhares de anos.

Essa abordagem direta, didática e acessível de Niède Guidon foi fundamental para, gradualmente, conscientizar a população local sobre a inestimável riqueza cultural e histórica que suas terras guardavam. Esse processo de educação e envolvimento comunitário fomentou um profundo sentimento de pertencimento e valorização do patrimônio arqueológico, essencial não apenas para a pesquisa, mas também para a sua preservação e a geração de um desenvolvimento sustentável na área.

6 Arqueoastronomia na Serra da Capivara: registros celestes na arte rupestre

Um campo ainda incipiente, mas promissor, é a arqueoastronomia, que busca compreender como culturas antigas interpretavam e se relacionavam



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3: Fotos de sítios arqueológicos no Parque Nacional da Serra da Capivara, no sudoeste do Piauí, município de Coronel José Dias, São Raimundo Nonato Serra. **3a** e **3b:** Niède Guidon acompanhando trabalho nas escavações realizadas nos sítios arqueológicos; **3c:** Toca do Boqueirão da Pedra Furada; **3d:** Serra Branca - detalhe das trilhas que conduzem os visitantes para sítios arqueológicos, mirantes e formações rochosas entre os paredões de um charmoso cânion, que serviu de abrigo aos nossos antepassados à milhares de anos.

com os fenômenos celestes. Painéis rupestres da região exibem padrões geométricos e alinhamentos simbólicos que podem estar associados aos ciclos lunares, solares ou mesmo a constelações visíveis à época, indicando possíveis práticas ancestrais de observação sistemática do céu. No contexto da Serra da Capivara, essas representações reforçam o caráter simbólico do espaço e a conexão cosmológica dessas populações com o ambiente natural [5].

A importância de se estudar a arqueoastronomia reside na capacidade de desvendar dimensões profundas do pensamento humano pré-histórico. O céu não era apenas um cenário; era um calendário, um guia para a agricultura e a caça, um mapa para a navegação e, acima de tudo, um espelho da cosmologia, dos mitos e das crenças espirituais. Estudar como os povos antigos interpretavam os astros permite compreender suas formas de organização social, seus rituais e até mesmo suas complexas estruturas de conhecimento. É

uma janela para a mente dos nossos ancestrais, revelando como a ciência e a cultura estavam intrinsecamente ligadas desde os primórdios da humanidade [6].

No Brasil, apesar de ser um campo em desenvolvimento, já existem notáveis estudos de arqueoastronomia em outras regiões que servem como importantes paralelos para o potencial da Serra da Capivara. O exemplo mais proeminente é o Parque Arqueológico do Solstício, no Amapá, também conhecido como “Stonehenge do Amapá”. Este sítio megalítico, com blocos de granito dispostos em círculo, apresenta alinhamentos precisos com o solstício de inverno (no hemisfério sul), indicando uma sofisticação astronômica por parte dos povos antigos da Amazônia [7]. Outras pesquisas em Minas Gerais e no Nordeste também têm explorado a presença de possíveis registros astronômicos em abrigos rochosos, com representações que sugerem eclipses, constelações e outros fenômenos celestes, demonstrando a ubiquidade

da observação do céu nas culturas pré-históricas brasileiras.

Estudos comparativos com sítios de outras regiões do mundo (como Stonehenge, no Reino Unido, ou os geoglifos de Nazca, no Peru) mostram que povos antigos, mesmo sem instrumentos modernos, construíam marcadores astronômicos com alto grau de precisão. No caso da Serra da Capivara, algumas pinturas com círculos concêntricos, linhas paralelas e figuras humanas associadas a símbolos solares podem indicar uma cosmovisão orientada pelos astros. A orientação espacial de alguns sítios arqueológicos e abrigos sob rocha também levanta hipóteses sobre possíveis alinhamentos com eventos astronômicos sazonais, como os solstícios, que podem ter desempenhado papéis rituais ou práticos (como marcações de períodos propícios para caça, coleta ou rituais).

Além do potencial da arqueoastronomia na interpretação das evidências pré-históricas, a região do Piauí também se destaca por iniciativas de astronomia moderna e de divulgação científica. Um exemplo notável é o Observatório Astronômico do Saco dos Polidórios, localizado em São Raimundo Nonato, muito próximo à Serra da Capivara. Inaugurado em 2023, este observatório, resultado de uma parceria entre a Universidade Federal do Piauí (UFPI) e a Fundação Museu do Homem Americano (FUMDHAM), tem como objetivo não apenas a pesquisa, mas também a educação e a popularização da astronomia para a comunidade local e visitantes. Essa iniciativa demonstra a continuidade do interesse científico pela região, abrangendo o estudo do universo em suas múltiplas dimensões, desde as observações ancestrais até as pesquisas contemporâneas, e reforça o modelo de desenvolvimento científico-social que Niède Guidon tanto promoveu.

Embora ainda faltem estudos sistemáticos e conclusivos sobre essa hipótese na região da Serra da Capivara, é inegável o potencial que a integração entre arqueologia e astronomia possui para revelar novas dimensões do pensamento simbólico e da complexidade cultural dos primeiros habitantes do Brasil. Essa abordagem interdisciplinar contribui para uma visão mais ampla da relação cosmológica que permeava a vida desses povos com o território e com o tempo.

7 Tecnologias e perspectivas metodológicas

A fim de testar as hipóteses levantadas na Seção 6, torna-se essencial o uso de tecnologias avançadas de documentação, análise e simulação espacial. Entre as principais ferramentas disponíveis destacam-se:

- *Fotogrametria de alta resolução*: permite a modelagem tridimensional precisa dos painéis e abrigos, preservando geometrias e inclinações originais [8, 9].
- *Escaneamento a laser (LiDAR terrestre)*: útil para captar relevo e estruturas em alta densidade de pontos, inclusive em áreas com vegetação densa.
- *Sistemas de Informação Geográfica (SIG)*: possibilitam a análise espacial dos sítios arqueológicos em relação à topografia, ao horizonte visível e à trajetória solar [6].
- *Softwares de simulação astronômica (como Stellarium, SunCalc e open-source similares)*: viabilizam reconstruções do céu de épocas passadas e simulações do nascer e pôr do sol em diferentes datas históricas [10].
- *Modelagem computacional do relevo e visualização 3D*: aliada à fotogrametria, permite testar alinhamentos solares e visadas astronômicas em tempo real [11, 12].
- *Redes neurais e aprendizado de máquina*: aplicáveis à detecção automatizada de padrões espaciais ou formais em grandes acervos de registros rupestres [13].
- *Análise Espectral*: especialmente em faixas não visíveis como o infravermelho próximo (NIR) e o ultravioleta, permite revelar camadas de pigmento encobertas por incrustações minerais ou oxidação [14].

Essas soluções podem ser aplicadas de forma sinérgica no contexto do Observatório do Saco dos Polidórios, inaugurado em 2023 como iniciativa conjunta entre o Instituto Chico Mendes de Conservação da Biodiversidade (ICMBio) e a Fundação Museu do Homem Americano (FUMDHAM). A estrutura foi criada como ambiente permanente

de pesquisa, educação e experimentação em arqueoastronomia, oferecendo condições ideais para ensaios de visadas solares, medições astronômicas e experiências didáticas com réplicas orientadas.

Dessa forma, propõe-se que futuras pesquisas combinem campanhas de campo com técnicas de fotogrametria, levantamentos LiDAR, análises em SIG e simulações computacionais realizadas em ambientes como o Observatório. Esse esforço colaborativo pode contribuir para um avanço sistemático da arqueoastronomia no Brasil, fortalecendo a compreensão interdisciplinar das relações entre as culturas pré-históricas do semiárido e os ciclos celestes.

8 Conclusão

O legado de Niède Guidon transcende a mera descoberta de vestígios arqueológicos. Sua incansável dedicação à Serra da Capivara não apenas reescreveu a história do povoamento das Américas, mas também estabeleceu um modelo de ciência engajado com a sociedade e a conservação do patrimônio. O Parque Nacional da Serra da Capivara, consolidado como Patrimônio Mundial da UNESCO graças aos seus esforços, é um testemunho vivo da interdisciplinaridade que permeou sua obra e um convite permanente à pesquisa.

De fato, o trabalho de Niède Guidon não apenas revelou a antiguidade da presença humana nas Américas, mas também abriu um “livro de pedra” com inúmeras páginas a serem interpretadas por diversas lentes científicas, incluindo a da arqueoastronomia. A vasta e complexa arte rupestre da região se apresenta como um campo fértil para interpretações multidisciplinares. Enquanto Niède Guidon lançou as bases da compreensão arqueológica, ela pavimentou o caminho para que campos como a arqueoastronomia explorem a rica cosmologia dos povos pré-históricos, decifrando possíveis registros celestes e alinhamentos astronômicos em suas manifestações artísticas.

A visão de Niède Guidon de uma ciência acessível e integrada à comunidade local pavimentou o caminho para que a pesquisa contínua e a popularização do conhecimento, que se estende até as iniciativas de astronomia moderna na região, transformem a Serra da Capivara em um epicen-

tro de descoberta e educação. Assim, seu legado continua a inspirar novas gerações de pesquisadores a desvendar as inúmeras páginas desse “livro de pedra”, revelando cada vez mais a profundidade da inteligência e cultura dos primeiros habitantes do continente.

Sobre as autoras

Viviana Borges Corte (viviana.corte@ufes.br) é Professora Associada na Universidade Federal do Espírito Santo e coordenadora do Laboratório de Popularização da Ciência (LABPOP-UFES). Com pós-doutorado em Educação Científica, se dedica a democratizar o acesso ao conhecimento científico, capacitar educadores e inspirar novas gerações – especialmente mulheres na ciência – por meio de projetos inovadores que visam a transformação social.

Rizalva dos Santos Cardoso Rabêlo (rizalvarizalva@gmail.com) é egressa da graduação e pós-graduação na Universidade Federal de Brasília (UnB). Coordenadora Geral do Ponto de Presença da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa no estado do Piauí e bolsista do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) no projeto Coletivo de Mulheres Cientistas em Rede.

Referências

- [1] M. Rodrigues, *Niède Guidon (1933–2025): Archaeologist who questioned when humans populated the Americas*, *Nature* **643**(8070), 30 (2025).
- [2] N. Guidon e G. Delibrias, *Carbon-14 dates point to man in the Americas 32,000 years ago*, *Nature* **321**(6072), 769 (1986).
- [3] UNESCO, *Parque Nacional Serra da Capivara – Patrimônio Mundial* (1991). Disponível em <https://whc.unesco.org/en/list/606/>, acesso em jul. 2025.
- [4] FUMDHAM, *Fundação Museu do Homem Americano*. Disponível em <https://www.fumdam.org.br/>, acesso em jul. 2025.

- [5] N. Guidon, *Serra da Capivara: um parque nacional no semiárido do Nordeste* (FUMDHAM, São Raimundo Nonato, 2014).
- [6] G. Magli, *Archaeoastronomy: Introduction to the Science of Stars and Stones* (Springer, New York, 2024).
- [7] M. C. Silva, *Parque Arqueológico do Solstício no Amapá: Um Estudo Arqueoastro-nômico*, Monografia de graduação, Universidade Federal do Amapá, Macapá (2017).
- [8] D. González-Aguilera et al., *3D digital surveying and modelling of cave geometry: application to paleolithic rock art*, *Sensors* **9**(2), 1108 (2009).
- [9] A. Jalandoni e S. K. May, *How 3D models (photogrammetry) of rock art can improve recording veracity: a case study from Kakadu National Park, Australia*, *Australian Archaeology* **86**(2), 137 (2020).
- [10] R. P. Norris e D. W. Hamacher, *Astronomical Symbolism in Australian Aboriginal Rock Art*, *Rock Art Research* **28**(1), 99 (2011). [ArXiv:1009.4753](#).
- [11] R. G. Gunn, L. C. Douglas e R. L. Whear, *Interpreting polychrome paintings using DStretch*, *Rock Art Research* **31**, 101 (2014).
- [12] J.-L. Le Quellec, F. Duquesnoy e C. Defrasne, *Digital image enhancement with DStretch®: Is complexity always necessary for efficiency?*, *Digital Applications in Archaeology and Cultural Heritage* **2**(2-3), 55 (2015).
- [13] F. Monna et al., *ERA: A new, fast, machine learning-based software to document rock paintings*, *Journal of Cultural Heritage* **58**, 91 (2022).
- [14] F. Uccheddu et al., *Multispectral 3D mapping on a Roman sculpture to study ancient polychromy*, in *The Future of Heritage Science and Technologies II* (Springer Nature Switzerland, 2025), 404–416. [ArXiv:2501.18786](#).

Formação e evolução de estruturas em grande escala sob a perspectiva de modelos de halo

Emanuely Silva¹ e Rafael C. Nunes^{1,2}

¹Universidade Federal do Rio Grande do Sul

²Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais

Resumo

A era atual das pesquisas sobre estruturas em larga escala, impulsionadas por projetos como DESI, Euclid e LSST, exige métodos eficientes para modelar e interpretar vastos conjuntos de dados. O espectro de potência da matéria, $P(k, z)$, é um estimador estatístico central nesses esforços, mas sua modelagem em escalas não lineares continua sendo um desafio na literatura. Nesse contexto, os modelos de halo oferecem uma abordagem poderosa, associando a distribuição da matéria a halos de diferentes massas. Amplamente utilizados em ferramentas como HALOFIT e HM-CODE, esses modelos desempenham um papel fundamental na análise de dados e na inferência de parâmetros cosmológicos. Este artigo tem como objetivo fornecer um material introdutório e didático que revisa os componentes essenciais dos modelos de halo, destacando suas vantagens, como a flexibilidade além do modelo padrão Λ CDM, e seu impacto na previsão de propriedades de galáxias, em estudos observacionais e na modelagem teórica. A revisão é apresentada de forma clara e acessível, visando introduzir essa abordagem, que se tornará cada vez mais indispensável na cosmologia moderna.

Abstract

The current era of large-scale structure research, driven by projects such as DESI, Euclid, and LSST, demands efficient methods for modeling and interpreting vast datasets. The matter power spectrum, $P(k, z)$, is a central statistical estimator in these efforts, but its modeling on nonlinear scales remains an ongoing challenge in the literature. In this context, halo models provide a powerful approach by associating the distribution of matter with halos of different masses. Widely used in tools such as HALOFIT and HM-CODE, these models play a fundamental role in data analysis and cosmological parameter inference. This article aims to provide an introductory and didactic resource that reviews the essential components of halo models, highlighting their advantages, such as flexibility beyond the standard Λ CDM model, and their impact on galaxy property predictions, observational studies, and theoretical modeling. The review is presented in a clear and accessible manner, aiming to introduce this approach, which will become increasingly indispensable in modern cosmology.

Palavras-chave: espectro de potência da matéria; estrutura em grande escala; modelos de halo; inferência de parâmetros cosmológicos

Keywords: power matter spectrum; large scale structure; halo models; cosmological parameter inference.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.48290](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.48290)

1 Introdução

Atualmente, levantamentos ambiciosos de dados sobre a estrutura em larga escala, como o Dark Energy Spectroscopic Instrument (DESI) [1], Euclid [2] e o Rubin Legacy Survey of Space and Time (LSST) [3], estão impulsionando uma era dourada da cosmologia, caracterizada por um aumento exponencial no número de objetos observados e uma drástica redução nas incertezas na medição de parâmetros cosmológicos. Com es-

ses avanços observacionais promissores, a cosmologia demanda cada vez mais métodos eficientes para modelar, visualizar e interpretar esses dados. Uma das ferramentas primárias disponíveis atualmente para esse propósito é o espectro de potência da matéria, doravante denotado como $P(k)$.¹

Fundamentalmente, $P(k)$ serve como uma me-

¹Por razões de simplicidade e notação, omitimos a variável *redshift* z . Quando necessário, a explicitaremos ao longo do texto.

didada da amplitude das flutuações de matéria em diferentes escalas espaciais [4]. Além disso, é amplamente utilizado para avaliar a consistência observacional de diversos modelos cosmológicos, pois vários testes observacionais dependem direta ou indiretamente de $P(k)$ em sua modelagem astrofísica e cosmológica. O grande desafio em aberto na literatura em relação a $P(k)$ é sua modelagem em escalas não lineares. Embora se espere um volume significativo de dados nesses regimes no futuro, ainda não há um consenso teórico sobre como descrevê-lo de forma abrangente e robusta em pequenas escalas.

A falta de consenso, entretanto, não implica a inexistência de estratégias na comunidade científica que tratem diretamente do problema. Nesse contexto, três frentes principais se destacam: (1) a teoria de perturbação de ordem superior [5], que aprimora previsões em escalas não-lineares ao resolver as equações de Boltzmann em ordens perturbativas superiores; (2) as simulações de N-corpos [6], que fornecem representações numéricas detalhadas da evolução gravitacional; e (3) os modelos de halo [7–9], uma técnica semi-analítica que relaciona as propriedades de halos individuais à distribuição de matéria em grandes escalas.

Neste artigo, focaremos nos modelos de halo, uma abordagem amplamente empregada na análise de dados cosmológicos. Ferramentas baseadas nesse modelo, como HALOFIT [8] e HM-CODE [7], têm desempenhado um papel crucial em estudos contemporâneos, oferecendo metodologias robustas para interpretar dados observacionais. Tais modelos são a base de análises realizadas em grandes levantamentos cosmológicos, como o *Kilo Degree Survey* (KiDS) [10], *Dark Energy Survey* (DES) [1], DESI, entre outros.

A premissa central dos modelos de halo é que as estruturas complexas do universo, desde galáxias anãs a grandes aglomerados, estão distribuídas em halos esféricos com massas variadas. Esses halos, considerados os blocos fundamentais da estrutura em larga escala, possuem propriedades dinâmicas e termodinâmicas específicas, como a função de massa do halo, que descreve a densidade numérica de halos em função de suas massas, e o perfil do halo, que caracteriza a distribuição radial de matéria no interior dos halos. Essas propriedades, entre outras, são geralmente parametrizadas com base em simulações numéri-

cas de alta precisão, calibradas para uma gama específica de parâmetros cosmológicos. O modelo parte do princípio de que, ao compreender detalhadamente essas propriedades e sua distribuição espacial, é possível inferir as características estatísticas da distribuição de matéria em escalas cosmológicas [9].

O uso dos modelos de halo oferece diversas vantagens, tornando os desafios associados à estrutura em larga escala mais tratáveis. Entre essas vantagens, destacam-se:

1. *Previsão de Propriedades das Galáxias:* O modelo de halo permite prever características das galáxias centrais e satélites, como o viés não linear (a relação entre a distribuição das galáxias e da matéria escura subjacente) e os alinhamentos intrínsecos (a orientação preferencial das galáxias dentro dos halos).
2. *Flexibilidade Teórica:* Ao permitir a calibração de parâmetros por meio de simulações de N-corpos, os modelos de halo não se restringem ao paradigma cosmológico padrão Λ CDM, podendo ser estendidos para explorar cenários cosmológicos alternativos, o que se mostra de grande valia nessa era onde as tensões cosmológicas, como as discrepâncias em H_0 , vêm se tornando cada vez mais significativas [11].
3. *Ferramenta para Análise Observacional e Teórica:* Softwares derivados do modelo de halo (como os já citados HALOFIT e HM-CODE) possibilitam testar hipóteses cosmológicas e astrofísicas, comparar previsões com observações e investigar a física subjacente à formação de estruturas em diferentes contextos.

Motivados por essas razões, este texto apresenta uma revisão geral do modelo de halo em uma linguagem clara e acessível, com o objetivo de introduzir essa ferramenta, que se tornará cada vez mais indispensável na cosmologia moderna. Iniciamos com uma contextualização sobre o espectro de potência da matéria e sua importância para o estudo da estrutura em larga escala. Em seguida, abordamos os componentes fundamentais que caracterizam o modelo de halo. Por fim, as três últimas seções exploram suas aplicações em previsões não lineares, traçadores e cosmologias além do modelo padrão.

2 Espectro de potência da matéria

As pequenas flutuações de densidade presentes na radiação cósmica de fundo, amplificadas pela instabilidade gravitacional, evoluíram ao longo do tempo para formar as grandes estruturas que observamos hoje. A gravidade atraiu progressivamente mais matéria para as regiões mais densas, iniciando um processo auto-sustentado que resultou no colapso gravitacional e na formação das primeiras galáxias.

Esse mecanismo deu origem às inomogeneidades atuais, que eram muito menos pronunciadas no universo primitivo. A Figura 1 ilustra claramente o crescimento das diferenças entre regiões com densidade acima e abaixo da média. Nota-se que, quando o universo tinha apenas 0,05 Ga (giga-anos), praticamente não existiam pontos de brilho significativo, indicando a ausência de grandes aglomerados de matéria. Já em 13,83 Ga, observa-se uma quantidade expressiva desses pontos, evidenciando a formação de estruturas.

Para descrever quantitativamente essas variações na densidade, introduzimos uma grandeza denominada contraste de densidade, definida como:

$$\delta(\mathbf{x}, t) = \frac{\rho(\mathbf{x}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}, \quad (1)$$

onde $\rho(\mathbf{x}, t)$ representa a densidade local e $\bar{\rho}(t)$ a densidade média no tempo t . Regiões com $\delta > 0$ são superdensas, enquanto regiões com $\delta < 0$ são subdensas.

A partir da definição (1), podemos introduzir a função de correlação de dois pontos,

$$\xi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, t) \equiv \langle \delta(\mathbf{x}, t) \delta(\mathbf{x}', t) \rangle, \quad (2)$$

que descreve estatisticamente a distribuição da matéria no universo. Essa função mede o grau de correlação entre as flutuações de densidade em diferentes posições, quantificando a probabilidade de encontrar uma galáxia em \mathbf{x} , dado que há outra em \mathbf{x}' . Valores maiores de ξ indicam uma tendência de agrupamento das estruturas cósmicas.

Por meio da função de correlação de dois pontos, $\xi(r)$, é possível extrair o espectro de potência da matéria, $P(k)$, que caracteriza, no espaço de Fourier, como as flutuações de densidade se distribuem em diferentes escalas espaciais. O número

de onda k representa essas escalas, sendo inversamente proporcional ao comprimento de onda, $k = 2\pi/\lambda$. Assim, quanto maior o k , menores são essas escalas. A conexão entre $\xi(r)$ e $P(k)$ é feita por meio de uma transformada de Fourier:

$$\begin{aligned} \langle \delta(\mathbf{k}) \delta^*(\mathbf{k}') \rangle &= \int d^3x d^3x' e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{x}'} \langle \delta(\mathbf{x}) \delta(\mathbf{x}') \rangle \\ &= (2\pi)^3 \delta_{\mathbf{D}}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \int d^3r e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \xi(r) \\ &\equiv (2\pi)^3 \delta_{\mathbf{D}}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P(k), \end{aligned}$$

onde $\delta_{\mathbf{D}}$ é a função delta de Dirac.

3 Componentes básicos do modelo de halo

Nesta seção, apresentamos os fundamentos necessários para a compreensão dos modelos de halos. Cada componente discutido a seguir será utilizado para explorar as propriedades dos halos, com o objetivo de, posteriormente, aplicar esses conceitos na modelagem da teia cósmica.

3.1 Massa dos halos

A definição de halo pode variar dependendo da simulação ou algoritmo utilizado. Em geral, existem duas técnicas principais para identificação de halos: o algoritmo de Sobredensidade Esférica (SO, do inglês *Spherical Overdensity*) e o algoritmo de Amigos dos Amigos (FoF, do inglês *Friends of Friends*). O algoritmo SO define um halo como uma região esférica onde a densidade excede um limite específico pré-definido. Isso envolve calcular a densidade ao redor de cada partícula e compará-la ao limite. As partículas em regiões suficientemente densas são classificadas como membros do halo. Por outro lado, o algoritmo FoF conecta partículas que estão dentro de um comprimento de ligação predeterminado, oferecendo uma abordagem computacionalmente mais eficiente.

Para confirmar que as partículas dentro de um halo estão gravitacionalmente ligadas, ambos os métodos geralmente aplicam um critério de energia de ligação: uma partícula é considerada ligada se sua energia cinética for menor que o módulo da energia potencial gravitacional, ou seja, $v^2/2 < |\Psi_{\text{halo}}|$. É importante notar que a escolha do algoritmo (SO ou FoF) intervém diretamente no cálculo do espectro de potência, pois

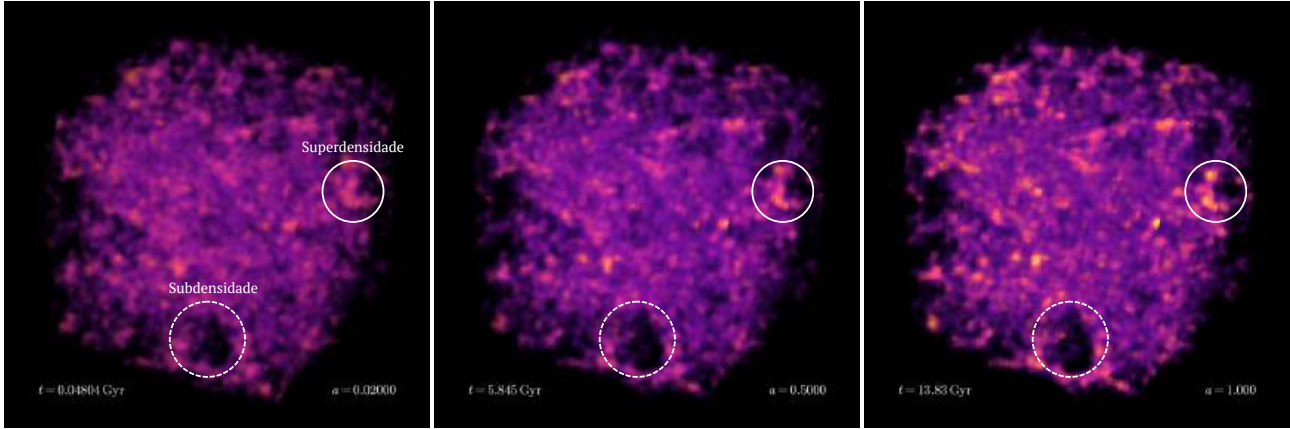


Figura 1: Simulação de N-corpos realizada com o código aberto CONCEPT [6], gerada pelo autor. Aqui mostramos a evolução do contraste de densidade prevista pelo modelo Λ CDM, da esquerda para a direita. O círculo sólido indica uma região de superdensidade, enquanto o tracejado representa uma região de subdensidade. Na primeira imagem, correspondente à distribuição de estruturas em $z = 49$, as diferenças de densidade ainda são pequenas. Já na última imagem, após a evolução até $z = 0$, o contraste entre regiões sub e superdensas aumenta significativamente.

a definição de quais partículas pertencem a um halo determina a distribuição de massas e, conseqüentemente, afeta as estatísticas de *clustering* utilizadas na construção do espectro.

Após a identificação dos halos, é necessário quantificar suas propriedades intrínsecas para analisá-los. A massa do halo é uma dessas propriedades fundamentais. Convencionalmente, ela é definida como a massa contida dentro de uma esfera de virialização,² caracterizada por um raio R_Δ , tal que a densidade média dentro dessa esfera seja um múltiplo da densidade média do universo, conforme:

$$\frac{M(< R_\Delta)}{4\pi R_\Delta^3/3} = \Delta \times \rho_m(t_0), \quad (3)$$

onde R_Δ é o raio comóvel da esfera. Assim, $M_\Delta \equiv M(< R_\Delta)$. O valor de Δ é escolhido para garantir que a maior parte da massa dentro dessa esfera esteja gravitacionalmente ligada ao halo. Um valor comumente utilizado é $\Delta = 200$.

3.2 Perfis de densidade radial de halos

Há diversas formas funcionais propostas para descrever a distribuição de densidade dos halos. No entanto, as mais comuns na literatura pos-

²A virialização é o processo pelo qual um sistema gravitacionalmente ligado, como um halo de matéria escura, atinge equilíbrio dinâmico, de modo que a energia cinética média das partículas é proporcional à energia potencial, satisfazendo o teorema virial.

suem a seguinte estrutura:

$$\rho_h(r) = \frac{\rho_s}{(r/r_s)^\beta (1 + r/r_s)^\nu}, \quad (4)$$

onde r_s é o raio de escala. Os perfis variam com os parâmetros β e ν . Por exemplo, $\beta = 1$ e $\nu = 3$ resultam no perfil de Hernquist [12]. Uma escolha comum, na maioria dos trabalhos atualmente, é o chamado perfil de Navarro-Frenk-White (NFW) [13] que toma $\beta = 1$ e $\nu = 2$, fornecendo uma boa aproximação para a densidade média de halos em várias escalas cosmológicas. Outra opção de perfil frequentemente utilizada, principalmente em simulações de alta resolução, é o perfil de Einasto [14], que inclui um parâmetro adicional e fornece uma descrição ligeiramente mais precisa dos resultados de simulação.³

No contexto desses perfis de densidade, o raio de escala característico r_s é um parâmetro que define a transição entre a região central e a cauda do perfil de densidade de matéria escura. A densidade de escala correspondente, ρ_s , é um parâmetro de normalização do perfil de densidade. Para encontrarmos seu valor, precisamos antes definir o raio virial, que delimita a fronteira de um sistema virializado e pode ser expresso como:

$$r_{\text{vir}} = \left(\frac{3M}{4\pi\Delta_{\text{vir}}\bar{\rho}} \right)^{1/3}, \quad (5)$$

onde Δ_{vir} é o contraste de densidade no raio virial e $\bar{\rho}$ é a densidade de fundo do universo.

³Para um estudo comparativo de vários perfis encontrados na literatura, ver [15].

Uma vez que a massa e o raio virial são conhecidos, ρ_s pode ser obtida por meio da integral da massa:

$$M = 4\pi \int_0^{r_{\text{vir}}} r^2 \rho(r) dr. \quad (6)$$

Para o perfil NFW, a massa é dada por:

$$M = 4\pi \rho_s r_s^3 \left[\ln(1+c) - \frac{c}{1+c} \right], \quad (7)$$

onde o parâmetro de concentração c é definido como $c = \frac{r_{\text{vir}}}{r_s}$.

3.3 Função de massa do halo

A função de massa de halos descreve estatisticamente a abundância de halos em função de sua massa, fornecendo informações sobre sua evolução ao longo do tempo cósmico. Nesse contexto, é útil definir o *redshift* (z), uma grandeza observacional fundamental nas funções de massa de halos, dado por

$$z = \frac{\lambda_{\text{obs}} - \lambda_{\text{em}}}{\lambda_{\text{em}}} = \frac{1}{a} - 1, \quad (8)$$

onde λ_{em} e λ_{obs} são os comprimentos de onda emitido e observado, e a é o fator de escala do universo, com $a = 1$ hoje.

Com essa definição em mãos, podemos agora expressar de forma analítica a função de massa de halos. Ela se baseia na suposição de que a formação de halos é um processo estocástico, isto é, um fenômeno governado por probabilidades, no qual as flutuações de densidade da matéria evoluem de forma aleatória dentro de um quadro estatístico, e cuja dependência temporal é usualmente expressa em termos do *redshift*. Essa expressão é dada por:

$$\frac{dn(M, z)}{d \ln M} = \frac{\rho_m(t_0)}{M} \left| \frac{dF_{\text{coll,PS}}}{d \ln M} \right|. \quad (9)$$

Aqui, $F_{\text{coll,PS}}(M, z)$ representa a fração de massa colapsada em halos de massa M no *redshift* z , definida como:

$$F_{\text{coll,PS}}(M, z) = 2 \times \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\delta_{\text{cr}}/\sigma}^{\infty} e^{-\nu^2/2} d\nu, \quad (10)$$

onde δ_{cr} é o conhecido limiar de colapso esférico, que representa o valor crítico da sobredensidade

acima do qual uma região colapsa gravitacionalmente para formar um halo.⁴ Já σ é o desvio padrão do campo de densidade gaussiana, caracterizando as flutuações da densidade inicial com média nula e variância dada pelo espectro de potência da matéria.

Agora, se considerarmos a abordagem semianalítica baseada na aproximação de Press-Schechter [16],⁵ a função de massa assume a forma:

$$\frac{dn(M, z)}{d \ln M} = \frac{\rho_m(t_0)}{M} f_{\text{PS}} \left(\frac{\delta_{\text{cr}}}{\sigma(M, z)} \right) \times \left| \frac{d \ln \sigma(M, z)}{d \ln M} \right|, \quad (11)$$

onde, sabendo que $\nu \equiv \delta_{\text{cr}}/\sigma(M)$, a função de Press-Schechter é definida como:

$$f_{\text{PS}}(\nu) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \nu e^{-\nu^2/2}. \quad (12)$$

A Figura 2 apresenta a função de massa de halos para diferentes *redshifts* ($z = 0, 3$ e 5), mostrando como a abundância de estruturas colapsadas varia ao longo do tempo cósmico em função da massa M_{FOF} . Observa-se que, em *redshifts* elevados, a abundância de halos massivos é significativamente menor. Esse padrão reflete a hierarquia na formação de estruturas no Universo: inicialmente, formam-se objetos menores, que, ao longo do tempo, fundem-se e acumulam matéria, originando halos mais massivos. Assim, em épocas mais remotas (z altos), predominam halos de menor massa, enquanto, em tempos mais recentes (z baixos), a fusão e a acreção de matéria aumentam a abundância de halos massivos.

A função de massa desempenha um papel central nos modelos de halo, pois determina a distribuição de halos em diferentes escalas de massa e influencia diretamente as previsões de formação de estruturas. Além disso, essa função é amplamente empregada em simulações cosmológicas e estudos extragalácticos.

⁴No modelo de colapso esférico, esse valor pode ser aproximado por $\delta_{\text{cr}} \approx 1.686$ para um universo dominado por matéria.

⁵Diversas aproximações alternativas à de Press-Schechter também são utilizadas na literatura, como as propostas por Tinker et al., Peacock, Sheth & Tormen, entre outras.

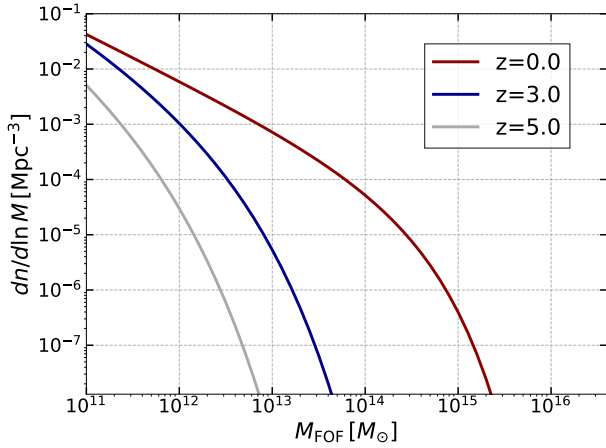


Figura 2: Evolução da função de massa de halos para diferentes *redshifts* de acordo com o modelo de Press-Schechter.

4 Previsões não lineares com o modelo de halo

Após introduzirmos as propriedades fundamentais dos halos na seção anterior, podemos agora utilizar esse arcabouço para modelar o espectro de potência, $P(k)$. A ideia central é que a distribuição de matéria no Universo pode ser descrita como a soma das contribuições individuais de halos de matéria escura.

Nesse contexto, o campo de densidade de matéria é representado como a superposição dessas contribuições, em que cada halo está localizado na posição x_i e possui massa M_i . Matematicamente, essa relação é expressa por uma integral sobre a densidade numérica de halos, a qual depende da função de massa local. Assim, a densidade média de matéria no modelo de halos é dada por:

$$\rho_m^{\text{HM}}(x) = \int d^3x' \int d \ln M \frac{dn(x')}{d \ln M} \times \rho_h(|x - x'|, M), \quad (13)$$

onde x' representa a posição do centro de massa do halo.

Para descrever a distribuição de matéria dentro de um único halo, introduzimos o perfil normalizado:

$$y(x, M) = \frac{\rho_h(x, M)}{M}, \quad (14)$$

onde $\rho_h(x, M)$ é a densidade de matéria do halo e M sua massa total. Por construção, esse perfil é normalizado a 1, ou seja, sua integral sobre

todo o volume do halo resulta em unidade. Essa propriedade garante que $y(x, M)$ funcione como um filtro adequado na suavização da distribuição de matéria.

Substituindo a Eq. (14) na Eq. (13), a densidade média de matéria no modelo de halos pode ser reescrita como:

$$\rho_m^{\text{HM}}(\mathbf{x}) = \int d^3x' \int d \ln M \frac{dn(\mathbf{x}')}{d \ln M} \times M y(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, M). \quad (15)$$

Esse é o cenário no nível de *background*. No entanto, ao introduzirmos uma pequena perturbação sobre essa configuração homogênea, temos:

$$\begin{cases} \rho_m^{\text{HM}}(x) = [1 + \delta_m^{\text{HM}}(x)]\rho_m, \\ \frac{dn(x)}{d \ln M} = [1 + \delta_h(x, M)] \frac{dn}{d \ln M}. \end{cases} \quad (16)$$

Logo, a Eq. (15) transforma-se em:

$$1 + \delta_m^{\text{HM}}(\mathbf{x}) = \int d \ln M \frac{M}{\rho_m} \frac{dn}{d \ln M} \times \int d^3x' [1 + \delta_h(\mathbf{x}', M)] y(|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|, M). \quad (17)$$

Mas, a partir da normalização da função de massa, sabemos que:

$$\int d \ln M M \frac{dn}{d \ln M} = \rho_m. \quad (18)$$

Portanto, obtemos:

$$\delta_m^{\text{HM}}(x) = \int d \ln M \frac{M}{\rho_m} \frac{dn}{d \ln M} \times \int d^3x' \delta_h(x', M) y(|x - x'|, M). \quad (19)$$

Esse resultado demonstra como o modelo de halos pode ser empregado para prever o espectro de potência não linear a partir das propriedades intrínsecas dos halos de matéria escura.

Embora nesta formulação seja considerado o espectro de potência total da matéria, é comum, em implementações como o HM-CODE, decompô-lo em termos das contribuições de um e de dois halos:

$$P^{\text{HM}}(k) = P_{2h}(k) + P_{1h}(k), \quad (20)$$

onde $P_{2h}(k)$ descreve o agrupamento de diferentes halos, refletindo o comportamento linear, enquanto $P_{1h}(k)$ representa a distribuição interna

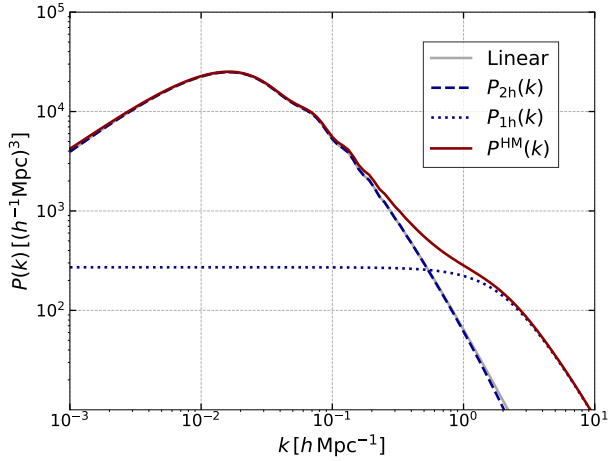


Figura 3: Espectro de potência no modelo de halo, destacando as contribuições dos termos de um halo (P_{1h}) e dois halos (P_{2h}), bem como o espectro linear e o espectro total com correções não lineares, $P^{\text{HM}}(k)$.

de matéria nos halos, evidenciando as não linearidades.

Na Figura 3, observa-se claramente o comportamento dos diferentes termos que compõem o espectro de potência no contexto do modelo de halos. O termo $P_{2h}(k)$ (azul tracejado) coincide com o espectro linear (cinza sólido) em grandes escalas (k pequeno), enquanto o termo $P_{1h}(k)$ torna-se relevante apenas em pequenas escalas (k grande), associadas ao regime não linear. O espectro total, $P^{\text{HM}}(k)$ (vermelho escuro), recupera o espectro linear em grandes escalas e incorpora as correções não lineares em escalas menores.

Em resumo, o modelo de halos fornece uma estrutura conceitualmente simples, porém notavelmente eficaz, para descrever a estrutura em larga escala do Universo. Suas previsões analíticas e a flexibilidade para tratar fenômenos não lineares fazem dele uma ferramenta poderosa na ponte entre teoria e observação. No entanto, sua dependência de simplificações e suposições impõe limitações, especialmente em escalas onde a precisão é essencial. Questões como a sensibilidade à função de massa, os parâmetros de viés e a incorporação de efeitos bariônicos representam desafios que requerem maior refinamento. Apesar dessas limitações, o modelo de halos permanece uma ferramenta indispensável, capaz de abordar uma ampla gama de questões e de se adaptar tanto a cenários cosmológicos convencionais quanto a propostas alternativas.

5 Modelagem de traçadores: galáxias

Concluída a discussão sobre a aplicação do modelo de halos ao espectro de potência da matéria, nesta seção exploramos sua generalização para outros traçadores observacionais da estrutura em grande escala. Discutiremos especificamente galáxias, mas o formalismo de halos é válido para qualquer campo cuja distribuição esteja associada ao perfil dos halos.

No estudo da distribuição de galáxias dentro dos halos de matéria escura, um modelo amplamente utilizado é o Modelo de Ocupação de Halos (HOD, do inglês *Halo Occupation Distribution*) [17]. As restrições do modelo são baseadas em simulações hidrodinâmicas e em modelos semi-analíticos de formação galáctica. No HOD, as galáxias dentro de um halo são classificadas em duas categorias: galáxias centrais e galáxias satélites. A galáxia central é a mais massiva do sistema e ocupa o centro do potencial gravitacional do halo. A probabilidade de um halo hospedar uma galáxia central é dada por:

$$\langle N_c(M) \rangle = \frac{1}{2} \left[1 + \text{erf} \left(\frac{\log_{10}(M/M_{\min})}{\sigma_{\log_{10} M}} \right) \right], \quad (21)$$

onde $\text{erf}(x)$ é a função de erro, que varia de -1 a 1, assegurando que o número médio de galáxias centrais seja limitado entre 0 e 1. O parâmetro M_{\min} representa a massa mínima do halo necessária para abrigar uma galáxia central. Para $M \ll M_{\min}$, a presença de uma galáxia central é improvável, enquanto para $M \gg M_{\min}$ os halos quase certamente abrigam uma. A transição entre essas duas situações é controlada por $\sigma_{\log_{10} M}$, que define a dispersão em $\log_{10} M$.

Além da galáxia central, um halo pode abrigar galáxias satélites que orbitam ao seu redor. No modelo HOD, o número médio de satélites segue uma relação de potência com a massa do halo, expressa como

$$\langle N_s(M) \rangle = \Theta(M - M_0) \left(\frac{M - M_0}{M_1} \right)^\alpha, \quad (22)$$

onde $\Theta(M - M_0)$ é a função degrau de Heaviside, definida por

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}. \quad (23)$$

Halos com $M = M_0 + M_1$ hospedam, em média, uma galáxia satélite, e para $\alpha = 1$ o número de satélites cresce linearmente com a massa do halo. Na prática, os parâmetros M_0 , M_1 e α são estimados ajustando-se o modelo HOD a observações ou a simulações numéricas, de forma a reproduzir a distribuição e abundância de galáxias em halos de diferentes massas.

Para garantir que halos com galáxias satélites também contenham uma galáxia central, é comum aplicar uma restrição conhecida como “condição de centralidade”. Essa condição impõe que o número de satélites seja nulo caso o halo não abrigue uma central. Caso os números de centrais (N_c) e de satélites (N_s) fossem estatisticamente independentes, poderíamos ter halos com satélites, mas sem centrais, o que não condiz com o cenário físico desejado. A fim de corrigir isso, tomamos uma nova distribuição de satélites que, diferente de (22), é modulada pela média de ocupação central $\langle N_c \rangle$, resultando em:

$$\mathcal{P}'(N'_s) = \langle N_c \rangle \mathcal{P}(N_s) + (1 - \langle N_c \rangle) \delta_{0N_s}, \quad (24)$$

onde δ_{ij} representa o delta de Kronecker. Essa modificação garante que, para $\langle N_c \rangle = 1$, a distribuição original seja preservada, enquanto para $\langle N_c \rangle = 0$ apenas estados sem satélites são possíveis.

Em conclusão, o modelo HOD oferece uma estrutura robusta para descrever a distribuição de galáxias em halos de matéria escura, distinguindo eficientemente galáxias centrais e satélites com base na massa do halo. Sua formulação analítica simples facilita a conexão entre teoria e observações. Embora não incorpore os detalhes físicos da formação galáctica, como *feedback* e efeitos ambientais, sua flexibilidade e compatibilidade com simulações cosmológicas o tornam uma ferramenta bastante útil para estudos de estrutura em grande escala.

6 Modelagem para além de Λ CDM

Até o momento, assumimos o modelo cosmológico padrão como base. No entanto, o modelo de halos fornece uma estrutura para descrever a distribuição da matéria e de seus traçadores sem estar restrito a uma cosmologia específica. Dessa

forma, os métodos discutidos podem ser aplicados a diferentes cosmologias, desde que os componentes descritos na Seção 3 estejam bem definidos. Essa capacidade de extensão para além do Λ CDM é especialmente relevante diante das atuais tensões observacionais na era da cosmologia de precisão.

Nesse sentido, diversos cenários cosmológicos já foram explorados na literatura. Um dos mais investigados envolve modelos com interação entre matéria escura e energia escura (IDE, do inglês *interacting dark energy*) [18], inicialmente propostos para abordar o problema da coincidência cósmica⁶ e o problema da constante cosmológica⁷. Atualmente, esses modelos ganham destaque por reproduzirem o sucesso observacional do Λ CDM, ao mesmo tempo que aliviam ou resolvem algumas tensões. Recentemente, [19] obteve um ajuste do espectro de potência da matéria com precisão menor que 5% até escalas de $k \approx 1, h/\text{Mpc}$, utilizando um modelo de halo modificado para o cenário e ajustado por simulações de N-corpos. Além disso, por meio de uma análise *forecast*, o trabalho previu restrições nos parâmetros do modelo da ordem de 1% com os dados esperados do Euclid.

Voltando-nos agora para um contexto de matéria escura morna (WDM, do inglês *warm dark matter*), diversas simulações têm sido analisadas com o objetivo de medir os ingredientes do modelo de halo. Devido ao livre percurso térmico das partículas, espera-se a supressão da formação de estruturas em pequenas escalas, com uma dependência característica da massa da partícula. Estudos como [20] mostram que as previsões do modelo de halo em cosmologias WDM podem atingir uma concordância de até 10% com os espectros de potência simulados.

Outro tipo de modelo que tem ganhado destaque na literatura, especialmente após os dois últimos resultados do DESI, são os cenários com energia escura dinâmica. Neles, introduzem-se

⁶Refere-se ao fato de que as densidades de matéria ($\rho_m \propto a^{-3}$) e energia escura ($\rho_\Lambda \approx \text{constante}$) possuem evoluções temporais radicalmente diferentes, mas apresentam valores da mesma ordem de grandeza na época atual.

⁷Diz respeito à incompatibilidade entre o valor observado da densidade de energia ρ_Λ e as previsões da teoria quântica de campos para a energia do vácuo. Esta discrepância permanece como um dos maiores problemas em aberto da física moderna, sem solução teórica consensual.

um ou dois parâmetros para a equação de estado da energia escura, permitindo modelar sua variação temporal e abrangendo uma ampla classe de modelos minimamente acoplados, como os de quintessência. Embora atuem principalmente sobre a cosmologia de fundo, esses modelos também impactam o crescimento de estruturas, já que um parâmetro de equação de estado negativo exerce efeito antigravitacional, aumentando o contraste da teia cósmica. Simulações mostram que, ao se ajustar adequadamente a função de crescimento linear, a função de massa do halo mantém uma universalidade relativa com precisão da ordem de 10% [21].

Esses exemplos ilustram a versatilidade e o potencial do modelo de halo como ferramenta para investigar cosmologias alternativas de forma consistente e comparável com observações. Ao adaptar seus componentes fundamentais, percebe-se que é possível estender sua aplicabilidade para diferentes cenários físicos, mantendo-se competitivo em termos de precisão. Assim, o modelo de halo consolida-se não apenas como um elo entre teoria e observações em Λ CDM, mas também como um arcabouço promissor para explorar novas físicas que buscam resolver as atuais tensões cosmológicas.

Sobre os autores

Emanuelly Silva (esilvacosmology@gmail.com) é doutoranda em Física pela UFRGS. Possui mestrado em Física pela mesma instituição e bacharelado em Física pela UFS. Atualmente pesquisa combinando abordagens teóricas, observacionais e computacionais, com ênfase na modelagem do espectro de potência da matéria em escalas não lineares. Além disso, estuda tensões cosmológicas, como H_0 e S_8 , e modelos alternativos de energia escura, trabalhando com dados observacionais recentes, como os do DESI.

Rafael C. Nunes (rafadcnunes@gmail.com) é Professor Adjunto no Instituto de Física, Departamento de Astronomia da UFRGS. Atualmente, desenvolve pesquisas em diferentes áreas da Cosmologia e da Gravitação, com ênfase em modelagem teórico-computacional e observacional.

Referências

- [1] M. Abdul Karim et al., *DESI DR2 Results II: Measurements of Baryon Acoustic Oscillations and Cosmological Constraints* (2025). [ArXiv:2503.14738](https://arxiv.org/abs/2503.14738).
- [2] Y. Mellier et al., *Euclid. I. Overview of the Euclid mission*, *Astronomy & Astrophysics* **697**, A1 (2025). [ArXiv:2405.13491](https://arxiv.org/abs/2405.13491).
- [3] Q. Hang et al., *Impact of survey spatial variability on galaxy redshift distributions and the cosmological 3×2 -point statistics for the Rubin Legacy Survey of Space and Time (LSST)*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **535**(4), 2970 (2024). [ArXiv:2409.02501](https://arxiv.org/abs/2409.02501).
- [4] S. Dodelson e F. Schmidt, *Modern cosmology* (Academic press, 2020).
- [5] A. Chudaykin et al., *Nonlinear perturbation theory extension of the Boltzmann code CLASS*, *Phys. Rev. D* **102**(6), 063533 (2020). [ArXiv:2004.10607](https://arxiv.org/abs/2004.10607).
- [6] J. Dakin, S. Hannestad e T. Tram, *The cosmological simulation code CONCEPT 1.0*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **513**(1), 991 (2022). [ArXiv:2112.01508](https://arxiv.org/abs/2112.01508).
- [7] A. J. Mead et al., *An accurate halo model for fitting non-linear cosmological power spectra and baryonic feedback models*, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **454**(2), 1958 (2015). [ArXiv:1505.07833](https://arxiv.org/abs/1505.07833).
- [8] J. A. Peacock e R. E. Smith, *HALOFIT: Nonlinear distribution of cosmological mass and galaxies*, *Astrophysics Source Code Library*, record ascl:1402.032 (2014). Disponível em <https://ascl.net/1402.032>, acesso em set. 2025.
- [9] M. Asgari, A. J. Mead e C. Heymans, *The halo model for cosmology: a pedagogical review*, *The Open Journal of Astrophysics* **6** (2023).
- [10] A. H. Wright et al., *KiDS-Legacy: Cosmological constraints from cosmic shear with the complete Kilo-Degree Survey* (2025). [ArXiv:2503.19441](https://arxiv.org/abs/2503.19441).

- [11] E. Di Valentino et al., *The CosmoVerse White Paper: Addressing observational tensions in cosmology with systematics and fundamental physics*, *Physics of the Dark Universe* **49**, 101965 (2025). [ArXiv:2504.01669](#).
- [12] L. Hernquist, *An analytical model for spherical galaxies and bulges*, *Astrophys. J.* **356**, 359 (1990). [ArXiv:10.1086/168845](#).
- [13] J. F. Navarro, C. S. Frenk e S. D. M. White, *A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering*, *The Astrophysical Journal* **490**(2), 493 (1997).
- [14] J. Einasto, *On the Construction of a Composite Model for the Galaxy and on the Determination of the System of Galactic Parameters*, *Trudy Astrofizicheskogo Instituta Alma-Ata* **5**, 87 (1965).
- [15] D. Merritt et al., *Empirical Models for Dark Matter Halos. I. Nonparametric Construction of Density Profiles and Comparison with Parametric Models*, *The Astronomical Journal* **132**(6), 2685 (2006).
- [16] Press, William H. and Schechter, Paul, *Formation of galaxies and clusters of galaxies by selfsimilar gravitational condensation*, *Astrophys. J.* **187**, 425 (1974).
- [17] Z. Zheng et al., *Theoretical models of the halo occupation distribution: Separating central and satellite galaxies*, *Astrophys. J.* **633**, 791 (2005). [ArXiv:astro-ph/0408564](#).
- [18] E. Silva et al., *New Constraints on Interacting Dark Energy from DESI DR2 BAO Observations*, *Physical Review D* **111**(12) (2025). [ArXiv:2503.23225](#).
- [19] E. Silva et al., *Non-linear matter power spectrum modeling in interacting dark energy cosmologies*, *Eur. Phys. J. C* **84**(10), 1104 (2024). [ArXiv:2403.19590](#).
- [20] A. Schneider et al., *Nonlinear Evolution of Cosmological Structures in Warm Dark Matter Models*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **424**, 684 (2012). [ArXiv:1112.0330](#).
- [21] K. Heitmann et al., *The Mira-Titan Universe: Precision Predictions for Dark Energy Surveys*, *Astrophys. J.* **820**(2), 108 (2016). [ArXiv:1508.02654](#).

Medindo a distância à Grande Nuvem de Magalhães usando Cefeidas tipo II

Anna Carolyn B. Breda, Adriano M. Oliveira e Augusto C. T. Monteiro
Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Guarapari

Resumo

Este artigo aborda métodos para medir distâncias na Astronomia, com ênfase no uso de pulsantes Cefeidas. Nesse sentido, avaliou-se as propriedades astrofísicas das estrelas variáveis da Grande Nuvem de Magalhães, diferenciando-se suas variações e determinando suas distâncias até nós, a partir da relação período-luminosidade adequada. Com base em dados de Cefeidas Tipo II, extraídos do catálogo OGLE III e modelados no Google Colab, foi gerado um histograma que possibilitou encontrar a distância mais provável de $46,03 \pm 0,03$ kpc, e a mais frequente entre 49 e 50 kpc, resultados que estão em concordância com os valores mais aceitos atualmente. Vale destacar que este estudo é fruto de uma bolsa de Iniciação Científica Júnior do programa PICTI do Ifes, custeada pelo CNPq, cujo resultado foi apresentado na Mostra de Astronomia do Espírito Santo (MAES) 2024 por uma estudante do Ifes Campus Guarapari.

Abstract

This article discusses methods for measuring distances in Astronomy, with an emphasis on the use of pulsating Cepheid stars. Their astrophysical properties are evaluated, their variations distinguished, and the appropriate period-luminosity relationship is applied to determine the distance to the irregular galaxy Large Magellanic Cloud. Based on Type II Cepheid data extracted from the OGLE III catalog and modeled in Google Colab, a distance histogram was generated, showing that the most probable distance is $46,03 \pm 0,03$ kpc and the most frequent range between 49 and 50 kpc, results that are consistent with recent studies. It is worth highlighting that this study is the result of a Junior Scientific Initiation scholarship from the PICTI program of Ifes, funded by CNPq, and which the result presented at the Mostra de Astronomia do Espírito Santo (MAES) 2024 by a student from Ifes Campus Guarapari.

Palavras-chave: cefeidas; distâncias; relação período-luminosidade; Grande Nuvem de Magalhães.

Keywords: cepheids; distances; period-luminosity relationship; Large Magellanic Cloud.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.47664](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.47664)

1 Introdução

A medida de distância é uma grandeza fundamental para descrever fenômenos físicos. No cotidiano, as formas de medição consistem na utilização de instrumentos como trenas ou fitas métricas. No entanto, para a Astronomia é razoável mudar tais padrões, visto os tamanhos e as grandes distâncias medidas no universo. Sendo assim, diversos métodos foram desenvolvidos para a mensuração do espaço, alguns destes podem ser encontrados em [1].

Dentro desse contexto o deslocamento aparente de um corpo em relação a um fundo, quando observado de dois pontos diferentes, torna-se uma ferramenta importante para medir distân-

cia. Chamamos essa técnica de paralaxe e ela é um método de triangulação, que foi desenvolvido por Tales de Mileto (≈ 546 a.C.). Na ocasião, pretendia-se medir distâncias terrestres, como por exemplo, a largura de um rio. Apenas em 1838, a paralaxe foi utilizada para fins astronômicos,¹ permitindo calcular a distância de algumas estrelas próximas. Contudo, quando as estruturas estão a uma distância superior a 50pc [2], aproximadamente, a técnica deixa de ser aplicável, devido a impossibilidade de detectar tais deslocamentos aparentes. Para essa situ-

¹Para mais informações sobre medidas de distância acesse <http://astro.if.ufrgs.br/dist/>; <https://www.if.ufrgs.br/oei/stars/parallax/stprop.htm>.

ção, utiliza-se a lei do inverso do quadrado da distância.

A referida lei relaciona o brilho de um objeto a sua distância, de tal forma que: quanto mais próxima uma fonte luminosa está de nós, mais brilhante a veremos. Esta definição combinada à relação período-luminosidade permite calcular a distância de tais estruturas até cerca de 15Mpc da Terra [3].

Este método que associa o período de pulsação de estrelas variáveis às suas magnitudes absolutas, foi usado por Edwin Powell Hubble para comprovar a existência de outras galáxias. O astrônomo, na década de 1920, mediu as distâncias às Cefeidas presentes em “nebulosas espirais” (atualmente conhecemos como galáxias) e constatou que estavam para muito além dos limites da Via Láctea [4].

Dentro deste contexto, abordaremos o brilho como indicador de distância, as características das Cefeidas e a relação período-luminosidade. O desenvolvimento destes tópicos permite a formulação de equações que nos possibilitam calcular a distância e sua incerteza até a Grande Nuvem de Magalhães.

Neste cenário, obtendo informações dos brilhos aparentes e os períodos de uma população de Cefeidas presentes naquela galáxia, foi possível a organização dos dados em um histograma que, por sua vez, permitiu inferir a distância até esse conjunto de estrelas. O resultado obtido foi de $46,03 \pm 0,03\text{kpc}$ e está próximo daquele descrito em estudos mais recentes, provando a eficácia do método.

2 Fundamentação e equacionamento do método período-luminosidade

O brilho de um objeto fornece informações indicadoras de distância. A iluminação observada de uma fonte luminosa depende do quão distante o observador está dela. Este brilho aparente pode ser representado pelo Fluxo (F) e expressa a quantidade de fótons que iluminam uma área (A) em um determinado intervalo de tempo. Enquanto a Luminosidade (L) é a grandeza que representa a emissão de luz intrínseca ao objeto, ou seja, pode ser definida como a quantidade de energia irradiada pela fonte por unidade de tempo [2].

Uma ilustração do exposto acima está representado na Figura 1. Observe que o Fluxo e a Luminosidade se relacionam com a distância (r), de tal modo que, o fluxo decresce com o quadrado da distância, respeitando a seguinte lei:

$$F = \frac{L}{4\pi r^2} \quad . \quad (1)$$

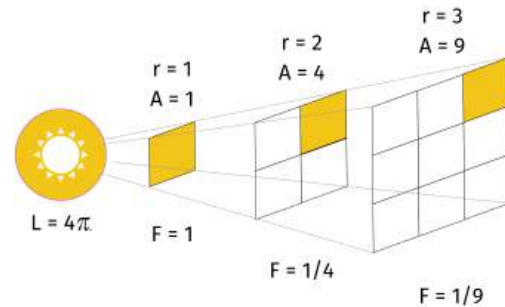


Figura 1: Ilustração de uma fonte luminosa iluminando regiões a gradativas distâncias. Neste exemplo, é possível perceber que, ao aumentar as distâncias, o fluxo decresce com sua área, conforme descreve a lei do inverso do quadrado das distâncias. Imagem autoral baseada em: <https://camara360.org/ley-cuadrado-inverso/>

De fato, o brilho observado relaciona-se de forma logarítmica com a magnitude dos astros. Este conceito surgiu com o desenvolvimento de um catálogo de estrelas feito por Hiparco no século II a.C, quando foi criada uma escala das estrelas mais cintilantes às mais pálidas vistas a olho nu. Ele classificou as estrelas mais brilhantes do céu noturno, vistas logo após o pôr do Sol, como de 1^a magnitude (m_1), e as menos brilhantes, que estavam no limiar da visão, sendo de 6^a magnitude (m_6) [5].

Com a necessidade de ter definições mais precisas do brilho dos corpos celestes, astrônomos decidiram refinar a escala de magnitude aparente. Por volta de 1856, Norman Pogson observou que um intervalo de 5 magnitudes corresponde a uma variação de 100 vezes no fluxo entre duas estrelas [5], ou seja,

$$m_6 - m_1 = 5 \longrightarrow \frac{F_1}{F_6} = 100^{\frac{m_6 - m_1}{5}} \quad ,$$

sendo F_1 o fluxo da estrela com magnitude aparente m_1 , do mesmo modo, F_6 relaciona-se a m_6 .

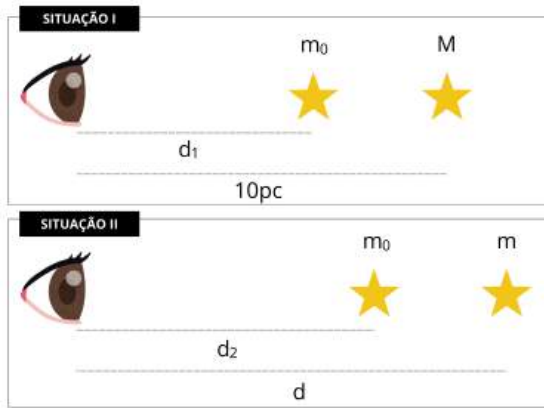


Figura 2: A imagem acima ilustra dois momentos de observações de estrelas. Na situação I, têm-se uma estrela cuja magnitude aparente (m_0) vale zero a uma distância d_1 do observador, sendo que esta mesma estrutura a uma distância de 10pc, tem magnitude M . Na segunda situação, têm-se uma outra estrela de mesma magnitude m_0 a uma distância d_2 , que, quando observada a uma distância d , tem magnitude m . Esta é uma imagem autoral construída com elementos do CANVA.

Generalizando,

$$\Delta m = m_{i+1} - m_i \longrightarrow \frac{F_i}{F_{i+1}} = 100^{\frac{\Delta m}{5}} \quad ,$$

isso significa que a diferença de uma unidade de magnitude ($\Delta m = 1$) contribui com um fator de 2,5 vezes no brilho, como resultado direto da equação abaixo:

$$m_{i+1} - m_i = 2,5 \log \left(\frac{F_i}{F_{i+1}} \right) \quad . \quad (2)$$

Isso possibilitou, então, caracterizar o brilho dos astros de forma categórica.

Com base no exposto acima, vamos supor uma estrela cuja magnitude é m_0 a uma distância d_1 , quando essa estrutura estiver a uma posição a 10 pc de distância a magnitude será dita absoluta (M), assim

$$M = C' - 2,5 \log L + 5 \quad ,$$

sendo $C' = 2,5 \log(F_0 + 4\pi)$. Por outro lado, se uma estrutura semelhante de mesma magnitude m_0 está a uma distância d_2 , quando esta estiver a uma distância d qualquer, teremos²

$$m = C' - 2,5 \log L + 5 \log d \quad .$$

²A demonstração pode ser encontrada no site <http://www.astro.iag.usp.br/%7Ejane/aga215/apostila/cap08.pdf>.

A Figura 2, ilustra a situação descrita acima.

Visto que a luminosidade da estrela é desconhecida, pode-se combinar as duas equações de tal forma que a determinação da distância da estrela dependa apenas de grandezas observacionais, assim:

$$m - M = 5 \log(d) - 5 \quad . \quad (3)$$

Os dados de magnitude aparente de um astro são obtidos utilizando técnicas de fotometria conhecidas desde o século XIX [6]. Contudo, determinar a magnitude absoluta era uma tarefa mais complexa, visto sua dependência com a distância do astro que, geralmente, era desconhecida. Uma das soluções dessa questão foi desenvolvida no século XX, utilizando-se as Cefeidas.

Estas são um tipo de estrelas variáveis, isto é, estrelas cujas magnitudes aparentes variam periodicamente. Tais mudanças no brilho podem ser causadas por fatores extrínsecos, tal qual os eclipses, ou intrínsecos à natureza do astro, como é o caso das estrelas pulsantes Cefeidas, que apresentam uma variação constante em sua luminosidade [7].

Isso ocorre por conta do ciclo de pulsação destas estrelas que as expande e retrai periodicamente e são gerados devido à composição química delas. Quando a Cefeida está com seu menor raio e maior temperatura, o hélio em seu núcleo é ionizado, aumentando o número de partículas e, conseqüentemente, a pressão. Este aumento de pressão expande a estrela, diminuindo sua temperatura e fazendo com que o hélio se recombine. Com a redução do número de partículas, a pressão diminui, fazendo a estrela se contrair e recomeçando o ciclo [7]. Visualmente, este processo se parece com a Figura 3 em seus momentos de valor mínimo e máximo de magnitude.

Essas estrelas, ainda, são divididas em dois principais grupos: Cefeidas clássicas (tipo I) e as W Virginis (tipo II), e se diferenciam pelo período de formação e população, como ilustra a Figura 4.

As Cefeidas clássicas são de população I, isto é, estrelas mais jovens, formadas a menos de 6 bilhões de anos e ricas em metal. Geralmente são encontradas em aglomerados abertos nos braços espirais e nos discos galácticos, visto que são locais de intensa formação estelar devido a abundância de gás presente. Já as W Virginis, pertencentes à população II, são mais velhas, com

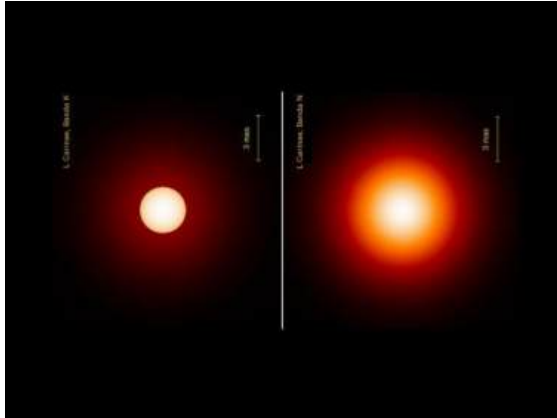


Figura 3: Representação visual de uma Cefeida em dois momentos de seu ciclo. À esquerda, a estrela está em sua fase de menor raio e no ápice de seu brilho, enquanto à direita, seu raio encontra-se em seu tamanho máximo e no mínimo de seu brilho. Fonte: <https://www.slideserve.com/kaemon/estrelas-vari-veis-cefeidas>

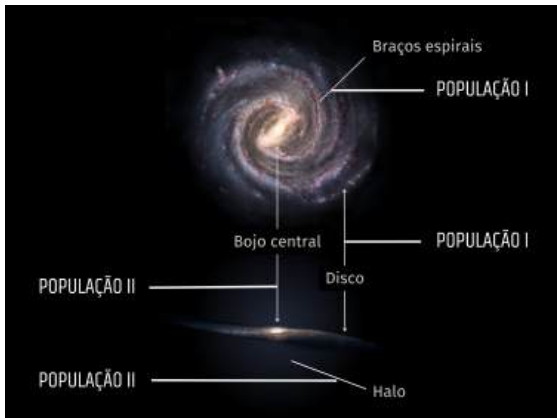


Figura 4: Localização das populações estelares I e II nas galáxias. Estrelas e população I são encontradas no disco e nos braços espirais, enquanto as de População II estão, geralmente, no bojo central e halo. Esta é uma montagem autoral com elementos retirados dos links: https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/iow_20180614 e <https://tinyurl.com/2p9h3fb4>

idades de cerca de 10 bilhões de anos, pobres em elementos pesados e localizadas no bojo central (região mais antiga das galáxias) e no halo, contidas em aglomerados globulares [1].

Essa distinção é importante, pois cada tipo de Cefeida terá uma associação diferente da sua magnitude absoluta com o período de pulsação, e por serem relações bem estabelecidas é possível utilizá-las como velas padrão para calcular distâncias cósmicas [4].

Este método denominado período-luminosidade foi descoberto por Henrietta Swan Leavitt, uma “calculadora” do Harvard

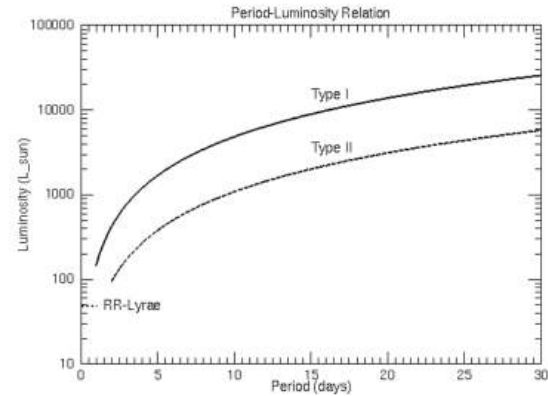


Figura 5: O gráfico acima expressa as respectivas relações período-luminosidade para três tipos de estrelas variáveis (RR-Lyrae, Cefeidas Tipo I e Tipo II). O eixo x é representado pelo período de pulsação destas estrelas em dias, enquanto no eixo das ordenadas está a Luminosidade em unidade solar. Fonte: www.if.ufrgs.br/ast/notas_explorando_universo/Notas_Aula_Via_Lactea.pdf

College Observatory, que atuou por volta dos anos de 1903 a 1912 catalogando informações de brilho de estrelas variáveis obtidas através de chapas fotográficas do Observatório [4].

Ao longo do tempo, Henrietta percebeu uma relação bem definida do período de pulsação com, a princípio, a magnitude aparente. Contudo, ao perceber que todas as estrelas observadas estavam praticamente a uma mesma distância da Terra, os períodos foram associados, posteriormente, com a magnitude absoluta dos astros [8].

Nesse sentido, Henrietta observou que, quanto maior é a luminosidade da estrela, maior será o tempo para completar seu ciclo de pulsação, como mostra o gráfico da Figura 5. A equação que expressa essa relação para Cefeidas Tipo II [9], as quais utilizamos neste trabalho, é:

$$M = -1.6 \log(P) - 0.1 \quad , \quad (4)$$

sendo M a magnitude absoluta e P o período em dias.

É importante salientar, ainda, que estes dados de magnitude e período estão relacionados a incertezas e a medida que estas informações são aplicadas nas equações demonstradas, as incertezas são propagadas. Deste modo, faz-se necessário estimá-las.

Para isso, tem-se de forma geral que:³

$$\Delta W^2 = \sum \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 (\Delta x)^2 \quad (5)$$

sendo ΔW o valor da incerteza, W a função e x um argumento da função W . Desta maneira, aplicando este conceito na função de distância, obtemos:

$$\Delta d = \frac{d \ln(10)}{5} \sqrt{(\Delta m)^2 + \left(\frac{1,6}{P \ln(10)} \right)^2 (\Delta P)^2} \quad (6)$$

em que Δd é a incerteza da distância, Δm é a incerteza da magnitude aparente média, adotada por 0,02 mag [10] e ΔP é a incerteza do período, retirada do catálogo OGLE-III.

3 Encontrando a distância mais provável até a Grande Nuvem de Magalhães

Para determinar a distância à Grande Nuvem de Magalhães, utilizamos dados, retirados do catálogo OGLE-III,⁴ de 202 Cefeidas Tipo II contidas na galáxia irregular. Obtendo informações sobre o período e aplicando-as na equação (4), foi possível encontrar a magnitude absoluta das estruturas. Com esta, combinada à média das magnitudes aparentes mínima e máxima, utilizamos a equação (3) para encontrar a distância a cada uma das estrelas.

Com as distâncias calculadas individualmente para cada Cefeida, como descrito acima, fez-se uma análise da frequência destes valores dentro de intervalos a cada 1kpc. Este resultado está representado na forma de um histograma na Figura 6.

A estrutura da distribuição obtida segue uma tendência gaussiana, dada por:

$$y = \frac{1}{\sqrt{12\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) (N)(\mathcal{L}) \quad , \quad (7)$$

sendo μ a média da distribuição (o ponto central da curva); σ o desvio padrão da distribuição, que

³Para mais informações sobre propagação de incertezas, acesse: http://www.fep.if.usp.br/~fisfoto/guias/roteiro_incertezas_2015.pdf

⁴Para acessar o catálogo, clique no link <https://ogle.db.astro.uw.edu.pl/~ogle/CVS/> e preencha as informações que deseja obter.

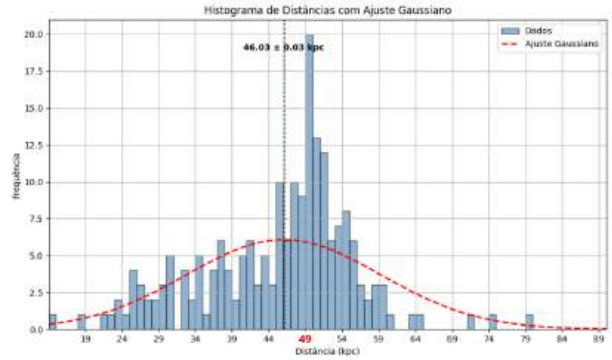


Figura 6: Histograma de frequências das distâncias das Cefeidas com curva semelhante a uma Gaussiana. No eixo x estão as distâncias das estrelas em kpc, com a marcação em vermelho de 49 kpc (que corresponde ao intervalo com maior concentração de Cefeidas), e no eixo y, as frequências com que elas se repetem. A função em vermelho refere-se à Gaussiana e a projeção segmentada em preto é a distância mais provável com sua incerteza estimada pelo método de simulações de Monte Carlo. Imagem autoral gerada no Google Colab.

determina a largura da curva; N o número total de observações (a contagem dos dados) e o intervalo (\mathcal{L}) é a largura das barras no histograma.

Assim, ao traçar a curva de distribuição de probabilidade, a partir da função (7), levando em consideração as frequências dos valores obtidos, verifica-se uma concentração em torno da média.

Deste modo, o pico da Gaussiana no eixo x, corresponde a um valor de $46,03 \pm 0,03$ kpc, que indica a distância mais provável até a estrutura. Esta incerteza associada foi calculada a partir de simulações de Monte Carlo, um método estatístico computacional que consiste em perturbar diversas vezes os valores de distância, aleatoriamente, com base em suas incertezas individuais [calculadas a partir da equação (6)], resultando na variação da média dos dados, e por consequência, na incerteza da distância média [11].

Este resultado encontrado está muito próximo do valor mais aceito atualmente, que é de $49,59 \pm 0,09_{estat.}, 54_{sist.}$ kpc [12].

Uma outra análise que pode ser feita é com base na distância mais frequente, compreendida entre 49 a 50 kpc e representada pela maior coluna do histograma. Este intervalo contém 20 estrelas, uma concentração discrepante das demais distribuições que ocorre, provavelmente, por estarem localizadas no centro galáctico. A razão disso se dá pois esta é a primeira região que se forma no nascimento de uma galáxia e, portanto, é nesse

local que esperamos encontrar as estrelas estudadas (de população II) [1].

Ambas interpretações do resultado são coerentes à distância real da galáxia. O resultado mais provável encontrado neste artigo, de $46,03 \pm 0,03$ kpc, desvia cerca de 7% do esperado, enquanto o mais frequente, no intervalo de 49 a 50 kpc, compreende a distância mais aceita. Esses resultados reforçam a validade do método utilizado e mostram uma concordância sólida com os valores esperados.

Entretanto, é válido destacar que existem diversas técnicas para estimar a distância até a Grande Nuvem de Magalhães (LMC). Entre elas, destacam-se o uso de Cefeidas (como neste trabalho), de estrelas RR Lyrae, da supernova SN1987A, da paralaxe (com dados do Gaia) e de sistemas binários eclipsantes. Cada método possui características distintas, isto é, enquanto as Cefeidas seguem uma relação período-luminosidade empírica, as binárias eclipsantes permitem medições geométricas mais diretas, e por isso atualmente oferecem a maior precisão, com incertezas de até 1% [12].

Adicionalmente, entre os principais erros sistemáticos nas estimativas de distância até a LMC estão a extinção interestelar, a metalicidade estelar e a inclinação geométrica da galáxia [13].

A extinção ocorre quando a luz das estrelas observadas é dispersada por poeira interestelar, afetando a magnitude aparente; já a metalicidade influencia a luminosidade intrínseca das estrelas, alterando a calibração da relação período-luminosidade. Além disso, a LMC é inclinada em relação ao plano do céu, o que faz com que suas estrelas estejam a diferentes distâncias do observador, exigindo correções geométricas [13].

Embora esses efeitos possam ser minimizados com modelos e dados de alta qualidade, eles ainda representam fontes de incerteza sistemática nas medições de distância, inclusive para as Cefeidas Tipo II.

4 Conclusão

A descoberta de que existem galáxias além da Via Láctea, feita por Edwin Hubble na década de 1920, transformou profundamente a compreensão do universo. Antes disso, acreditava-se que a Via

Láctea constituía todo o cosmos, mas a confirmação da existência de outras galáxias revelou que o universo é vastamente maior e mais complexo do que se imaginava. Essa revelação reestruturou o conceito de universo, mostrando que ele é uma imensa e dinâmica estrutura em expansão, o que abriu caminho para o desenvolvimento de teorias cosmológicas modernas. Essa nova visão também trouxe uma perspectiva renovada sobre o lugar da humanidade no cosmos, ampliando nossa compreensão não apenas científica, mas também filosófica e cultural sobre o nosso papel no universo.

Nossos resultados mostram que a Grande Nuvem de Magalhães está a uma distância mais provável $46,03 \pm 0,03$ kpc, destoando cerca de 7% do esperado, e também apresenta uma distância mais frequente entre 49 e 50 kpc. Estes evidenciam que a galáxia extrapola os limites da Via Láctea, cujo diâmetro corresponde a 25 kpc [1].

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Ifes pelo apoio, a Cosmo-Ufes pela oportunidade de escrever este artigo, a CNPq pela bolsa concedida e aos alunos do OAIG que colaboraram com as discussões e desenvolvimento deste trabalho.

Sobre os autores

Anna Carolyn Binda Breda (annacarolynabifres@gmail.com) é aluna do quarto ano do curso técnico em Administração integrado ao ensino médio e atua como monitora do OAIG no Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes), Campus Guarapari.

Adriano Mesquita Oliveira (adriano.oliveira@ifes.edu.br) é doutor em física pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) e atua como professor de física do Instituto Federal do Espírito Santo (Ifes-Guarapari), onde ministra aulas para os cursos técnicos, engenharia elétrica e licenciatura em ciências da natureza. Além disso, ele coordena o Observatório Astronômico do IFES Guarapari (OAIG), e está como diretor da Diretoria de Pesquisa, Pós-Graduação e Extensão do campus

Guarapari. Por fim, tem atuado como equipe executora da Mostra de Astronomia do ES e Encontro de Astronomia do ES.

Augusto César Tiradentes Monteiro (augusto.monteiro@ifes.edu.br) é mestre em matemática pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES) e professor de matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES-Guarapari), onde ministra aulas para os ensinos médio e superior. Além disso, é o vice-coordenador do OAIG e está como Coordenador de Extensão do IFES Guarapari.

Referências

- [1] M. de Fátima Oliveira Saraiva, *Astronomia & Astrofísica* (Editora Livraria da Física, São Paulo, 2004).
- [2] S. Weinberg, *Cosmology* (Oxford University Press, Oxford, 2008).
- [3] D. R. Faulkner, *Astronomical distance determination methods and the light travel time problem*, *Answers Research Journal* **6**, 211 (2013). Disponível em <https://answersresearchjournal.org/astronomical-distance-light-travel-time/>, acesso em ago. 2025.
- [4] D. I. Machado, *As estrelas cefeidas enquanto velas-padrão: A relação período-luminosidade tal qual apresentada por sua descobridora*, *Cadernos de Astronomia* **2**(2), 170 (2021).
- [5] G. de Almeida, *Norman Robert Pogson e a escala de magnitudes estelares*, *Gazeta de Física* **34**(3/4), 52 (2011). Disponível em <https://www.spf.pt/magazines/GFIS/108/article/827/pdf>, acesso em ago. 2025.
- [6] C. Sterken e K. B. Staubermann, *Karl Friedrich Zoellner and the historical dimension of astronomical photometry: a collection of papers on the history of photometry*, *The Journal of Astronomical Data (JAD)* **6**(7) (2000).
- [7] A. Batalha e L. Campos, *Estrelas Cefeidas e RR Lyrae*, Notas de aula, aula 8 (2015).
- [8] J. D. Fernie, *The period-luminosity relation: A historical review*, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific* **81**(483), 707 (1969).
- [9] R. K. Madejsky, *Curso Básico de Astrofísica e Cosmologia* (UEFS Editora, Feira de Santana, 2014).
- [10] M. Szymański et al., *The Optical Gravitational Lensing Experiment. OGLE-III Photometric Maps of the Galactic Bulge Fields* (2011). [ArXiv:1107.4008](https://arxiv.org/abs/1107.4008).
- [11] D. R. Albert, *Monte Carlo Uncertainty Propagation with the NIST Uncertainty Machine*, *Journal of Chemical Education* **97**(5), 1491 (2020).
- [12] G. Pietrzyński et al., *A distance to the Large Magellanic Cloud that is precise to one per cent*, *Nature* **567**(7747), 200 (2019).
- [13] J. J. S. Medina, *Comparison of different methods to determine the distance to LMC* (2025). [ArXiv:2503.21120](https://arxiv.org/abs/2503.21120).

Inovação na acessibilidade em astronomia: automação de telescópio e descrição de astros com inteligência artificial

Aloisio de Sousa Oliveira, Irlam Prates dos Reis de Alvim, Linda Clara da Silva Vicente, Iago Tolentino Queiroz, Gustavo de Queiroz Gonçalves e Daniel Evangelista de Moraes Terra

Escola Estadual Zuleima Fortes Faria, Guarapari-ES

Resumo

Este projeto visa democratizar o acesso à astronomia para pessoas com deficiência visual, utilizando automação e inteligência artificial (IA). Um dos principais resultados do projeto foi o desenvolvimento do aplicativo *Space Allity*, concebido desde o início para este propósito. O sistema desenvolvido integra a automação de um telescópio com o aplicativo *Space Allity*, criado especificamente para tornar a astronomia acessível a pessoas com deficiência visual. O aplicativo funciona capturando imagens dos astros observados pelo telescópio e processando-as por meio de IA, que identifica os corpos celestes e gera descrições detalhadas em áudio. Além disso, o usuário pode explorar uma galeria de imagens e personalizar as configurações para atender diferentes perfis de deficiência visual. Também foi criada uma caixa adaptada com identificação em Braille e um manual acessível para montagem do sistema. A etapa de validação envolveu três participantes com deficiência visual residentes em Guarapari-ES, que colaboraram ativamente com o processo de avaliação do sistema, demonstrando entusiasmo com os recursos de descrição em áudio e com a apresentação do projeto pela equipe. Os resultados indicaram impacto positivo na inclusão e interação com a astronomia. No entanto, foram identificadas melhorias necessárias na durabilidade das peças impressas e na interface do aplicativo. Este estudo reforça o papel da tecnologia na inclusão científica e social, transformando barreiras em oportunidades.

Abstract

This project aims to democratize access to astronomy for people with visual impairments through the use of automation and artificial intelligence (AI). One of the main outcomes of the project was the development of the *Space Allity* application, designed from the beginning for this specific purpose. The system integrates telescope automation with the *Space Allity* app, created to make astronomy accessible to individuals with visual disabilities. The application captures images of celestial objects observed through the telescope and processes them using AI, which identifies the objects and generates detailed audio descriptions. Users can also explore an image gallery and customize settings to accommodate different visual impairment profiles. Additionally, an adapted box with Braille identification and an accessible assembly manual were created. The validation stage involved three participants with visual impairments from Guarapari-ES, Brazil, who actively contributed to the system's evaluation and expressed enthusiasm about the audio descriptions and the team's presentation. The results indicated a positive impact on inclusion and engagement with astronomy. However, improvements were identified in the durability of printed components and in the application interface. This study reinforces the role of technology in promoting scientific and social inclusion, transforming barriers into opportunities.

Palavras-chave: astronomia; inclusão; deficiência visual; inteligência artificial; Arduino.

Keywords: astronomy; inclusion; visual impairment; artificial intelligence; Arduino.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.47720](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.47720)

1 Introdução

As pessoas com deficiência visual enfrentam desafios significativos para estudar astronomia, uma ciência que tradicionalmente depende de observa-

ções visuais. No Brasil, estima-se que aproximadamente 6,5 milhões de pessoas possuam deficiência visual, representando uma parcela relevante da população [1]. No contexto educacional, dados recentes indicam que 230.500 estudantes com

deficiência visual estão matriculados no sistema educacional brasileiro, reforçando a necessidade de estratégias inclusivas para o ensino de ciências, incluindo a astronomia [2].

A inclusão de pessoas com deficiência visual na astronomia é um aspecto essencial do acesso equitativo ao conhecimento científico. No entanto, a participação desses indivíduos nesse campo ainda enfrenta desafios significativos, uma vez que a astronomia tradicionalmente se baseia na observação visual do céu. Estudos indicam que a implementação de estratégias adaptativas, como materiais táteis e descrições detalhadas, pode tornar o ensino de astronomia mais acessível para pessoas com deficiência visual, promovendo seu envolvimento no aprendizado científico [3].

Além disso, iniciativas educacionais inclusivas possibilitam uma maior compreensão dos conceitos astronômicos por meio da utilização de recursos sensoriais alternativos, contribuindo para a equidade no ensino de ciências. Dados socioeconômicos levantados pela Secretaria de Direitos Humanos do Espírito Santo (SEDH) indicam que a inclusão educacional de pessoas com deficiência ainda enfrenta barreiras estruturais e metodológicas, reforçando a necessidade de políticas e práticas pedagógicas mais inclusivas [4]. Nesse contexto, demonstra-se que o uso de tecnologias assistivas no ensino de disciplinas STEM (Ciência, Tecnologia, Engenharia e Matemática) pode desempenhar um papel crucial na acessibilidade, possibilitando novas formas de interação com conteúdos científicos complexos [5].

Além disso, ressalta-se que as tecnologias digitais podem contribuir significativamente para a inclusão científica, oferecendo recursos interativos que facilitam o aprendizado de conceitos astronômicos por meio da audiodescrição e de modelos táteis [6]. Dessa forma, ao integrar essas abordagens inovadoras, é possível criar um ambiente educacional mais acessível e garantir que a astronomia seja um campo aberto a todos os interessados, independentemente de suas condições visuais [6].

Dessa forma, o projeto busca proporcionar uma educação mais inclusiva e equitativa, permitindo que alunos com deficiência visual explorem o universo e participem ativamente da construção do conhecimento científico. A inclusão, assim, torna-se não apenas um direito, mas uma ferramenta

essencial para transformar a educação e a ciência em campos acessíveis a todos.

O sistema desenvolvido integra a automação de um telescópio com o aplicativo *Space Allity*, criado especificamente para tornar a astronomia acessível a pessoas com deficiência visual. A motorização do telescópio foi feita com engrenagens impressas em 3D, projetadas para se adaptar perfeitamente ao equipamento e controladas por um microcontrolador Arduino UNO, garantindo rastreamento preciso dos corpos celestes. O aplicativo oferece descrições detalhadas em áudio dos astros observados, proporcionando uma experiência inclusiva e acessível.

2 Materiais e Métodos

Para o desenvolvimento deste projeto, foram utilizados diversos componentes eletrônicos, mecânicos e impressos em 3D, cuidadosamente selecionados para garantir a acessibilidade e a precisão do sistema. A seguir, são listados os principais materiais empregados na construção do telescópio automatizado e do suporte para dispositivos móveis:

1. Placa Arduino UNO: Utilizada para controlar os motores que movimentam o telescópio.
2. Potenciômetro: Para ajustes finos no movimento do telescópio.
3. Jumpers: Conexões elétricas entre os componentes.
4. Bateria: Fonte de energia para o sistema.
5. Parafusos, Porcas e Arruelas: Para montagem e fixação das peças.
6. Protoboard: Para montagem temporária dos circuitos.
7. Filamento para Impressora 3D: Utilizado para imprimir engrenagens e suportes.
8. Impressora 3D Creality Ender 3 V3 SE: Para fabricação das peças personalizadas.
9. Motor MG995: Responsável pela movimentação do telescópio.

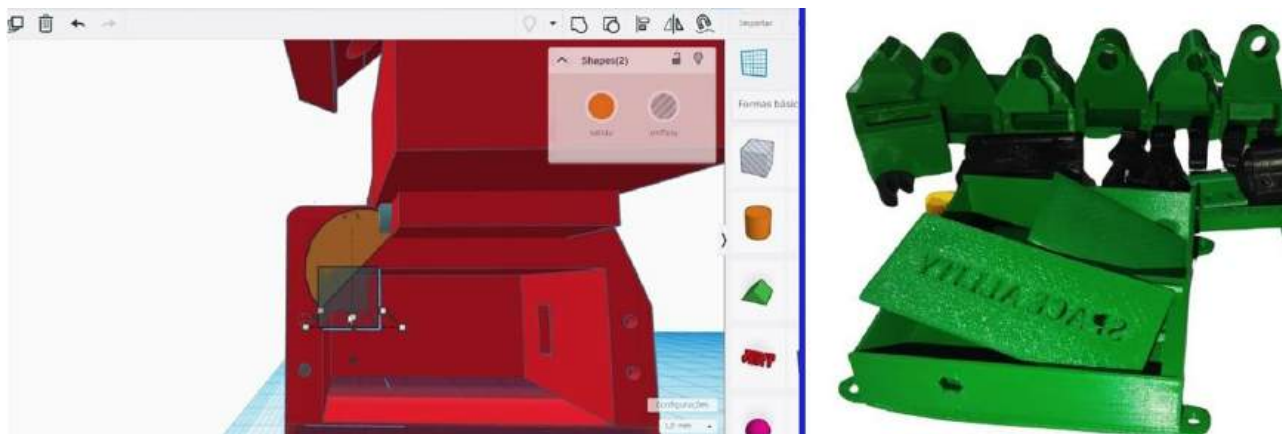


Figura 1: Modelagem das peças no Tinkercad (esquerda) e protótipos impressos em 3D na Creality Ender 3 V3 SE (direita). Testes e ajustes foram realizados para otimizar o encaixe e a resistência.

10. Suporte para Celular no Telescópio: Para fixação de dispositivos móveis.
11. Caixa Adaptada com Manual em Braille: Contendo instruções de montagem e uso.

As peças foram modeladas no software Tinkercad e impressas em uma Creality Ender 3 V3 SE (Figura 1). Foram realizados testes para garantir o encaixe preciso e a resistência das peças. Durante os testes, foram realizadas diversas modificações para garantir um encaixe preciso e resistência adequada.

O telescópio Mizar 114mm por 1000mm foi motorizado utilizando engrenagens impressas em 3D e motores MG995 controlados por um microcontrolador Arduino UNO. A programação permitiu o controle preciso dos eixos horizontal e vertical, garantindo um rastreamento eficaz dos astros. A motorização do telescópio foi essencial para facilitar a movimentação e rastreamento dos astros. Utilizamos engrenagens impressas em 3D e motores MG995 controlados por um microcontrolador Arduino UNO.

O “coração” do sistema automatizado é o microcontrolador Arduino UNO, que foi configurado para controlar os motores MG995, responsáveis pela movimentação do telescópio em diferentes direções. Com a integração das engrenagens e do suporte ao telescópio, conseguimos automatizar o movimento no eixo longitudinal, como mostrado na Figura 2, de acordo com o plano de rotação terrestre, considerando a inclinação axial terrestre, permitindo o rastreamento de objetos celestes de forma prática e acessível.

O uso de aplicativos como suporte educacional tem se mostrado uma ferramenta poderosa na democratização do conhecimento, especialmente para grupos que enfrentam barreiras de acessibilidade. No contexto da astronomia, a integração de tecnologias assistivas permite que pessoas com deficiência visual tenham uma experiência mais rica e interativa no aprendizado sobre o universo. O aplicativo *Space Allity*, além de oferecer descrições detalhadas dos astros, está acoplado à inteligência artificial Gemini, que aprimora a precisão das informações fornecidas e possibilita interações mais dinâmicas e personalizadas. A IA permite a adaptação do conteúdo conforme as necessidades do usuário, garantindo uma abordagem inclusiva e acessível. Essa tecnologia representa um avanço significativo na inclusão educacional, proporcionando uma nova forma de aprendizado independente e intuitivo para estudantes e entusiastas da astronomia.

O aplicativo foi desenvolvido utilizando a plataforma Ionic e integrado com o Firebase para armazenamento de dados. A IA foi utilizada para identificar e descrever astros, com funcionalidades como galeria de imagens e descrição de astros por áudio. O sistema foi testado com usuários com deficiência visual, incluindo estudantes e um professor. O *feedback* foi utilizado para aprimorar a usabilidade e a precisão do sistema.

A Figura 3 mostra o sistema completo, o kit *Space Allity*. O aplicativo *Space Allity*, que ainda está em sua versão inicial, mas já oferece funcionalidades importantes. O aplicativo utiliza inteligência artificial para identificar astros e for-



Figura 2: Modelagem das peças no Tinkercad (esquerda) e protótipos impressos em 3D na Creality Ender 3 V3 SE (direita). Testes e ajustes foram realizados para otimizar o encaixe e a resistência.

necer descrições detalhadas, como características de estrelas, planetas e constelações. A interface do aplicativo também inclui uma galeria de imagens e opções personalizáveis para diferentes perfis de usuários. Outro componente essencial foi a criação de uma caixa adaptada, cuja tampa foi personalizada com o nome do projeto em Braille.

O manual de instruções do *Space Allity* foi desenvolvido com foco total na acessibilidade, especialmente para usuários com deficiência visual. Ele inclui identificação em Braille nas páginas e, de forma inédita, um QR Code que direciona diretamente para uma versão em audiodescrição do conteúdo do manual. A audiodescrição acessada por meio do QR Code apresenta, de maneira clara, sequencial e detalhada, todas as etapas da montagem do sistema, descrevendo cada componente (suporte com motor, engrenagens, suporte de celular, módulo central), suas funções, formatos e modos corretos de encaixe e fixação.

Esse recurso garante que pessoas com deficiência visual possam acompanhar o processo de montagem de forma autônoma, por meio da orientação tátil combinada com a orientação auditiva do áudio, reforçando a inclusão e a usabilidade do sistema *Space Allity*. Assim, o manual cumpre integralmente a sugestão de acessibilidade, facilitando o uso do sistema para todos os públicos, conforme ilustrado na Figura 4.

3 Resultados e Discussão

Este projeto demonstrou que é possível integrar automação de telescópios e inteligência arti-



Figura 3: Kit *Space Allity*, contendo componentes do sistema motorizado e acessórios. A caixa foi adaptada com tampa personalizada em Braille, visando acessibilidade.

ficial para tornar a astronomia acessível a pessoas com deficiência visual. A motorização do telescópio, feita por meio de engrenagens impressas em 3D e controladas por um microcontrolador Arduino UNO, juntamente com o desenvolvimento do aplicativo *Space Allity*, permitiu que usuários com deficiência visual tivessem uma experiência mais interativa e inclusiva. O sistema, ao combinar essas tecnologias, ampliou as possibilidades de participação no estudo da astronomia, possibilitando que indivíduos com deficiência visual se envolvessem ativamente com a observação e compreensão do cosmos.

Os testes realizados indicaram que o sistema tem grande potencial para ser utilizado em ambientes educacionais e comunitários, promovendo maior inclusão no ensino de astronomia. Durante os testes com os três participantes com deficiência visual (um com baixa visão, um totalmente cego e um senhor cego), os resultados foram positivos, evidenciando a viabilidade da ferramenta em proporcionar uma experiência enriquecedora e informativa. O *feedback* dos usuários foi extremamente favorável, com destaque para a interação proporcionada pela descrição em áudio dos astros observados, o que contribuiu para uma experiência de aprendizado mais acessível e participativa.

Apesar das limitações identificadas, como a necessidade de aprimorar a durabilidade das peças impressas em 3D e a precisão do aplicativo em condições de observação ótimas, os resultados foram encorajadores. As dificuldades do aplicativo com imagens de baixa qualidade indicaram a necessidade de melhorias na capacidade de processamento de imagens, mas não comprometeram a experiência geral dos usuários. A motorização do telescópio foi eficaz, permitindo rastreamento



Figura 4: Manual de instruções do *Space Allity*, contendo orientações sobre montagem, configuração e uso do sistema.

preciso, e a tecnologia assistiva do aplicativo desempenhou um papel importante em tornar a astronomia acessível. As futuras melhorias do projeto incluem a atualização do aplicativo, com foco em aprimorar a interface e a capacidade de navegação para tornar o sistema ainda mais intuitivo. Além disso, será realizada uma pesquisa de materiais mais duráveis para impressão 3D, a fim de aumentar a resistência das peças, e testes serão feitos em uma escala maior, envolvendo outros participantes com baixa visão e cegueira. Este trabalho reforça o papel da tecnologia como uma ferramenta poderosa para a inclusão científica e social, transformando barreiras em oportunidades de aprendizado e descobertas no campo da astronomia.

Agradecimentos

Agradecemos a Escola Zuleima, ao professor orientador, a UFES e aos envolvidos nos testes, cujo feedback foi fundamental.

Sobre o autor

Aloisio de Sousa Oliveira (oliver.physics@gmail.com) atua no ensino médio e superior, ministrando disciplinas de Física e Astronomia, além de cursos preparatórios. Coordena o Clube de Física e Astronomia, aplicando metodologias ativas como a técnica de Feynman e o Peer Instruction para promover aprendizado colaborativo, raciocínio crítico e compreensão profunda dos conceitos, além de

desenvolver projetos de investigação científica e tecnologias inovadoras com os estudantes.

Irlam Prates dos Reis de Alvim, Linda Clara da Silva Vicente, Iago Tolentino Queiroz, Gustavo de Queiroz Gonçalves e Daniel Evangelista de Moraes Terra são estudantes do ensino médio e membros do Clube de Física e Astronomia da Escola Estadual Zuleima Fortes Faria, em Guarapari, Espírito Santo. Participam de projetos de iniciação científica, atividades de divulgação e experimentos de astronomia prática, contribuindo para a promoção do conhecimento científico e da inclusão educacional.

Referências

- [1] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), *Censo Demográfico 2022: pessoas com deficiência e pessoas diagnosticadas com transtorno do espectro autista - Resultados preliminares da amostra* (IBGE, 2025). Disponível em <https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/biblioteca-catalogo?view=detalhes&id=2102178>, acesso em ago. 2025.
- [2] Brasil - Ministério da Educação (MEC), *Censo Escolar 2023* (2023). Disponível em <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-d-e-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/censo-escolar/resultados>, acesso em ago. 2025.
- [3] B. G. Rio e M. R. Pereira, *Ensino de astronomia para alunos com deficiência visual no atendimento educacional especializado*, *Revista Internacional de Ciências* **13**(2), 92 (2023).
- [4] Secretaria de Direitos Humanos do Espírito Santo (SEDH), *Levantamento de Dados Socioeconômicos de Pessoas com Deficiência - Espírito Santo 2023* (2024). Disponível em [https://sedh.es.gov.br/Media/Sedh/Imagens2023/Diagn%C3%B3stico%20PCD%20ES%202023%20Entrega.pdf%20\(1\).pdf](https://sedh.es.gov.br/Media/Sedh/Imagens2023/Diagn%C3%B3stico%20PCD%20ES%202023%20Entrega.pdf%20(1).pdf), acesso em ago. 2025.
- [5] L. B. Martins e S. Rodrigues-Moura, “O conhecimento deve ser acessível para todos”: uma experiência inclusiva em educação para a astronomia, *Revista Areté | Revista Amazônica de Ensino de Ciências* (2024).
- [6] V. D. De Araujo Freire e T. Carvalho, *Revisão Bibliográfica sobre a produção de modelos multissensoriais de Astronomia para o ensino inclusivo de pessoas com deficiência visual*, *Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia* (38), 92 (2024).

Tradução comentada do artigo de Heisenberg, “Sobre a reinterpretação das relações cinemáticas e mecânicas na teoria quântica”

Júlio C. Fabris¹ e Oliver F. Piattella²

¹Universidade Federal do Espírito Santo

²Università degli Studi dell’Insubria, Itália

Resumo

Apresentamos a tradução do artigo publicado por Werner Heisenberg em 1925, e que constitui um marco na construção da mecânica quântica. Alguns comentários introdutórios são apresentados, seguidos da versão em português do texto originalmente escrito em alemão.

Abstract

We present the translation of the article published by Werner Heisenberg in 1925, which constitutes a landmark in the development of quantum mechanics. Some introductory comments are presented, followed by the Portuguese version of the text originally written in German.

Palavras-chave: mecânica quântica; Werner Heisenberg; ano internacional da mecânica quântica

Keywords: quantum mechanics; Werner Heisenberg; international year of quantum mechanics

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.50081](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.50081)

Introdução dos tradutores

A Física Moderna tem como alicerces principais a Teoria da Relatividade, Restrita e Geral, e a Mecânica Quântica. É comum, ainda que questionável, identificar as datas que marcaram a formulação definitiva das teorias relativistas: 1905 para a Relatividade Restrita e 1915 para a Relatividade Geral. A formulação da Mecânica Quântica parece, à primeira vista, menos definida temporalmente. Ela teria sido construída em uma série de trabalhos realizados, essencialmente, nas três primeiras décadas do século XX.

Os artigos publicados por Planck, Bohr, Einstein, Sommerfeld, de Broglie, Kramers, Heisenberg, Born, Jordan, Schrödinger, Dirac, para citar apenas os principais nomes relacionados com a nova teoria, fixaram paulatinamente os fundamentos do que hoje denominamos de Mecânica Quântica. O primeiro artigo desta série de trabalhos foi o de Planck, publicado em 1900, enquanto os últimos dos citados acima foram publicados em 1925/1926.

Mesmo com esta dispersão de datas, o ano de

1925 foi decisivo na formulação da teoria quântica na forma que a conhecemos hoje. Isso motivou designar 2025 como o *Ano da Mecânica Quântica*, celebrando os 100 anos desta revolução na Física. De fato, entre os artigos mais significativos na construção da teoria quântica, o trabalho que Werner Heisenberg publicou em 1925 no *Zeitschrift für Physik*, escrito originalmente em alemão, ocupa um lugar especial [1]. Nele, Heisenberg mostra como deve ser analisado um sistema quântico, como se definem os observáveis deste sistema e quais ferramentas matemáticas devem ser usadas. Ele mostra, de forma explícita, como a análise quântica difere da análise usual, clássica.

Assim, o artigo de 1925 de Heisenberg abre as portas para uma formulação mais completa e coerente dessa nova teoria fundamental da natureza que é a Mecânica Quântica. Apresentamos aqui o que pensamos ser a primeira tradução para o português deste trabalho crucial para a construção dos fundamentos da teoria quântica.

Intitulado *Sobre a reinterpretação das rela-*

ções cinemáticas e mecânicas na teoria quântica (*Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*, no original), o artigo que Heisenberg escreveu ao retornar de um período de repouso em Helgoland (ilha situada no Mar do Norte, perto da costa alemã), formula alguns dos fundamentos conceituais da teoria quântica estabelecendo, ao mesmo tempo, as bases do cálculo matricial e a noção dos observáveis em um sistema quântico. Pouco depois, Erwin Schrödinger proporia uma formulação alternativa baseada na equação de onda que leva o seu nome. A Mecânica Matricial e a Teoria Ondulatória se revelariam equivalentes, duas formas complementares de abordar o fenômeno quântico. Mas talvez não seja exagerado dizer que a formulação de Heisenberg permite germinar novas noções essenciais para a construção completa da teoria.

Heisenberg, neste artigo de 1925, se debruça sobre o problema de estabelecer quais são os observáveis da teoria quântica, fazendo uma comparação minuciosa entre a descrição clássica da emissão de radiação e como ela deveria ser analisada na teoria quântica correspondente. Ao fazer esta comparação, ele propõe que os cálculos na teoria quântica devem seguir uma forma matricial, como pode ser visto, por exemplo, na equação (20) do artigo. No entanto, o artigo não se limita a propor um procedimento técnico de cálculo: ao estabelecer que quantidades quânticas, ao contrário das correspondentes quantidades clássicas, obedecem a uma álgebra matricial, ele termina por enfatizar o caráter não comutativo das quantidades usadas no cálculo quântico. É possível conectar este procedimento à álgebra de operadores no espaço de Hilbert e, como consequência, ao que chamamos hoje de *princípio da incerteza*. Ao contrário da mecânica clássica, Heisenberg enfatiza que a teoria quântica não se alicerça na determinação da posição e velocidade, e sim nas transições entre estados estacionários e a consequente emissão de fótons com energias bem definidas. A mecânica matricial proposta por Heisenberg abriria as portas à identificação do espaço de Hilbert como a estrutura básica da Mecânica Quântica, estrutura organizada através de operadores, autofunções, autovalores, tudo isto aliado ao conceito de observável do sistema quântico.

Aproximadamente 10 anos antes da publicação

do artigo de Heisenberg, Bohr tinha formulado um modelo para o átomo de Hidrogênio que explicava as linhas espectrais discretas detectadas para este átomo. Bohr usa um modelo clássico para o elétron girando em torno do próton, adicionando uma regra de quantização para o momento angular que não tem contrapartida clássica. Os resultados obtidos por Bohr são impressionantes, surgem de uma combinação de conceitos puramente clássicos, como o de trajetórias, aos quais se adiciona uma condição de discretização. Heisenberg, no entanto, afirma no artigo de 1925 que o sucesso do modelo de Bohr para o átomo de hidrogênio foi “fortuito”: embora o modelo de Bohr tenha conduzido ao espectro conhecido, ele não admite uma generalização para outros átomos mais complexos que seja aceitável e condizente com as medidas experimentais. É preciso, então, identificar quais seriam os alicerces fundamentais da teoria quântica, definir os seus observáveis, mostrar como se calculam estes observáveis para se ter uma teoria quântica consistente e completa que se aplique a todos os sistemas físicos. Heisenberg, ao fazer isto, constrói o cálculo matricial e chama a atenção de que os observáveis clássicos não são, necessariamente, os mesmos que os observáveis quânticos.

Dois exemplos de cálculo quântico são tratados nesse texto: o do oscilador anarmônico e o problema do rotor. Heisenberg se restringe a exemplos formulados em uma única dimensão. Uma comparação detalhada é feita entre o cômputo quântico e o correspondente cálculo clássico. Enquanto a descrição quântica para a variável $x(t)$ soa relativamente direta, ele mostra todas as sutilezas que envolvem o cálculo de quantidades como $x(t)^2$ presente na equação de movimento do oscilador anarmônico. É interessante que Heisenberg tenha se concentrado no oscilador anarmônico em vez do, mais simples, oscilador harmônico. No entanto, ao incluir termos como $x(t)^2$, $x(t)^3$, etc. na equação de movimento do oscilador, ele reforça os aspectos tipicamente quânticos, tanto do ponto de vista conceitual quanto técnico.

É notório que este não é um artigo fácil de se ler. Claro, a forma de escrever um artigo há cem anos atrás era bem diferente da de hoje, tanto pelo estilo quanto pela notação (que mantemos, na tradução, conforme está no original). Mas, Heisenberg não detalha como chegou a algumas

conclusões. Isto motivou tentativas mais recentes de “decifrar” certas afirmações (ver, por exemplo, a referência [2]). Curiosamente, os cálculos apresentados não requerem uma matemática sofisticada; essencialmente envolvem decomposição de Fourier e produto de matrizes. Mas, os aspectos conceituais são sutis. Em alguns momentos, as motivações para certos saltos conceituais não parecem claras. Isto levou Steven Weinberg, prêmio Nobel de Física, a expressar sua dificuldade em compreender o artigo [3]. No entanto, a leitura deste texto elucidada o que motivou Heisenberg a propor quais seriam os observáveis na teoria quântica e a não comutação de grandezas como posição e momento, o que leva à necessidade de uma estrutura matemática que comporte estes aspectos das variáveis quânticas, tendo como uma das consequências implícitas o Princípio da Incerteza, que Landau e Lifchitz consideram como o elemento central da Mecânica Quântica [4] e que só receberia uma formulação explícita, feita pelo próprio Heisenberg, dois anos depois, em 1927.

A leitura deste texto, que procuramos tornar agora acessível em língua portuguesa, permanece, apesar das suas dificuldades, central para a compreensão do processo de construção da teoria quântica.

Sobre os tradutores

Júlio C. Fabris (julio.fabris@cosmo-ufes.org) é professor titular do Departamento de Física da

UFES e pesquisador do CNPq. Suas atividades científicas versam sobre física teórica, com especial ênfase em cosmologia e gravitação.

Oliver F. Piattella (of.piattella@uninsubria.it) é Professor Adjunto na Università degli Studi dell’Insubria, Como, Itália. Foi professor do Departamento de Física da Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), e pesquisador do Conselho Nacional de Pesquisa e Desenvolvimento (CNPq), de 2012 a 2021. Atua nas áreas de cosmologia e gravitação, tendo publicado mais de 50 artigos científicos e um livro texto de cosmologia intitulado *Lectures notes in cosmology* (Springer, 2018).

Referências

- [1] W. Heisenberg, *Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik*, *Zeitschrift für Physik* **43**(3-4), 172 (1927).
- [2] I. J. R. Aitchison, D. A. MacManus e T. M. Snyder, *Understanding Heisenberg’s “magical” paper of July 1925: A new look at the calculational details*, *American Journal of Physics* **72**(11), 1370 (2004). [ArXiv:quant-ph/0404009](https://arxiv.org/abs/quant-ph/0404009).
- [3] S. Weinberg, *Dreams of a Final Theory* (Pantheon Books, 1992).
- [4] L. Landau e E. Lifshitz, *Quantum Mechanics: Non-Relativistic Theory*, Course of theoretical physics (Butterworth-Heinemann, 1991).

*Sobre a reinterpretação das relações cinemáticas e mecânicas na teoria quântica**

Por W. Heisenberg em Gotinga.

(Recebido em 29 Julho 1925)

Neste trabalho, tenta-se estabelecer os fundamentos para uma Mecânica Quântica que se baseia exclusivamente em relações entre quantidades que são, em princípio, observáveis.

Sabe-se que pode-se levantar a séria objeção que as regras formais geralmente empregadas na teoria quântica para o cálculo de grandezas observáveis (por exemplo, a energia no átomo de hidrogênio) são essencialmente relações constitutivas entre grandezas que não podem ser, em princípio, observadas (como, por exemplo, a posição ou o período orbital do elétron). Portanto, essas regras obviamente carecem de qualquer claro fundamento físico, a não ser que se queira sempre manter a esperança de que essas grandezas, até agora inobserváveis, possam talvez se tornar experimentalmente acessíveis no futuro. Essa esperança poderia ser considerada justificada se as regras acima mencionadas fossem intrinsecamente consistentes e utilizáveis num determinado domínio de problemas da teoria quântica. No entanto, a experiência mostra que apenas o átomo de hidrogênio e o efeito Stark desse átomo obedecem a essas regras formais da teoria quântica, mas que dificuldades fundamentais já aparecem no problema dos *campos cruzados* (átomos de hidrogênio em campos elétricos e magnéticos de diferentes direções), sendo que a resposta do átomo a campos que variam periodicamente certamente não pode ser descrita pelas regras mencionadas e que, em última análise, uma extensão das regras quânticas ao tratamento de átomos com muitos elétrons tem-se mostrado impossível. Tem-se tornado comum atribuir esse fracasso das regras da teoria quântica a um desvio da mecânica clássica, já que essas regras são essencialmente caracterizadas pelo uso da mecânica clássica. Essa caracterização tem, no entanto, pouco significado quando se percebe que a condição de frequência de Einstein-Bohr (que é válida em todos os casos)^a já representa um afastamento tão completo da mecânica clássica, ou melhor (usando o ponto de vista da teoria ondulatória) da cinemática subjacente a essa mecânica, que mesmo para os problemas da teoria quântica mais simples a validade da mecânica clássica simplesmente não pode ser mantida. Nessa situação, parece sensato descartar toda esperança de observar grandezas até hoje inobserváveis, como a posição e o período do elétron, e admitir que a concordância parcial das regras quânticas com a experiência é mais ou menos fortuita. Como alternativa, parece mais razoável tentar estabelecer uma mecânica quântica teórica, análoga à mecânica clássica, mas na qual ocorrem apenas relações entre grandezas observáveis. Pode-se considerar juntamente à condição de frequência a teoria da dispersão de Kramers¹ e trabalhos de extensão dessa teoria,² como os primeiros passos mais importantes em direção a uma mecânica quântica teórica. Neste artigo, buscaremos estabelecer algumas novas relações da mecânica quântica e aplicá-las ao tratamento detalhado de alguns problemas especiais. Nos restringiremos a problemas que envolvam um grau de liberdade.

* Título original: *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen..* Publicado em: *Zeitschrift für Physik, Zeit.* **33**, 879-893 (1925).

^a *NdT*: essa é a relação entre a energia carregada por um fóton e a frequência do mesmo, $\Delta E = h\nu$.

¹H. v. Kramers, *Nature* 118, 673, 1924.

²M. Born, *ZS. f. Phys.* 26, 379, 1924. H.A. Kramers e W. Heisenberg, *ZS. f. Phys.* 81, 681, 1925. M. Born e P. Jordan, *ZS. f. Phys.* (em publicação). *NdT*: esse último artigo foi publicado em *ZS. f. Phys.* 34 (1925) 858

§ 1. Na teoria clássica, a radiação de um elétron em movimento (na zona de onda, ou seja, $\mathfrak{E} \sim \mathfrak{H} \sim \frac{1}{r}$) não é dada somente pelas expressões:^b

$$\mathfrak{E} = \frac{e}{r^3 c^2} [\mathfrak{r}[\dot{\mathfrak{v}}]], \tag{1}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{e}{r^2 c^2} [\dot{\mathfrak{v}}\mathfrak{r}], \tag{2}$$

mas aparecem na ordem seguinte outros termos, como por exemplo:

$$\frac{e}{rc^3} \dot{\mathfrak{v}}\mathfrak{v}, \tag{3}$$

que pode ser chamado de “radiação de quadrupolo”, e numa ordem ainda maior, termos, por exemplo, da forma:

$$\frac{e}{rc^4} \dot{\mathfrak{v}}\mathfrak{v}^2; \tag{4}$$

Assim, a aproximação pode ser estendida arbitrariamente. (Aqui \mathfrak{E} , \mathfrak{H} representam as intensidades dos campos em um dado ponto no espaço, e é a carga do elétron, \mathfrak{r} é a distância do elétron ao ponto considerado, \mathfrak{v} é a velocidade do elétron.)

Podemos nos perguntar que forma teriam os termos de ordem superior na teoria quântica. Sendo que na teoria clássica tais termos podem ser calculados facilmente quando o movimento do elétron ou a sua representação de Fourier é dada, esperamos algo similar na teoria quântica. Essa questão não tem nada a ver com a eletrodinâmica, mas é de natureza puramente cinemática, e esse ponto parece ser de notável importância; podemos pôr a questão da seguinte forma muito simples: seja dada uma grandeza quântica em lugar da quantidade clássica $x(t)$; qual grandeza quântica tomaria então o lugar de $x(t)$?^c Antes de podermos responder a essa pergunta, temos que nos lembrar que na teoria quântica não era possível associar a um elétron um ponto no espaço como função do tempo por meio de quantidades observáveis. Porém, também na teoria quântica pode-se associar a um elétron uma emissão de radiação; essa radiação é descrita em primeiro lugar pelas frequências, que aparecem como função de duas variáveis, na teoria quântica na forma:

$$\nu(n, n - \alpha) = \frac{1}{h} \{W(n) - W(n - \alpha)\}, \tag{5}$$

enquanto na teoria clássica na forma:

$$\nu(n, \alpha) = \alpha\nu(n) = \alpha \frac{1}{h} \frac{dW}{dn}. \tag{6}$$

(Aqui é posto $nh = J$, que é uma das constantes canônicas).^c

Como característico para a comparação entre teoria quântica e teoria clássica, com respeito à frequência, pode-se escrever as relações de combinação:

Clássica:

$$\nu(n, \alpha) + \nu(n, \beta) = \nu(n, \alpha + \beta). \tag{7}$$

^bNdT: numeramos as equações no presente texto. Os parênteses quadras representam o produto vetorial. Os campos \mathfrak{E} e \mathfrak{H} são os campos elétrico e magnético.

^cNdT: W é a energia do elétron e $nh = J$ seu momento angular. O n é o número quântico principal e o α é outro número inteiro. Na fórmula quântica a frequência emitida é igual a diferença das energias dividida pela constante de Planck. No caso clássico, seguindo a teoria de Bohr, mostra-se que $\nu(n) = (1/h)dW/dn$. O α aqui é sempre um número inteiro, mas representando os harmônicos associados a $\nu(n)$. O programa de Heisenberg é o de usar a relação quântica (5) para expressar a posição do elétron. Note-se que o caso chamado “clássico” por Heisenberg não é propriamente tal, pois tem a presença da constante de Planck, que vem da imposição da relação $J = nh$. Este caso deve ser entendido como “clássico” no sentido que as equações da dinâmica clássica são usadas.

Quântica:

$$\nu(n, n - \alpha) + \nu(n - \alpha, n - \alpha - \beta) = \nu(n, n - \alpha - \beta), \quad (8)$$

$$\text{ou } \nu(n - \beta, n - \alpha - \beta) + \nu(n, n - \beta) = \nu(n, n - \alpha - \beta). \quad (9)$$

Para a descrição da radiação, são necessárias, além das frequências, as amplitudes; essas podem ser tratadas como vetores complexos (cada um determinado por seis componentes independentes), e descrevem tanto a polarização quanto a fase. As amplitudes também são funções das duas variáveis n e α , de forma tal que a parte correspondente da radiação é dada pelas seguintes expressões:

Quântica:

$$\text{Re} \left\{ \mathfrak{A}(n, n - \alpha) e^{i\omega(n, n - \alpha)t} \right\}. \quad (10)$$

Clássica:

$$\text{Re} \left\{ \mathfrak{A}(n) e^{i\omega(n) \cdot \alpha t} \right\}. \quad (11)$$

À primeira vista, a fase (contida em \mathfrak{A}) parece desprovida de significado físico na teoria quântica, visto que, nesta teoria, as frequências geralmente não são comensuráveis com seus harmônicos. No entanto, veremos em breve que também na teoria quântica a fase tem um significado definido, análogo ao seu significado na teoria clássica.^d Se agora considerarmos uma dada grandeza $x(t)$ na teoria clássica, esta pode ser considerada como representada por um conjunto de grandezas da forma,

$$\mathfrak{A}_\alpha(n) e^{i\omega(n) \cdot \alpha t}, \quad (12)$$

que, dependendo se o movimento é periódico ou não, combinadas em uma soma ou integral, representam $x(t)$:^e

$$x(n, t) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}_\alpha(n) e^{i\omega(n) \cdot \alpha t}, \quad (13)$$

ou:

$$x(n, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}_\alpha(n) e^{i\omega(n) \cdot \alpha t} d\alpha, \quad (14)$$

Uma combinação semelhante das correspondentes quantidades quânticas parece não ser possível sem arbitrariedade, por causa da mesma importância das variáveis n e $n - \alpha$, e, portanto, não faz sentido; no entanto, pode-se facilmente considerar o conjunto de quantidades,

$$\mathfrak{A}(n, n - \alpha) e^{i\omega(n, n - \alpha)t}, \quad (15)$$

representando a quantidade $x(t)$ e, então, tentar responder à pergunta acima: como a quantidade $x(t)$ ² deve ser representada? A resposta na teoria clássica é, obviamente:

$$\mathfrak{B}_\beta e^{i\omega(n)\beta t} = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}_\alpha \mathfrak{A}_{\beta-\alpha} e^{i\omega(n)(\alpha+\beta-\alpha)t}, \quad (16)$$

^d*NdT*: na expressão clássica aparece o sistema ortonormal completo de Fourier $e^{i\omega(n) \cdot \alpha t}$, e, de fato, Heisenberg desenvolve a posição em série de Fourier, ou integral de Fourier. Da fórmula de Larmor então pode-se ver que os coeficientes da expansão, as fases, representam a fração de potência irradiada numa dada frequência, múltiplo do harmônico fundamental $\omega(n)$. No caso quântico uma situação análoga não parece ser possível pois não existem, em geral, n , α , m , β tais que $\omega(n, n - \alpha) = m\omega(n, n - \beta)$. Em outras palavras, não conseguimos construir de forma imediata um sistema ortonormal completo a partir de $\omega(n, n - \alpha)$.

^e*NdT*: essencialmente, expansões em série ou integral de Fourier, com base no harmônico fundamental $\omega(n)$, calculado da teoria de Bohr, como mencionado da nota de rodapé anterior.

ou:

$$\mathfrak{B}_\beta e^{i\omega(n)\beta t} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}_\alpha \mathfrak{A}_{\beta-\alpha} e^{i\omega(n)(\alpha+\beta-\alpha)t} d\alpha, \quad (17)$$

para que então:

$$x(t)^2 = \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \mathfrak{B}_\beta(n) e^{i\omega(n)\beta t}, \quad (18)$$

ou:

$$x(t)^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{B}_\beta(n) e^{i\omega(n)\beta t} d\beta. \quad (19)$$

Na teoria quântica, parece ser a hipótese mais simples e natural substituir as relações (16) e (17) pelas seguintes:^f

$$\mathfrak{B}(n, n - \beta) e^{i\omega(n, n - \beta)t} = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}(n, n - \alpha) \mathfrak{A}(n - \alpha, n - \beta) e^{i\omega(n, n - \beta)t}, \quad (20)$$

ou:

$$\mathfrak{B}(n, n - \beta) e^{i\omega(n, n - \beta)t} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}(n, n - \alpha) \mathfrak{A}(n - \alpha, n - \beta) e^{i\omega(n, n - \beta)t} d\alpha; \quad (21)$$

e, de fato, esse tipo de combinação é uma consequência quase forçada pelas regras de combinação de frequência. Ao fazer as suposições (20) e (21), reconhece-se que as fases do \mathfrak{A} da teoria quântica têm tanto significado físico quanto seus análogos clássicos. Somente a origem da coordenada temporal é arbitrária e, portanto, existe um fator de fase comum a todos os \mathfrak{A} que é desprovido de significado físico; porém as fases dos \mathfrak{A} individuais entram de maneira essencial na quantidade \mathfrak{B} .³ Uma interpretação geométrica de tais relações de fase da teoria quântica em analogia com as da teoria clássica parece atualmente quase impossível.

Se procurarmos ainda uma representação para a quantidade $x(t)$ ³, encontramos sem dificuldade:

Clássica:

$$\mathfrak{C}(n, \gamma) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}_\alpha(n) \mathfrak{A}_\beta(n) \mathfrak{A}_{\gamma-\alpha-\beta}(n), \quad (22)$$

Quântica:

$$\mathfrak{C}(n, n - \gamma) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \sum_{\beta=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}(n, n - \alpha) \mathfrak{A}(n - \alpha, n - \alpha - \beta) \mathfrak{A}(n - \alpha - \beta, n - \gamma), \quad (23)$$

ou as correspondentes expressões integrais.

De maneira semelhante, todas as grandezas da forma $x(t)^n$ podem ser representadas na teoria quântica, e se uma qualquer função $f[x(t)]$ for dada, sempre se pode encontrar a expressão quântica correspondente, desde que a função possa ser expandida como uma série de potências em x . Uma dificuldade significativa surge, no entanto, se considerarmos duas grandezas $x(t)$, $y(t)$, e perguntarmos sobre o produto $x(t)y(t)$. Seja $x(t)$ caracterizado por \mathfrak{A} e $y(t)$ por \mathfrak{B} , obtemos as seguintes representações para $x(t)y(t)$:

^f *NdT*: $\sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}(n, n - \alpha) \mathfrak{A}(n - \alpha, n - \beta)$ pode ser visto como um produto matricial. Então, no caso quântico, estamos associando à posição uma matriz.

³Veja-se também H. A. Kramers e W. Heisenberg, loc. cit. As fases entram essencialmente nas expressões ali utilizadas para o momento de espalhamento induzido.

Clássica:

$$\mathfrak{C}_\beta(n) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}_\alpha(n) \mathfrak{B}_{\beta-\alpha}(n), \tag{24}$$

Quântica:

$$\mathfrak{C}(n, n - \beta) = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \mathfrak{A}(n, n - \alpha) \mathfrak{B}(n - \alpha, n - \beta). \tag{25}$$

Enquanto na teoria clássica $x(t)y(t)$ é sempre igual a $y(t)x(t)$, este não é necessariamente o caso na teoria quântica. Em casos especiais, por exemplo na expressão $x(t) \cdot x(t)^2$, esta dificuldade não surge.^g

Quando, como na questão colocada no início desta seção, trata-se de produtos da forma

$$v(t)\dot{v}(t) \tag{26}$$

então na teoria quântica este produto deve ser substituído por $\frac{v\dot{v}+\dot{v}v}{2}$, para obter que $v\dot{v}$ seja a derivada de $\frac{v^2}{2}$. De forma semelhante, parece sempre possível encontrar expressões naturais para os valores médios quânticos, embora possam ser ainda mais hipotéticas do que as fórmulas (20) e (21).

Além da dificuldade mencionada, fórmulas do tipo (20) e (21) poderiam, de forma bastante geral, ser suficientes para expressar a interação dos elétrons em um átomo em termos das amplitudes características dos elétrons.

§ 2. Após essas considerações, que se referiam à cinemática da teoria quântica, voltamos nossa atenção para o problema dinâmico que visa a determinação de \mathfrak{A} , ν , W a partir das forças dadas do sistema. Na teoria apresentada até aqui, esse problema será resolvido em duas etapas:

1. Integração da equação de movimento:

$$\ddot{x} + f(x) = 0. \tag{27}$$

2. Determinação, no caso de movimento periódico, da constante:

$$\oint pdq = \oint m\dot{x}dx = J(= nh). \tag{28}$$

Se buscarmos construir um formalismo da mecânica quântica correspondente o mais próximo possível ao da mecânica clássica, é muito natural adotar a equação de movimento (27) diretamente na teoria quântica. Neste ponto, no entanto, é necessário - para não se afastar da base sólida fornecida por aquelas quantidades que são, em princípio, observáveis - substituir as grandezas \ddot{x} e $f(x)$ por seus representantes da teoria quântica, conforme apresentado em § 1. Na teoria clássica, é possível obter a solução de (27) primeiramente expressando x como uma série de Fourier ou integral de Fourier com coeficientes (e frequências) indeterminados; por outro lado, em geral, obtemos então um conjunto infinito de equações contendo infinitas incógnitas, ou equações integrais, que podem ser reduzidas a relações recursivas simples para \mathfrak{A} apenas em casos especiais. Na teoria quântica, somos atualmente forçados a adotar este método de resolução da equação (27), uma vez que, como já foi dito, não é possível definir uma função teórica quântica diretamente análoga à função $x(n, t)$.

^g*NdT*: a não-comutatividade está na base do Princípio da Incerteza de Heisenberg, embora os operadores de posição, de fato, comutem.

Conseqüentemente, a solução teórica quântica de (27) só é possível nos casos mais simples. Antes de considerarmos estes exemplos simples, vamos apresentar uma reinterpretação quântica da determinação, a partir de (28), da constante do movimento periódico. Assumimos que (classicamente) o movimento seja periódico:

$$x = \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} a_{\alpha}(n)e^{i\alpha\omega_n t}; \tag{29}$$

então:

$$m\dot{x} = m \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} a_{\alpha}(n)i\alpha\omega_n e^{i\alpha\omega_n t}, \tag{30}$$

e:

$$\oint m\dot{x}dx = \oint m\dot{x}^2 dt = 2\pi m \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} a_{\alpha}(n)a_{-\alpha}(n)\alpha^2\omega_n. \tag{31}$$

Como, além disso, $a_{-\alpha}(n) = \overline{a_{\alpha}(n)}$ (pois x é real), segue então:

$$\oint m\dot{x}^2 dt = 2\pi m \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} |a_{\alpha}(n)|^2 \alpha^2 \omega_n. \tag{32}$$

Até agora, esta integral de fase tem sido definida igual a um múltiplo inteiro de h , ou seja, igual a nh ; uma tal condição se encaixa somente muito forçosamente no cálculo dinâmico, e parece arbitrária, segundo o ponto de vista adotado até agora, com respeito ao princípio da correspondência; de fato, segundo esse princípio, os J são determinados como múltiplos de h , a menos de uma constante aditiva e, em lugar da (32), seria mais natural escrever:

$$\frac{d}{dn}(nh) = \frac{d}{dn} \cdot \oint m\dot{x}^2 dt, \tag{33}$$

o que significa:

$$h = 2\pi m \sum_{\alpha=-\infty}^{\infty} \alpha \frac{d}{dn} (\alpha\omega_n \cdot |a_{\alpha}|^2). \tag{34}$$

Tal condição, por outro lado, determina então os a_{α} também a menos de uma constante, e na prática essa indeterminação tem dado origem a dificuldades devido à ocorrência de números quânticos semi-inteiros.

Se procurarmos uma relação na teoria quântica que corresponda a (32) e (34) e contendo apenas grandezas observáveis, a não ambigüidade que havia sido perdida é automaticamente restaurada.

Temos que admitir que apenas a equação (34) possui uma reformulação simples na teoria quântica que está relacionada à teoria da dispersão de Kramers:⁴

$$h = 4\pi m \sum_{\alpha=0}^{\infty} \{ |a(n, n + \alpha)|^2 \omega(n, n + \alpha) - |a(n, n - \alpha)|^2 \omega(n, n - \alpha) \}; \tag{35}$$

certamente essa relação é suficiente para determinar a de forma não ambígua, uma vez que a constante indeterminada contida nas grandezas a é automaticamente fixada pela condição de que exista um estado fundamental, do qual nenhuma radiação seja emitida.

⁴Esta relação já foi derivada a partir de considerações de dispersão por W. Kuhn, Zs. Phys. 33 (1925) 408, e W. Thomas, Naturwiss. 13 (1925) 627.

Seja este estado fundamental denotado por n_0 ; então deve ser para todos os α :

$$a(n_0, n_0 - \alpha) = 0 \quad (\text{para } \alpha > 0). \quad (36)$$

A questão sobre uma quantização com números semi-inteiros ou inteiros não surge em uma mecânica quântica baseada apenas em relações entre grandezas observáveis.

As equações (27) e (35), se solucionáveis, contêm uma determinação completa não apenas de frequências e valores de energia, mas também de probabilidades de transição da teoria quântica. Porém, a verdadeira solução matemática pode ser obtida apenas nos casos mais simples. Em muitos sistemas, por exemplo, o átomo de hidrogênio, uma complicação extraordinária surge porque as soluções correspondem a um movimento que é parcialmente periódico e parcialmente aperiódico. Como consequência dessa propriedade, as séries da teoria quântica (20), (21) e a equação (35) se decompõem em uma soma e uma integral. Do ponto de vista da mecânica quântica, tal decomposição em movimento periódico e aperiódico não pode ser realizada em geral.

No entanto, poderia-se considerar as equações (27) e (35) como uma solução satisfatória, pelo menos em princípio, do problema dinâmico se fosse possível demonstrar que essa solução concorda com (ou, pelo menos, não contradiz) as relações da mecânica quântica que conhecemos atualmente. Deve-se, por exemplo, estabelecer que a introdução de uma pequena perturbação em um problema dinâmico leva a termos adicionais na energia, ou frequência, do tipo encontrado por Kramers e Born, mas não do tipo dado pela teoria clássica. Além disso, deve-se também investigar se a equação (27), na forma da teoria quântica atual, daria, em geral, origem a uma integral de energia $m\frac{\dot{x}^2}{2} + U(x) = \text{constante}$, e se a energia assim derivada satisfaz a condição $\Delta W = h\nu$, em analogia com a condição clássica $\nu = \frac{\partial W}{\partial J}$. Uma resposta geral a essas questões elucidaria as conexões intrínsecas entre investigações anteriores da mecânica quântica e abriria caminho para uma mecânica quântica consistente, baseada exclusivamente em grandezas observáveis. Além de uma conexão geral entre a fórmula de dispersão de Kramers e as equações (27) e (35), podemos responder às questões acima apenas em casos muito especiais que podem ser resolvidos por meio de simples relações de recorrência.

Essa conexão geral entre a teoria da dispersão de Kramers e nossas equações (27) e (35) consiste no fato de que a partir da equação (27) (mais precisamente, do análogo da teoria quântica), segue, assim como na teoria clássica, que o elétron oscilante se comporta como um elétron livre quando exposto à luz de frequência muito mais alta do que qualquer frequência própria do sistema. Este resultado também decorre da teoria da dispersão de Kramers se, adicionalmente, levarmos em conta a equação (35). De fato, Kramers encontra, para o momento induzido por uma onda da forma $E \cos 2\pi\nu t$:

$$M = e^2 E \cos 2\pi\nu t \cdot \frac{2}{h} \sum_{\alpha=0}^{\infty} \left\{ \frac{|a(n, n + \alpha)|^2 \nu(n, n + \alpha)}{\nu^2(n, n + \alpha) - \nu^2} - \frac{|a(n, n - \alpha)|^2 \nu(n, n - \alpha)}{\nu^2(n, n - \alpha) - \nu^2} \right\}, \quad (37)$$

e então, para $\nu \gg \nu(n, n + \alpha)$:

$$M = -\frac{2e^2 E \cos 2\pi\nu t}{\nu^2 \cdot h} \sum_{\alpha=0}^{\infty} \{ |a(n, n + \alpha)|^2 \nu(n, n + \alpha) - |a(n, n - \alpha)|^2 \nu(n, n - \alpha) \}, \quad (38)$$

que, por causa da (35), se torna:

$$M = -\frac{2e^2 E \cos 2\pi\nu t}{\nu^2 4\pi^2 m}. \quad (39)$$

§ 3. Como exemplo muito simples será tratado em seguida o oscilador anarmônico:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \lambda x^2 = 0. \quad (40)$$

Classicamente, essa equação pode ser satisfeita por meio de uma solução do tipo:

$$x = \lambda a_0 + a_1 \cos \omega t + \lambda a_2 \cos 2\omega t + \lambda^2 a_3 \cos 3\omega t + \dots + \lambda^{\tau-1} a_\tau \cos \tau \omega t, \tag{41}$$

onde os a são uma série de potências em λ que começa com um termo independente de λ . Do ponto de vista quântico, tentamos com uma solução similar e representamos x com termos da forma:

$$\lambda a(n, n); \quad a(n, n-1) \cos \omega(n, n-1)t; \quad \lambda a(n, n-2) \cos \omega(n, n-2)t; \\ \dots a(n, n-\tau) \cos \omega(n, n-\tau)t \dots \tag{42}$$

As fórmulas de recursão para a determinação dos a e ω são (a parte termos de ordem λ) segundo as (16) e (17), ou (20) e (21):

Clássica:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 a_0(n) + \frac{a_1^2(n)}{2} &= 0, \\ -\omega^2 + \omega_0^2 &= 0, \\ (-4\omega^2 + \omega_0^2) a_2(n) + \frac{a_1^2}{2} &= 0, \\ (-9\omega^2 + \omega_0^2) a_3(n) + a_1 a_2 &= 0, \\ \dots & \end{aligned} \right\} \tag{43}$$

Quântica:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 a_0(n) + \frac{a^2(n+1,n) + a^2(n,n-1)}{4} &= 0, \\ -\omega^2(n, n-1) + \omega_0^2 &= 0, \\ (-\omega^2(n, n-2) + \omega_0^2) a(n, n-2) + \frac{a(n,n-1)a(n-1,n-2)}{2} &= 0, \\ (-\omega^2(n, n-3) + \omega_0^2) a(n, n-3) + \frac{a(n,n-1)a(n-1,n-3)}{2} + \frac{a(n,n-2)a(n-2,n-3)}{2} &= 0, \\ \dots & \end{aligned} \right\} \tag{44}$$

Além destas, vem a condição de quantização:

Clássica ($J = nh$):

$$1 = 2\pi m \frac{d}{dJ} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \tau^2 \frac{|a_\tau|^2 \omega}{4}. \tag{45}$$

Quântica:

$$h = \pi m \sum_0^{\infty} [|a(n+\tau, n)|^2 \omega(n+\tau, n) - |a(n, n-\tau)|^2 \omega(n, n-\tau)]. \tag{46}$$

Isso resulta, em primeira aproximação, em ambas as teorias, clássica e quântica:

$$a_1^2(n) \text{ ou } a^2(n, n-1) = \frac{(n + \text{constante})h}{\pi m \omega_0}. \tag{47}$$

Na teoria quântica a constante in (47) é determinada da condição de que $a(n_0, n_0 - 1)$ seja zero no estado fundamental. Numerando os n de forma tal que n seja justamente zero no estado fundamental, então $n_0 = 0$, segue que:

$$a^2(n, n - 1) = \frac{n\hbar}{\pi m \omega_0}. \tag{48}$$

Das fórmulas de recursão (43) segue então que na teoria clássica (em primeira ordem em λ) a_τ se torna da forma $\varkappa(\tau)n^{\tau/2}$ onde $\varkappa(\tau)$ representa um fator independente de n . Na teoria quântica, das relações (44) obtém-se:

$$a(n, n - \tau) = \varkappa(\tau) \sqrt{\frac{n!}{(n - \tau)!}}, \tag{49}$$

onde $\varkappa(\tau)$ representa o mesmo fator de proporcionalidade, independente de n . Para grandes valores de n , o valor quântico de a_τ tende naturalmente ao clássico.

Para a energia, parece natural tentar usar a solução clássica:

$$\frac{m\dot{x}^2}{2} + m\omega_0^2 \frac{x^2}{2} + \frac{m\lambda}{3} x^3 = W, \tag{50}$$

que na aproximação usada até aqui é constante também no caso quântico e, de acordo com (44), (47) e (49) possui o valor:

Clássica:

$$W = \frac{n\hbar\omega_0}{2\pi}. \tag{51}$$

Quântica [segundo (20) e (21)]:

$$W = \frac{(n + \frac{1}{2})\hbar\omega_0}{2\pi}, \tag{52}$$

(a menos de grandezas de ordem λ^2 .)

Então, segundo essa interpretação, já no caso do oscilador harmônico a energia não é representável por meio da mecânica clássica, ou seja, pela (51), mas possui a forma (52).

Os cálculos mais precisos, também nas ordens mais altas em W , a , ω , serão feitos no caso mais simples do oscilador anarmônico do tipo:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x + \lambda x^3 = 0. \tag{53}$$

Classicamente, pode-se colocar aqui:

$$x = a_1 \cos \omega t + \lambda a_3 \cos 3\omega t + \lambda^2 a_5 \cos 5\omega t + \dots, \tag{54}$$

e, analogamente, tentamos, na teoria quântica, a forma:

$$a(n, n - 1) \cos \omega(n, n - 1)t; \quad \lambda a(n, n - 3) \cos \omega(n, n - 3)t; \quad \dots \tag{55}$$

As quantidades a são novamente séries de potências em λ , cujo primeiro termo, como na (49), possui a forma:

$$a(n, n - \tau) = \varkappa(\tau) \sqrt{\frac{n!}{(n - \tau)!}}, \tag{56}$$

que se obtém da solução das equações correspondentes às (43) e (44).

Efetuada o cálculo de ω e a segundo as (43) e (44) até a ordem λ^2 e λ , obtém-se:

$$\omega(n, n - 1) = \omega_0 + \lambda \cdot \frac{3nh}{8\pi\omega_0^2 m} - \lambda^2 \cdot \frac{3h^2}{256\omega_0^5 m^2 \pi^2} (17n^2 + 7) + \dots \quad (57)$$

$$a(n, n - 1) = \sqrt{\frac{nh}{\pi\omega_0 m}} \left(1 - \lambda \frac{3nh}{16\pi\omega_0^3 m} + \dots \right). \quad (58)$$

$$a(n, n - 3) = \frac{1}{32} \sqrt{\frac{h^3}{\pi^3 \omega_0^7 m^3} n(n-1)(n-2)} \left(1 - \lambda \frac{39(n-1)h}{32\pi\omega_0^3 m} \right). \quad (59)$$

A energia, que é definida como a parte constante de:

$$m \frac{\dot{x}^2}{2} + m\omega_0^2 \frac{x^2}{2} + \frac{m\lambda}{4} x^4, \quad (60)$$

(que as partes periódicas sejam realmente todas nulas, em geral eu não consegui provar, mas esse é o caso para os membros calculados aqui), se torna:

$$W = \frac{(n + 1/2)h\omega_0}{2\pi} + \lambda \cdot \frac{3(n^2 + n + 1/2)h^2}{8 \cdot 4\pi^2 \omega_0^2 \cdot m} - \lambda^2 \cdot \frac{h^3}{512\pi^3 \omega_0^5 m^2} \left(17n^3 + \frac{51}{2}n^2 + \frac{59}{2}n + \frac{21}{2} \right). \quad (61)$$

Pode-se calcular essa energia por meio da abordagem de Kramers-Born, em que se considera o termo $m\lambda x^4/4$ como perturbação do oscilador harmônico. Se obtém assim realmente o mesmo resultado (61), o que me parece ser um notável suporte para as equações da teoria quântica aqui estabelecidas. Além disso, a energia calculada segundo a (61) satisfaz a fórmula (veja-se a (57)):

$$\frac{\omega(n, n - 1)}{2\pi} = \frac{1}{h} \cdot [W(n) - W(n - 1)], \quad (62)$$

que pode ser considerada uma condição necessária para a possibilidade de uma determinação das probabilidades de transição de acordo com as equações (27) e (35).

Concluindo, consideramos o caso de um rotor e chamamos a atenção para a relação das equações (20), (21) com as fórmulas de intensidade para o efeito Zeeman⁵ e para multipletos.⁶

Considere o rotor representado por um elétron que orbita um núcleo com distância constante a . Tanto classicamente quanto quanticamente, as equações de movimento simplesmente afirmam que o elétron descreve uma rotação plana e uniforme a uma distância a e com velocidade angular ω em torno do núcleo. A condição de quantização (35) produz, de acordo com (28):

$$h = \frac{d}{dn}(2\pi ma^2 \omega), \quad (63)$$

e, segundo (35):

$$h = 2\pi m \{ a^2 \omega(n + 1, n) - a^2 \omega(n, n - 1) \}, \quad (64)$$

da qual, em ambos os casos, segue que:

$$\omega(n, n - 1) = \frac{h \cdot (n + \text{constante})}{2\pi ma^2}. \quad (65)$$

⁵S. Goudsmit e R. de L. Kronig, Naturwiss. 13 (1925) 90; H. Hönl, Zs. f. Phys. 31 (1925) 340.

⁶R. de L. Kronig, Zs. f. Phys. 31 (1925) 885; A. Sommerfeld e H. Hönl, Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss. (1925) 141; H. N. Russell, Nature 115 (1925) 835.

A condição de que, no estado fundamental ($n_0 = 0$) a radiação deve desaparecer leva à fórmula:

$$\omega(n, n - 1) = \frac{hn}{2\pi ma^2}. \quad (66)$$

A energia se torna:

$$W = \frac{m}{2}v^2, \quad (67)$$

ou, segundo (20) e (21):

$$W = \frac{m}{2}a^2 \cdot \frac{\omega^2(n, n - 1) + \omega^2(n + 1, n)}{2} = \frac{h^2}{8\pi^2 ma^2} \left(n^2 + n + \frac{1}{2} \right), \quad (68)$$

que, novamente, satisfaz a condição:

$$\omega(n, n - 1) = \frac{2\pi}{h}[W(n) - W(n - 1)]. \quad (69)$$

Como suporte à validade das fórmulas (66) e (68), que diferem daquelas da teoria usual, pode-se mencionar que, de acordo com Kratzer,⁷ muitos espectros de banda (incluindo espectros para os quais a existência de um momento de elétron é improvável) parecem exigir fórmulas do tipo (66) e (68) (que, a fim de evitar a ruptura com a teoria clássica da mecânica, até então se tentava explicar por meio de números quânticos meio-inteiros).

Para chegar à fórmula de Goudsmit-Kronig-Hönl para o rotador, temos que deixar o campo de problemas com um grau de liberdade e temos que supor que o rotador, em uma qualquer direção no espaço, execute uma precessão muito lenta σ em torno do eixo z de um campo externo. Seja o número quântico correspondente a essa precessão m . O movimento é então representado pelas grandezas:

$$z : a(n, n - 1; m, m) \cos \omega(n, n - 1)t; \quad (70)$$

$$x + iy : b(n, n - 1; m, m - 1)e^{i[\omega(n, n - 1) + \sigma]t}; \quad (71)$$

$$b(n, n - 1; m - 1, m)e^{i[-\omega(n, n - 1) + \sigma]t}. \quad (72)$$

As equações do movimento são simplesmente:

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2, \quad (73)$$

que, segundo a (20), dá as equações:⁸

$$\frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} a^2(n, n - 1; m, m) + b^2(n, n - 1; m, m - 1) + b^2(n, n - 1; m, m + 1) + \frac{1}{2} a^2(n + 1, n; m, m) + b^2(n + 1, n; m - 1, m) + b^2(n + 1, n; m + 1, m) \right\} = a^2. \quad (74)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} a(n, n - 1; m, m) a(n - 1, n - 2; m, m) \\ & = b(n, n - 1; m, m + 1) b(n - 1, n - 2; m + 1, m) \\ & + b(n, n - 1; m, m - 1) b(n - 1, n - 2; m - 1, m). \end{aligned} \quad (75)$$

⁷Veja-se, por exemplo, B. A. Kratzer, Sitzungsber. d. Bayr. Akad. (1922) p. 107

⁸A equação (74) é essencialmente idêntica às regras de soma de Ornstein-Burger.

Além disso, segundo a (35), vem a condição de quantização:

$$2\pi m\{b^2(n, n - 1; m, m - 1)\omega(n, n - 1) - b^2(n, n - 1; m - 1, m)\omega(n, n - 1)\} = (m + \text{constante})h. \quad (76)$$

As relações clássicas que correspondem a essas são:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}a_0^2 + b_1^2 + b_{-1}^2 &= a^2; \\ \frac{1}{4}a_0^2 &= b_1b_{-1}; \\ 2\pi m(b_{+1}^2 - b_{-1}^2)\omega &= (m + \text{constante})h, \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

e são suficientes (a parte a constante aditiva a m) para a determinação única de a_0 , b_1 e b_{-1} .

A mais simples solução que se apresenta para as (74), (75) e (76) é:

$$b(n, n - 1; m, m - 1) = a\sqrt{\frac{(n + m + 1)(n + m)}{4(n + 1/2)n}}; \quad (78)$$

$$b(n, n - 1; m - 1, m) = a\sqrt{\frac{(n - m)(n - m + 1)}{4(n + 1/2)n}}; \quad (79)$$

$$a(n, n - 1; m, m) = a\sqrt{\frac{(n + m + 1)(n - m)}{4(n + 1/2)n}}. \quad (80)$$

Essas expressões concordam com as fórmulas de Goudsmit, Kronig e Hönl; no entanto, não é facilmente visível que essas expressões representam a única solução das equações (74), (75), (76), embora isso me pareça provável considerando as condições de contorno (desaparecimento de a e b na fronteira, veja-se os artigos de Kronig, Sommerfeld e Hönl, Russell citados acima).

Considerações similares às acima, aplicadas às fórmulas de intensidade dos multipletos, levam ao resultado de que essas regras de intensidade estão em concordância com as equações (20) e (35). Esse resultado pode ser novamente considerado como fornecendo suporte para a validade da equação cinemática (20).

Se um método para determinar dados da teoria quântica usando relações entre grandezas observáveis, como o proposto aqui, poderia ser considerado satisfatório em princípio, ou se esse método, afinal, representa uma abordagem muito grosseira para o problema físico de construir uma mecânica quântica teórica, um problema obviamente muito complexo no momento, só pode ser decidido por uma investigação matemática mais intensiva do método que foi muito superficialmente empregado aqui.

Gotinga, Instituto de Física Teórica.

Um pioneiro esquecido: Guido Beck e a previsão da existência de ondas gravitacionais

Alexandre Sampaio da Cruz¹, Rafael Velloso² e Antonio Augusto Passos Videira^{1,2}

¹Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas

²Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Resumo

Em 1925, o jovem físico austríaco Guido Beck obteve a primeira solução exata das equações da relatividade geral que expressa o fenômeno de transporte de energia por ondas gravitacionais. Apesar de sua relevância e caráter pioneiro, o trabalho de Beck permaneceu desconhecido da comunidade dos físicos por décadas. Trazemos aqui uma tradução para o português do artigo original, publicado em alemão, no qual Beck apresenta esse resultado, além de uma contextualização dos anos iniciais de sua carreira, quando trabalhou na área de relatividade geral.

Abstract

In 1925, the young Austrian physicist Guido Beck obtained the first exact solution to the equations of general relativity that exhibits the phenomenon of energy transport via gravitational waves. Despite its relevance and pioneering character, Beck's work remained unknown to the physics community for decades. Here we present a translation into Portuguese of the original article, written in German, in which Beck presents these results, along with an overview of the early years of his career, when he worked in the field of general relativity.

Palavras-chave: Guido Beck; ondas gravitacionais; relatividade geral.

Keywords: Guido Beck; gravitational waves; general relativity.

DOI: [10.47456/Cad.Astro.v6n2.49164](https://doi.org/10.47456/Cad.Astro.v6n2.49164)

1 Introdução

No dia 11 de julho de 1925, a revista alemã *Zeitschrift für Physik* recebia a submissão de um artigo [1] escrito por um jovem doutor em física, Guido Beck (1903-1988), contendo um resultado importante, mas que, na época, foi completamente ignorado. Em breves palavras, o resultado apresentado por Beck dizia respeito à existência de ondas gravitacionais. Sua solução foi obtida no quadro da teoria da relatividade geral, formulada por Albert Einstein dez anos antes. Deve ser também observado que o próprio Einstein já havia em ao menos dois artigos, publicados na década de 1910, tratado do mesmo problema. Igualmente digno de nota é que este assunto, ao qual o físico de origem alemã retornaria em meados dos anos 1930, pode ser considerado como um tema pelo qual Einstein nutria sentimentos ambivalentes. No entanto, arriscamo-nos a dizer que ele preferia defender a não existência desse fenô-

meno. Como é bem conhecido, a existência das ondas gravitacionais foi comprovada em meados dos anos 2010 e é vista, pelos especialistas, como uma prova incontestável da correção da teoria da relatividade geral, merecedora, inclusive, de ser recompensada com o prêmio Nobel de Física para 2017. Nem sempre o criador compreende bem a sua própria criação.

O resultado apresentado por Beck havia sido formulado primeiramente em sua tese de doutorado, defendida no Instituto de Física Teórica da Universidade de Viena dois meses antes, em 04 de maio, e tinha sido avaliado como sendo de excelente qualidade. O supervisor de Beck foi o catedrático de física teórica e conhecido especialista em teoria da relatividade, Hans Thirring (1888-1976). Animado com a avaliação da sua banca, Beck encaminhou primeiramente o seu artigo para a prestigiosa revista, também ela alemã, *Annalen der Physik*, cujo diretor era então o prê-

mio Nobel de Física para o ano de 1911, Wilhelm Wien (1864-1928). Wien era, então, um dos mais importantes físicos experimentais em atividade. A recepção do artigo por Wien foi direta e sem possibilidade de apelação. Ele recusou o trabalho de Beck, alegando que o seu tema não era apropriado para a revista pela qual ele era responsável.

Mostrando confiança naquilo que havia feito, Beck não titubeou e submeteu o artigo para a *Zeitschrift für Physik*, criada havia não muito tempo e justamente para “driblar” os preconceitos científicos de Wien. Desta vez, Beck teve mais sorte, ao menos no que diz respeito à publicação. Outra foi, contudo, a recepção dada ao seu artigo. Este permaneceu ignorado por décadas até que um historiador da ciência norte-americano (Daniel Kennefick), motivado por um “entrevista” entre Einstein e o editor da *Physical Review*, isto já na década de 1930, redescobriu o trabalho de Beck.

Nesta nota introdutória, o nosso objetivo não é tentar explicar o porquê do artigo de Beck ter permanecido desconhecido. Talvez isso não possa ser explicado. O próprio Beck parece não ter se interessado em divulgar o seu resultado. Menos de dois anos depois de ter publicado o artigo, ele já tinha deixado de trabalhar em relatividade geral. Suas contribuições a essa área são escassas. Além do artigo de 1925, cuja tradução — esta, sim, o objetivo da presente nota — em português acontece agora pela primeira vez, ele publicou um breve texto em francês durante o período em que trabalhou por um semestre na Universidade de Berna em 1926: *La propagation des ondes électromagnétiques dans la théorie de la relativité générale* (*Archives des sciences physiques et naturelles*, (5), volume 8, p. 75-77) e, quatro mais tarde (1929), um capítulo no volume 4 do *Handbuch der Physik: Allgemeine Relativitätstheorie*, p. 299-407. O convite para escrever esse capítulo partiu do seu antigo orientador, que foi o editor deste volume. A partir de 1927, Beck passou para a ainda mais nova área da física: mecânica quântica. Em particular, ele se interessou em aplicar esse domínio a fenômenos que aconteciam no núcleo atômico. Em outras palavras, o físico austríaco foi um dos primeiros a tentar construir uma física nuclear.

Esta nota está dividida em quatro partes, incluindo esta introdução. Na segunda parte, des-

crevemos quem era Beck na segunda metade da década de 1920, época em que trabalhou em relatividade geral. Na terceira parte, abordamos os resultados que aí obteve. Nossos comentários são baseados em dois artigos: Havas (1995) [2] e Eisenstaedt (1995) [3], textos que comentam com propriedade as suas contribuições naquela que já foi considerada como a maior catedral científica construída por um ser humano [4]. Na quarta e última parte, dedicada à conclusão, arriscamos a fornecer algumas razões que tornam interessante a leitura deste artigo.

Uma última observação. A tradução, de nossa autoria, procurou respeitar o estilo e a organização dados pelo próprio Beck ao seu texto. Assim, não devem estranhar os leitores algumas expressões que ele empregou para expressar as suas ideias. Mesmo a sua notação não é exatamente a mesma dos nossos dias.

2 Guido Beck em 1925

Nascido em 29 de outubro de 1903, no antigo Império Austro-Húngaro, em uma cidade localizada na região da Boêmia e então chamada de Reichenberg (hoje Liberec, atual República Tcheca), Beck viveu os primeiros quatro anos de sua vida em sua cidade natal para, então, em 1908, mudar-se para Zurique (Suíça), em razão do trabalho de seu pai, Josef Beck. Beck filho, pai e sua mãe, Lucy (Sommernitz em solteira) permaneceram na Suíça até o fim da Primeira Guerra Mundial.

A descoberta das áreas às quais, futuramente, Beck dedicaria sua vida profissional, a saber, física e matemática, ocorreu durante sua adolescência, aos 13 anos, através de uma enciclopédia de seu pai, *Meyers Konversationslexikon*. A leitura da enciclopédia de seu pai permitiu a Beck ter acesso à trigonometria e a um verbete sobre a lei da queda livre dos corpos, desenvolvida por Galileu. Estas “descobertas” despertaram o interesse do jovem por física e matemática.

Outra obra que, de acordo com o próprio Beck [5], aprofundou seu interesse por física, foi o livro escrito por Einstein e publicado em 1916, cujo objetivo era descrever as novas ideias da relatividade geral e restrita, mas de forma que fosse compreensível para um público leigo, *Über die spezi-*

elle und die allgemeine Relativitätstheorie (Sobre a teoria da relatividade geral e restrita). Era à leitura deste livro que Beck atribuía o seu despertar para a relatividade e a consolidação daquela que seria sua companheira por toda a vida, a física. Tal interesse pode ser percebido, por exemplo, pelas palestras proferidas sobre relatividade, para um público leigo, pelo jovem estudante, enquanto ainda residia na Suíça. Ao que tudo indica, tais palestras ocorreram ao longo de 1919, quando Beck possuía cerca de 16 anos. Foi também em 1919 que o nome de Einstein passa a ser conhecido pelo público mais amplo, em razão da confirmação empírica da relatividade geral, em ocasião da observação do eclipse solar ocorrido neste mesmo ano [6]. Seus interesses o levaram, portanto, a ingressar no curso de física na Universidade de Viena, em 1921.

Enquanto estudante de física na Universidade de Viena, Beck pôde escolher cursos que correspondiam a seus interesses, pois o sistema universitário austríaco era bastante livre e não havia uma estrutura de disciplinas obrigatórias e pré-requisitos. Logo, os cursos acompanhados por Beck foram, basicamente, aqueles proferidos por Thirring, então catedrático de física teórica e especialista em relatividade. Dentre as disciplinas, Beck acompanhou um curso completo de física teórica, que abordava mecânica, termodinâmica e ótica, até chegar à física moderna, que se resumia, essencialmente, à relatividade mais fragmentos de mecânica quântica. Fragmentos, pois na primeira metade da década de 1920 o que hoje conhecemos como teoria quântica ainda não estava “terminada” e, além disto, este domínio da física encontrava-se imerso em polêmicas. Apesar de Thirring ter sido um nome apto para o ensino de mecânica quântica,¹ a Universidade de Viena ficou acéfala no que diz respeito ao ensino deste conteúdo até 1959, em virtude da recusa dos físi-

cos vienenses em aceitar os resultados desta nova física, considerados precários e repletos de lacunas, no que diz respeito ao seu conteúdo teórico-conceitual [9,10]. Ademais, recorrentes crises afetavam o cotidiano da Universidade de Viena; crises estas inicialmente causadas pelo desmantelamento do Império Austro-Húngaro e, posteriormente, pela anexação da Áustria pela Alemanha nazista e pela 2^a Guerra Mundial.

Com todas as dificuldades que afetavam o ensino e a pesquisa em mecânica quântica austríaca, parece-nos razoável que, ao menos até 1925, Beck seguisse uma carreira em relatividade. Afinal, além de estabelecidas e confirmadas empiricamente, as ideias de Einstein foram bem recebidas entre os físicos vienenses; não apenas pelos seus resultados, mas, principalmente, pela sua estrutura teórico-filosófica. Mesmo nos momentos em que as ideias de Einstein encontravam resistência dentre seus homólogos alemães, os austríacos não hesitavam e defendiam, publicamente, Einstein, a relatividade e suas implicações físico-filosóficas [11–13].

Como afirmado anteriormente, além deste artigo aqui traduzido, Beck possui apenas mais duas publicações em relatividade: *La propagation des ondes électromagnétiques dans la théorie de la relativité générale* (1926) e um capítulo no *Handbuch der Physik: Allgemeine Relativitätstheorie* (1929).

Pode-se questionar o porquê dessa mudança (da relatividade para a teoria quântica), diante da precária situação da pesquisa em física quântica no contexto austríaco. É verdade que Beck deixou Viena em 1926 a fim de se tornar assistente na Universidade de Berna (Suíça), retornando em 1927, para, um ano depois, mudar-se novamente, desta vez para trabalhar como assistente de Heisenberg, na Universidade de Leipzig (Alemanha), onde ficou até 1932. Além disto, já em 1925 a mecânica quântica parecia ser uma área promissora, vide seus bons resultados e aplicações, atraindo cada vez mais jovens pesquisadores [14]. Portanto, de uma perspectiva de um físico recém-formado, que almejava estabelecer-se profissionalmente, essa mudança de área era compreensível [5].

¹Thirring publica em 1928 um livro que, de acordo com o próprio catedrático, é um dos primeiros a estruturar os desenvolvimentos da época sobre mecânica quântica. Seu livro, *Die Grundgedanken der neueren Quantentheorie* [7] (As ideias fundamentais da nova Teoria Quântica), dedica-se a abordar desde o eletromagnetismo clássico e suas intersecções com a mecânica quântica até a equação de onda, proposta por Erwin Schrödinger, e o Princípio de Incerteza, proposto por Werner Heisenberg. Para mais informações sobre Thirring e a mecânica quântica, cf. Videira e Velloso (2025) [8].

3 As contribuições de Beck à teoria da relatividade geral

Na época em que Beck publicou o trabalho aqui traduzido, o fenômeno da radiação gravitacional já era, em grande parte, aceito pela comunidade de físicos, embora ainda carecesse de qualquer evidência experimental. Tal aceitação se devia, em parte, à tentadora analogia com a bem estabelecida teoria eletromagnética. De fato, os resultados obtidos por Einstein em seus trabalhos de 1916 e 1918 [15, 16], por meio da versão linearizada das equações de campo da relatividade geral, incentivaram essa analogia. No entanto, existiam preocupações legítimas quanto ao papel dos termos não lineares das equações completas de Einstein na propagação de tais ondas. Tornava-se, então, de grande interesse a obtenção de soluções exatas das equações da relatividade geral que representassem a propagação de ondas gravitacionais. Curiosamente, a busca por tais soluções levaria o próprio Einstein, em colaboração com Nathan Rosen, a rejeitar — equivocadamente — a existência de ondas gravitacionais em um artigo submetido à *Physical Review* na década de 1930.² O que Einstein e Rosen não sabiam é que uma solução desse tipo já havia sido obtida por Guido Beck, em 1925.

Em seu trabalho, Beck parte da solução axissimétrica estática obtida por Hermann Weyl (1917) [18] e aplica uma transformação complexa de coordenadas, obtendo assim uma nova solução que depende explicitamente do tempo e de uma coordenada espacial. Segundo Eisenstaedt [3], essa teria sido a primeira vez que essa técnica foi empregada no contexto da teoria da relatividade geral. A solução obtida por Beck é notável por ser a primeira solução exata, dependente do tempo e de caráter não cosmológico³ das equações da relatividade geral. Ironicamente, Einstein e Rosen redescobriram a mesma solução de maneira independente em 1937 [19], um ano após terem

²Os autores — em particular, Einstein — desistiram da publicação do artigo na *Physical Review* após a insatisfação de Einstein com o envio do artigo para revisão por um parecerista anônimo. Esse episódio é detalhado em Kennefick (2005) [17].

³As soluções não estáticas conhecidas até então eram as de Einstein, de Sitter e Friedmann (embora esta tenha sido ignorada na época). Todas elas partem da hipótese de um espaço-tempo homogêneo e isotrópico, o que simplifica consideravelmente as equações de campo.

argumentado contra a existência das ondas gravitacionais e doze anos após a publicação do artigo de Beck.

A partir da solução obtida para a métrica, Beck constrói o pseudo-tensor de energia e mostra que o transporte de momento-energia por meio de ondas gravitacionais está presente em sua solução. Assim como havia feito Einstein nos trabalhos da década de 1910, Beck identifica também ondas espúrias, que não transportam energia e que podem ser removidas por transformações de coordenadas. A principal diferença qualitativa é que Beck obtém esses resultados a partir de uma solução das equações completas da relatividade geral, e não de sua versão linearizada. Além disso, as ondas obtidas por Beck são de natureza cilíndrica, em contraste com as ondas planas encontradas por Einstein em primeira aproximação.

Na parte final do artigo, Beck utiliza uma aproximação de primeira ordem para campos fracos para calcular as forças de arraste gravitacional exercidas sobre uma massa puntiforme na vizinhança de uma distribuição axial de massas em rotação. O resultado obtido constitui uma generalização dos trabalhos de 1918 de Thirring [20] e de Lense e Thirring [21], nos quais a simetria axial explorada decorre da rotação de uma distribuição esfericamente simétrica de massa. À luz desse resultado, Beck dedica a última seção do artigo a uma discussão sobre o princípio de Mach⁴ e conclui que as equações obtidas não implicam a validade ou a violação desse princípio.

Dos três trabalhos produzidos por Beck na área da relatividade geral, o artigo aqui traduzido é — ou seria, não fosse seu esquecimento — o de maior relevância do ponto de vista científico. No entanto, pode-se afirmar que a contribuição ao *Handbuch der Physik* foi de maior importância para a trajetória profissional de Beck, uma vez que tornou seu nome universalmente conhecido entre a comunidade de físicos da época [2]. Entre essas duas produções, houve ainda a publicação do já mencionado artigo *La propagation des ondes électromagnétiques dans la théorie de la relativité*

⁴O princípio de Mach, creditado ao físico e filósofo austríaco Ernst Mach, pode ser resumido na proposição de que a inércia de um dado corpo decorre de sua esparsa interação gravitacional com toda a matéria restante do universo. Esse princípio foi de grande influência para Einstein na elaboração da teoria da Relatividade Geral.

générale, no qual é apresentada uma sucinta demonstração de um resultado já obtido por M. von Laue: ondas eletromagnéticas se propagam sobre o cone de luz — isto é, com velocidade igual à velocidade da luz no vácuo — desde que a intensidade do campo eletromagnético seja tomada como insuficiente para modificar sensivelmente o campo gravitacional. Esse trabalho, contudo, não apresenta um resultado original. O seu conteúdo mostra, uma vez mais, um domínio preciso e correto das complicadas equações da relatividade geral, o mesmo ocorrendo nas suas partes conceituais sutis.

4 Conclusão

A nossa “recuperação” do artigo de 1925 de Beck não deve ser entendida como se procurássemos “fazer justiça” a um físico “injustamente” esquecido ou “insuficientemente” reconhecido. “Reparações” históricas não fazem sentido em história da ciência. O passado não pode ser corrigido, mas o presente, este sim, pode ser influenciado pela nossa compreensão daquilo que ocorreu em outros tempos. A ausência de Beck nos anais da história da teoria da relatividade geral torna-se explicável através da dinâmica da prática científica, a qual assemelha-se mais ao cotidiano “ordinário” da maioria dos seres humanos do que comumente se imagina.

A longa trajetória acadêmica do físico austríaco, só terminada com a sua morte em outubro de 1988, sugere que ele nunca se interessou por prêmios ou honrarias. Ao publicar os seus primeiros resultados científicos, Beck mostrava para si, e para os seus pares, que ele era bem formado, trabalhava duro e obtinha resultados interessantes, dignos de circular em revistas mais importantes. Naquele ano de 1925, era isso fundamentalmente o que importava, afinal Beck era “apenas” um recém-doutor em busca de um emprego em uma Europa Central dividida e empobrecida.

Beck, ao que consta, nunca reclamou para si a prioridade na descoberta das ondas gravitacionais. Não era esse o tipo de valor que o motivava na prática da ciência. Sua personalidade científica é mais bem delineada caso se tenha em mente a figura do(a) cientista movido(a) pela curiosidade, pela vontade de conhecer um pouco me-

lhor a natureza. Nisto, Beck emulava o comportamento daquele que o “seduziu” para a física e, de certo modo, foi a sua mais importante referência científica, o próprio Einstein.

Agradecimentos

Rafael Velloso agradece a bolsa de doutorado concedida pela CAPES (n^o 88887.621975/2021-00). Antonio A. P. Videira é grato à bolsa de produtividade do CNPq (n^o 303.597/2022-5) e ao apoio financeiro da UERJ (Prociência).

Sobre os tradutores

Alexandre Cruz (scalexandre@proton.me) é bacharel em física e astronomia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro e mestre em física pelo Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas.

Rafael Velloso (veloso.rafa@gmail.com) é licenciado em física pela Universidade Federal do Rio de Janeiro e doutor em filosofia pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Antonio Augusto Passos Videira (guto@cbrpf.br) é professor do departamento de filosofia da Universidade do Estado do Rio de Janeiro e pesquisador colaborador do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas.

Referências

- [1] G. Beck, *Zur Theorie Binärer Gravitationsfelder*, *Zeitschrift für Physik* **33**(1), 713 (1925).
- [2] P. Havas, *The Life and Work of Guido Beck: The European Years: 1903-1943*, in *Guido Beck Symposium, Anais da Academia Brasileira de Ciências, vol. 67, Suplemento 1*, editado por H. M. Nussenzveig e A. A. P. Videira (1995), 11–35.
- [3] J. Eisenstaedt, *Guido Beck in General Relativity*, in *Guido Beck Symposium, Anais da Academia Brasileira de Ciências, vol. 67, Suplemento 1*, editado por H. M. Nussenzveig e A. A. P. Videira (1995), 49–65.

- [4] A. L. Leite Videira, *Um dos maiores – Se não mesmo o maior dos feitos na história do pensamento humano*, Monografia, CBPF **2**(1), 1 (2016). Disponível em <https://revistas.cbpf.br/index.php/M0/issue/view/63>, acesso em ago. 2025.
- [5] A. A. P. Videira e R. Velloso, *Formalismo Matemático e Representação Física* (São Paulo, Associação Filosófica Scientiae Studia, 2022).
- [6] A. A. P. Videira, *Henrique Morize e o eclipse solar total de maio de 1919*, *Rev. Bras. Ensino Fís.* **41**(1) (2019).
- [7] H. Thirring, *Die Grundgedanken der neueren Quantentheorie. In: Ergebnisse der Exakten Naturwissenschaften.* (Springer, Berlin, Heidelberg, 1928).
- [8] A. A. P. Videira e R. Velloso, *Nem Heisenberg, nem Schrödinger: o enigma quântico ainda não encontrou a sua solução - o exemplo de Hans Thirring*, *Revista Ciência & Cultura* **77**(2), 21 (2025), acesso em 04/07/2025.
- [9] F. Del Santo e E. Schwarzhans, “Philosophy-*sics*” at the University of Vienna: The (Pre-) History of Foundations of Quantum Physics in the Viennese Cultural Context, *Physics in Perspective* **24**(2-3), 125–153 (2022).
- [10] W. Thirring, *The Joy of Discovery: Great Encounters Along the Way.* (Nova Jersey, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2011).
- [11] P. Frank, *Between Physics and Philosophy* (Harvard University Press, Cambridge, Mass., 1941).
- [12] E. Schrödinger, *Science And The Human Temperament.* (Londres, George Allen & Unwin ltd, 1935).
- [13] M. Stöltzner, *Causality, realism and the two strands of Boltzmann’s legacy (1896 - 1936)*, Tese de Doutorado, Universidade de Bielefeld (2003). Disponível em <https://d-nb.info/975327844/34>, acesso em ago. 2025.
- [14] A. Kojevnikov, *The Copenhagen Network: The Birth of Quantum Mechanics from a Postdoctoral Perspective* (Cham, Springer, 2020).
- [15] A. Einstein, *Näherungsweise Integration der Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften 688–696 (1916).
- [16] A. Einstein, *Über Gravitationswellen*, Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften 154–167 (1918).
- [17] D. Kennefick, *Einstein Versus the Physical Review*, *Physics Today* **58**(9), 43 (2005).
- [18] H. Weyl, *Zur Gravitationstheorie*, *Annalen der Physik* **359**(18), 117 (1917).
- [19] A. Einstein e N. Rosen, *On gravitational waves*, *Journal of the Franklin Institute* **223**(1), 43 (1937).
- [20] H. Thirring, *Über die Wirkung rotierender ferner Massen in der Einsteinschen Gravitationstheorie.*, *Physikalische Zeitschrift* **19**, 33 (1918).
- [21] J. Lense e H. Thirring, *Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie*, *Physikalische Zeitschrift* **19**, 156 (1918).

Sobre a Teoria dos Campos Gravitacionais Binários

Por Guido Beck em Viena. (Recebido em 11 de julho de 1925.)

A seguir, serão discutidos alguns casos específicos com base na teoria dos campos gravitacionais axissimétricos desenvolvida por Weyl¹ e Levi-Civita.²

§1 O CAMPO AXISSIMÉTRICO INDEPENDENTE DO TEMPO

A exigência de que o campo seja independente do tempo significa, em primeiro lugar, que podemos introduzir um sistema de coordenadas de tal forma que todas as componentes do tensor fundamental sejam independentes da coordenada temporal. Com isso, o sistema de coordenadas está determinado, exceto por transformações das coordenadas espaciais e por possíveis movimentos estacionários. A condição de simetria exige ainda que exista uma coordenada de rotação distinta x_3 , da qual os g_{ik} também não devem depender, dada uma escolha adequada das coordenadas. Além disso, pode-se mostrar que, em virtude da condição de simetria, deve valer: $g_{13} = g_{23} = 0$. Consideremos, por exemplo, a superfície $t = const.$, $x_1 = const.$, onde t é a variável temporal e x_1 uma das duas coordenadas espaciais ainda arbitrárias. Nesta superfície, também deve prevalecer a simetria rotacional; seu elemento de linha deve surgir do elemento de linha euclidiano em coordenadas polares por uma “distorção” do raio e , portanto, deve ter a forma: $adx_2^2 + bdx_3^2$, de onde se conclui que $g_{23} = 0$. Analogamente, obtém-se $g_{13} = 0$. Nosso elemento de linha tem, portanto, a forma:

$$ds^2 = g_{00}dt^2 + 2g_{01}dx_1dt + 2g_{02}dx_2dt + 2g_{03}dx_3dt + g_{11}dx_1^2 + 2g_{12}dx_1dx_2 + g_{22}dx_2^2 + g_{33}dx_3^2.$$

Como os g_{ik} dependem apenas de x_1 e x_2 , ainda é possível, por meio de uma transformação no plano coordenado (x_1x_2) , alcançar que g_{12} também desapareça e que $g_{11} = g_{22} = \gamma$. Em um campo axissimétrico independente do tempo, pode-se sempre indicar um sistema de coordenadas no qual o elemento de linha assume a forma (1):

$$ds^2 = g_{00}dt^2 + 2g_{01}dx_1dt + 2g_{02}dx_2dt + 2g_{03}dx_3dt + \gamma(dx_1^2 + dx_2^2) + g_{33}dx_3^2, \quad (1)$$

onde todos os g_{ik} ³ são funções apenas de x_1 e x_2 .

Um campo desse tipo será realizado quando a disposição das massas geradoras do campo também for independente do tempo e axissimétrica. Nesse caso, o tensor de matéria deverá satisfazer certas condições, que serão examinadas mais detalhadamente a seguir. Para esse fim, partimos das equações de campo de Einstein para a gravitação:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = T_{ik}. \quad (2)$$

Pode-se perceber, em primeiro lugar, que as componentes do tensor de matéria T_{ik} em nosso sistema de coordenadas podem depender apenas de x_1 e x_2 , uma vez que os lados esquerdos de (2) também dependem apenas dessas variáveis. Além disso, vemos que teremos que distinguir dois casos:

A) *O caso estático.* Este é caracterizado pelo fato de que o fluxo de massa ou energia desaparece. Isso se expressa na relação:

$$T_{01} = T_{02} = T_{03} = T_0^1 = T_0^2 = T_0^3 = 0. \quad (3)$$

¹H. Weyl, Zur Gravitationstheorie. Ann. d. Phys. 54, 117, 1917. Comentários sobre em Ann. d. Phys. 59, 185, 1919.

²Levi-Civita, ds^2 einsteiniani in campi newtoniani. VIII. Rendace. dei Lincei 28 [1], 3, 1919.

³[N. d. T.] incluindo γ .

Agora, vale: $T_{01} = g_{ik}T_0^k = g_{10}T_0^0 = 0$.⁴ Como T_0^0 não deve desaparecer, deve valer $g_{10} = 0$ e, analogamente, $g_{20} = g_{30} = 0$. Disso seguem, levando em conta (3), as relações adicionais:

$$T_1^0 = T_2^0 = T_3^0 = T^{01} = T^{02} = T^{03} = 0.$$

$g_{01} = g_{02} = g_{03} = 0$ é, portanto, uma condição necessária para o caso estático. Ao inserir essa condição em (2), reconhece-se que ela também é suficiente para a validade de (3).

No caso estático, nosso elemento de linha (1) assume a forma:⁵

$$ds^2 = f dt^2 - h(dx_1^2 + dx_2^2) - l dx_3^2, \quad (4)$$

como usado por Weyl.⁶

B) *O caso estacionário.* No caso estacionário, a relação (3) não é satisfeita. Portanto, conforme mencionado acima, g_{01}, g_{02}, g_{03} também não devem desaparecer simultaneamente em todos os lugares; o elemento de linha possui a forma mais geral (1)⁷.

Essa distinção vale inicialmente apenas no interior da matéria, pois assumimos que T_0^0 não desaparece. No entanto, como os g_{ik} devem atravessar continuamente o limite da matéria, essa distinção geralmente mantém sua validade também no vácuo.

Agora, com base em (4), as equações de campo para o caso estático serão explicitamente estabelecidas. Os cálculos fornecem:

$$\left. \begin{aligned} R_{00} &= \frac{1}{2h} \left\{ \Delta^2 f - \left[f, \ln \sqrt{\frac{f}{l}} \right] \right\}, \\ R_{11} &= -\frac{1}{2} \Delta^2 \ln h - \frac{\partial^2 \ln \sqrt{fl}}{\partial x_1^2} - \left(\frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial x_1} \right)^2 - \left(\frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial x_1} \right)^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial x_1} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x_1} - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial x_2} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x_2}, \\ R_{22} &= -\frac{1}{2} \Delta^2 \ln h - \frac{\partial^2 \ln \sqrt{fl}}{\partial x_2^2} - \left(\frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial x_2} \right)^2 - \left(\frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial x_2} \right)^2 \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial x_1} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial x_2} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x_2}, \\ R_{33} &= -\frac{1}{2h} \left\{ \Delta^2 l + \left[l, \ln \sqrt{\frac{f}{l}} \right] \right\}, \\ R_{12} &= -\frac{\partial^2 \ln \sqrt{fl}}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x_1} \frac{\partial \ln h}{\partial x_2} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x_2} \frac{\partial \ln h}{\partial x_1} \\ &\quad - \frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial x_1} \frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial x_2} - \frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial x_1} \frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial x_2}, \\ R_{01} &= R_{02} = R_{03} = R_{13} = R_{23} \equiv 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Os dois símbolos a seguir são usados para abreviações:

$$\Delta^2 \alpha = \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x_2^2}; \quad [\alpha, \beta] = \frac{\partial \alpha}{\partial x_1} \frac{\partial \beta}{\partial x_1} + \frac{\partial \alpha}{\partial x_2} \frac{\partial \beta}{\partial x_2}.$$

⁴[N. d. T.] Aqui entendemos que há um pequeno erro de digitação na primeira igualdade: g_{ik} deveria ser g_{1k} .

⁵[N. d. T.] f, h e l são funções de x_1 e x_2 .

⁶H. Weyl, l.c. [N. d. T.] Aqui e nas notas de rodapé seguintes, l.c. é *loco citato*, que indica referência à obra já citada do autor.

⁷Nós aqui calculamos aqueles casos que ainda não foram examinados em detalhes, nos quais $T_0^1 = T_0^2 = T_0^3 = 0$, $T_{01}, T_{02}, T_{03} \neq 0$ e $T_{01}, T_{02}, T_{03} = 0$, $T_0^1, T_0^2, T_0^3 \neq 0$ como casos estacionários, ainda que o primeiro deva ser descrito como estático.

Agora é necessário investigar sob quais condições as equações (2), levando em conta (5), são integráveis. No caso do espaço sem matéria, a formulação das condições de integrabilidade torna-se desnecessária, pois para $T_{ik}=0$ sempre é possível apresentar uma solução (a saber, a solução trivial $g_{ik} = const$). Por outro lado, no caso do espaço preenchido por matéria, as condições de integrabilidade geralmente impõem⁸ certas restrições aos T_{ik} . Como este estudo focará principalmente no espaço sem matéria, não examinaremos aqui em detalhe as mencionadas condições de integrabilidade. Limitamo-nos a constatar que, no caso estático, as relações $T_{01} = T_{02} = T_{03} = T_{13} = T_{23} = 0$ devem sempre ser válidas, como demonstra uma comparação entre (2) e (5).

Para integrar as equações de campo no espaço vazio, introduzimos uma especialização adicional das coordenadas, originária de Weyl.⁹ De fato, pode-se facilmente verificar a seguinte relação:

$$\Delta^2 \sqrt{fl} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{l}{f}} \left\{ \Delta^2 f - \left[f, \ln \sqrt{\frac{l}{f}} \right] \right\} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{f}{l}} \left\{ \Delta^2 l + \left[l, \ln \sqrt{\frac{l}{f}} \right] \right\} \quad (6)$$

Quando a expressão (6) se anula, \sqrt{fl} torna-se uma função potencial. No vácuo (espaço sem matéria), esta condição é sempre satisfeita, pois — como demonstra uma análise da equação (5) — os termos entre chaves coincidem com R_{00} e R_{33} , a menos de fatores não nulos. A expressão (6) também se anula para certas distribuições de massa específicas, conforme detalhado nos estudos de Weyl. A partir da relação $\Delta^2 \sqrt{fl} = 0$, podemos introduzir novas coordenadas $r = \sqrt{fl}$ e z em substituição a x_1 e x_2 , levando o elemento de linha à seguinte forma:¹⁰

$$ds^2 = f dt^2 - h (dr^2 + dz^2) - \frac{r^2}{f} d\vartheta^2 \quad (\vartheta = x_3) \quad (7)$$

e as equações (5) mudam para:

$$\left. \begin{aligned} R_{00} &= \frac{1}{2h} \left\{ \Delta^2 f - \left[f, \ln \frac{f}{r} \right] \right\}, \\ R_{11} &= -\frac{1}{2} \Delta^2 \ln h + \frac{1}{r} \frac{\partial \ln f}{\partial r} + \frac{1}{2r} \frac{\partial \ln h}{\partial r} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \ln f}{\partial r} \right)^2, \\ R_{22} &= -\frac{1}{2} \Delta^2 \ln h - \frac{1}{2r} \frac{\partial \ln h}{\partial r} - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \ln f}{\partial z} \right)^2, \\ R_{33} &= \frac{r^2}{f^2} \frac{1}{2h} \left\{ \Delta^2 f - \left[f, \ln \frac{f}{r} \right] \right\}, \\ R_{12} &= \frac{1}{2r} \frac{\partial \ln h}{\partial z} - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln f}{\partial r} \frac{\partial \ln f}{\partial z} + \frac{1}{2r} \frac{\partial \ln f}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Os símbolos agora significam:

$$\Delta^2 \alpha = \frac{\partial^2 \alpha}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \alpha}{\partial z^2}; \quad [\alpha, \beta] = \frac{\partial \alpha}{\partial r} \frac{\partial \beta}{\partial r} + \frac{\partial \alpha}{\partial z} \frac{\partial \beta}{\partial z}.$$

Deve-se notar, no entanto, que tal especialidade do sistema de coordenadas só é possível no vácuo e, em casos especiais, em espaços cheios de matéria; em geral, será necessário partir do elemento de linha (4).

⁸Essas restrições têm significado físico; elas representam as condições que as tensões devem satisfazer para que a distribuição de massa em questão seja estável.

⁹H. Weyl, l.c.

¹⁰É fácil verificar que existem certas transformações que preservam invariante a forma (4) do elemento de linha. Isto ocorre precisamente quando as novas variáveis y_1, y_2 são funções potenciais conjugadas de x_1, x_2 (mapeamento conforme!). Quando (6) se anula, podemos definir $r = \sqrt{fl}$ sem alterar a forma do elemento de linha, desde que adotemos z como a função potencial conjugada de r .

No espaço sem matéria, todas as expressões em (8) devem necessariamente anular-se. Ao introduzirmos as novas variáveis $\psi = \ln \sqrt{fl}$ e $\gamma = \ln \sqrt{hf}$, obtemos a partir de (8) as seguintes relações, que se mostram facilmente integráveis:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} &= 0, \\ \frac{\partial \gamma}{\partial r} &= r \left\{ \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 - \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 \right\}, \\ \frac{\partial \gamma}{\partial z} &= 2r \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

onde

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial r} \right) \equiv \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \gamma}{\partial z} \right).$$

Estas equações foram originalmente estabelecidas por Levi-Civita.¹¹ Suas integrais representam a solução geral para campos axissimétricos estáticos no vácuo. Aqui, ψ corresponde a uma função potencial axissimétrica, enquanto γ pode ser obtido através de quadraturas simples. Para demonstrar esse procedimento, focaremos no caso particular de campos com simetria cilíndrica. Neste contexto, impomos a condição de que todas as derivadas em relação a z nas equações (9) se anulem. Este tratamento matemático leva aos seguintes resultados:

$$ds^2 = Ar^{2\alpha} dt^2 - Br^{2\alpha(\alpha-1)}(dr^2 + dz^2) - \frac{r^{2(1-\alpha)}}{A} d\vartheta^2.$$

As constantes A e B são obviamente sem importância, de modo que podemos supor que sejam iguais a um. O elemento de linha então assume a forma:

$$ds^2 = r^{2\alpha} dt^2 - r^{2\alpha(\alpha-1)}(dr^2 + dz^2) - r^{2(1-\alpha)} d\vartheta^2. \quad (10)$$

A expressão (10) só é regular no eixo $r = 0$ quando $\alpha = 0$, reduzindo-se neste caso ao elemento de linha euclidiano. Disto concluímos que no interior de um cilindro oco infinitamente longo, a geometria euclidiana é rigorosamente válida. As soluções com $\alpha \neq 0$ correspondem a casos onde o eixo possui distribuição de massa, sendo o parâmetro arbitrário α — analogamente à solução de Schwarzschild — interpretável como função da densidade de massa.

Vale mencionar ainda que, em primeira aproximação (isto é, quando o elemento de linha (7) difere minimamente do euclidiano $f - 1, h - 1 \ll 1$), as equações (9) descrevem um campo de força próximo ao eixo de simetria de distribuições de massa axissimétricas cilíndricas, o qual corresponde essencialmente a um campo centrífugo. Importante notar que, no caso estático aqui considerado, não surgem forças de Coriolis. Contudo, não nos deteremos neste aspecto no momento, pois ele será tratado com maior profundidade adiante (§3), em nossa discussão sobre o caso estacionário.

No caso estacionário, a formulação das equações de campo (2) não é tão simples quanto no caso estático anterior, pois aqui temos três funções adicionais a determinar g_{01}, g_{02}, g_{03} . Uma análise simples mostra que, em geral, nenhuma das dez grandezas R_{ik} se anula identicamente, de modo que, pelas equações de campo (2), todas as componentes T_{ik} podem ser diferentes de zero. Portanto, para investigar o estado da matéria no caso axissimétrico estacionário de forma geral, será necessário, como já destacado anteriormente, impor as condições de integrabilidade das equações de campo.

No próximo parágrafo, apresentaremos algumas aplicações das equações obtidas até agora a campos variáveis no tempo, antes de nos voltarmos para o estudo do caso estacionário.

¹¹Levi-Civita, l. c.

§2 CAMPOS QUE VARIAM NO TEMPO.

Partimos do elemento de linha na forma (4). Como vimos, sob a suposição de que f , h e l são funções apenas de x_1 e x_2 , as relações (5) valem, independentemente de considerarmos x_3 como uma “coordenada de rotação” ou não. Agora realizamos a transformação:

$$\bar{t} = ix_2, \quad x = x_1, \quad y = it, \quad z = x_3,$$

então, escrevendo \bar{t} novamente como t , o elemento de linha assume a forma:¹²

$$ds_2 = h(dt^2 - dx^2) - fdy^2 - ldz^2, \quad (11)$$

onde agora os coeficientes em (11) dependem apenas de t e x . Para obter os R_{ik} para este caso, devemos transformar as grandezas dadas em (5) de acordo com as fórmulas de transformação conhecidas para tensores e substituir as variáveis antigas pelas novas. Dessa forma, certamente não obtemos o campo geral que depende do tempo e de uma coordenada espacial (nesse caso, seria necessário supor que todos os g_{ik} são diferentes de zero), mas não há restrição em assumir $g_{00} = -g_{11}$; se isso não fosse o caso, sempre poderíamos alcançar essa forma por meio de uma simples transformação real de coordenadas. Limitamo-nos aqui essencialmente ao espaço sem matéria, $R_{ik}=0$, e escrevemos as equações diferenciais que seguem de (5) da maneira indicada acima, utilizando ao mesmo tempo o fato de que a expressão (6) desaparece no espaço vazio. Obtemos assim:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial^2 \sqrt{fl}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \sqrt{fl}}{\partial t^2} = 0, \\ & \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \ln \sqrt{\frac{f}{l}}}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial t} \frac{\partial \ln \sqrt{\frac{f}{l}}}{\partial t}, \\ & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \ln h}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \ln h}{\partial t^2} \right) - \frac{\partial^2 \ln \sqrt{fl}}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial x} \right)^2 - \left(\frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial x} \right)^2 \\ & \qquad \qquad \qquad + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial x} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial t} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial t} = 0, \\ & -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \ln h}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \ln h}{\partial t^2} \right) + \frac{\partial^2 \ln \sqrt{fl}}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial t} \right)^2 \\ & \qquad \qquad \qquad - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial x} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x} - \frac{1}{2} \frac{\partial \ln h}{\partial t} \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial t} = 0, \\ & -\frac{\partial^2 \ln \sqrt{fl}}{\partial x \partial t} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial x} \frac{\partial \ln h}{\partial t} + \frac{\partial \ln \sqrt{fl}}{\partial t} \frac{\partial \ln h}{\partial x} \right) - \frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial x} \frac{\partial \ln \sqrt{f}}{\partial t} - \frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial x} \frac{\partial \ln \sqrt{l}}{\partial t} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Antes de discutirmos essas equações, examinaremos o fluxo de energia em nosso campo. Para isso, devemos formar o pseudo-tensor de energia de Einstein. Partimos melhor das equações dadas por Weyl:¹³

$$t_i^k = \mathfrak{H} \delta_i^k - \frac{1}{2} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial g_{\alpha\beta,k}} g_{\alpha\beta,i}.$$

¹²[N. d. T.] Aqui há um erro de digitação no artigo original: na equação seguinte, lê-se ds^2 no lugar de ds_2 .

¹³Weyl, Raum, Zeit, Materie, 5. Aufl., S. 272.

onde é¹⁴

$$\mathfrak{H} = \sqrt{-g}g^{ik} \left(\begin{Bmatrix} ik \\ r \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} rs \\ s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} ir \\ s \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} ks \\ r \end{Bmatrix} \right).$$

O cálculo fornece para as componentes que nos interessam:

$$\left. \begin{aligned} t_{01} = t_{10} &= \frac{1}{4} \left\{ \frac{\partial \ln h}{\partial x} \left(\frac{\partial \ln f}{\partial t} + \frac{\partial \ln l}{\partial t} \right) + \frac{\partial \ln h}{\partial t} \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x} + \frac{\partial \ln l}{\partial x} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{\partial \ln f}{\partial x} \frac{\partial \ln l}{\partial t} + \frac{\partial \ln f}{\partial t} \frac{\partial \ln l}{\partial x} \right\}, \\ t_{02} = t_{20} &= 0, \\ t_{03} = t_{30} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Pode-se reconhecer a partir de (13) que, em geral, há um fluxo de energia na direção x — tanto quanto se pode concluir a partir do pseudo-tensor de energia. Temos aqui formas especiais de ondas gravitacionais “planas”, como foram inicialmente demonstradas por Einstein em campos fracos.¹⁵ As ondas dadas por (12) e (13), no entanto, existem em campos arbitrariamente fortes. A seguir, discutimos duas soluções particulares de (12).

Primeiro, reconhece-se a partir da primeira equação em (12) que a grandeza \sqrt{fl} se propaga em uma onda “plana” ao longo do eixo- x . Uma solução particular é:

$$f = l = \text{const}, \quad h = h(x - t).$$

Ao inserir em (13), reconhece-se que esta solução corresponde a uma onda sem energia. Essa onda, exatamente como as ondas sem energia correspondentes encontradas por Einstein, é apenas aparente e pode ser eliminada por uma transformação de coordenadas, como se pode verificar formando o tensor de curvatura de Riemann-Christoffel $R_{ik\alpha}^{\beta}$, cujas componentes desaparecem identicamente para nossa solução. (Esta é, como se sabe, a condição para que um sistema de coordenadas “euclidiano-cartesiano” possa ser introduzido.) É importante destacar que nosso resultado aqui é rigorosamente válido, enquanto em Einstein tanto a eliminação da onda por transformação quanto a ausência de energia valem apenas em primeira aproximação. Uma segunda solução de (12) é obtida ao se definir:

$$f = l, \quad h = \text{const.}$$

As equações (12) fornecem então $f = C(x - t + D)^2$. Esta é uma onda real, que cresce além de todos os limites no infinito. Seu transporte de energia é dado por:

$$t_{01} = -\frac{1}{x - t + D}; \quad t_0^1 = t_{0k}g^{k1}\sqrt{-g} = C(x - t + D).$$

Para obter a solução geral de (12), procedemos de maneira análoga a § 1. Com base na primeira equação de (12), é novamente possível introduzir novas coordenadas:

$$\bar{t} = \bar{t}(t, x), \quad r = \sqrt{fl}, \quad \bar{z} = y, \quad \vartheta = z,$$

onde t representa a solução conjugada da equação de onda para r . Nessas novas coordenadas, o elemento de linha assume a forma:

$$ds^2 = \mu(dt^2 - dr^2) - \lambda dz^2 - \frac{r^2}{\lambda} d\vartheta^2, \quad (14)$$

¹⁴[N. d. T.] Aqui, $\begin{Bmatrix} ab \\ c \end{Bmatrix}$ são os símbolos de Christoffel de segunda espécie, para os quais notação mais comum atualmente é Γ_{ab}^c .

¹⁵A. Einstein, Über Gravitationswellen. Sitzungsber. d. Preuss. Akad. d. Wiss. 1918, S. 154.

onde os coeficientes são funções das variáveis antigas. Introduzindo novamente as incógnitas $\psi = \ln \sqrt{\lambda}$, $\gamma = \ln \sqrt{\lambda\mu}$, obtém-se:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} &= 0, \\ \frac{\partial \gamma}{\partial r} &= r \left\{ \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 \right\}, \\ \frac{\partial \gamma}{\partial t} &= 2r \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial \psi}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

A solução geral dessas equações diferenciais fornece também a solução geral de (12), obtida simplesmente pela transformação inversa para as coordenadas anteriores. No entanto, (15) e (14) permitem outra interpretação. Se considerarmos ϑ em (14) como uma coordenada de rotação que varia de 0 a 2π , então (14) representa o elemento de linha em um espaço com simetria cilíndrica. Assim, (15) fornece simultaneamente a solução para “ondas cilíndricas”. Uma solução da primeira equação em (15) é:¹⁶

$$\psi = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi F(t + r \cos \varphi) d\varphi.$$

γ é determinado a partir disso por uma quadratura. Reconhece-se imediatamente a partir da equação diferencial que, para grandes r , ela se reduz à equação de onda comum; a uma distância suficientemente grande do eixo, parte da onda cilíndrica pode ser interpretada como uma onda plana, e lá λ e μ se propagam da maneira conhecida da eletrodinâmica, como mostram as equações (15).

A partir das considerações acima, vê-se como o campo gravitacional se propaga. A analogia com a eletrodinâmica não é tão completa aqui quanto nas soluções aproximadas de Einstein. Não são os g_{ik} em si, mas certas combinações de seus logaritmos que se propagam de maneira simples. Essa complicação, que o problema enfrenta em comparação com a eletrodinâmica, deve-se principalmente ao fato de que a velocidade da luz em si depende da onda. Essa dependência da velocidade de propagação em relação à onda é negligenciada na aproximação de Einstein; daí a melhor analogia com a eletrodinâmica.

Agora, resta investigar quais arranjos de massas excitam as ondas que consideramos. Para esse fim, estendemos nossas abordagens para o interior da matéria. Após realizar a transformação complexa mencionada acima, reconhece-se a partir de (5) que, para nossa escolha do elemento de linha (11), sempre vale $R_{02} = R_{03} = R_{12} = R_{13} = R_{23} = 0$, de onde segue, em conexão com (2), que apenas a componente T_{01} do fluxo de energia pode ser diferente de zero. Assim, as ondas que examinamos acima são excitadas por grandes placas “planas” que oscilam na direção x ou por massas dispostas simetricamente em cilindros que pulsam na direção radial.

§3 O CAMPO ESTACIONÁRIO EM PRIMEIRA APROXIMAÇÃO

O campo estacionário será considerado apenas na aproximação introduzida por Einstein, ou seja, o elemento de linha (1) deve diferir do elemento de linha euclidiano em coordenadas cilíndricas apenas por termos que são pequenos de primeira ordem. Escrevemos o elemento de linha (1) com uma mera mudança de notação na forma:

$$ds^2 = (1 + \gamma_{00}^*) dt^2 + 2\gamma_{01}^* dr dt + 2\gamma_{02}^* dz dt + 2\gamma_{03}^* d\vartheta dt - (1 + \gamma_{11}^*) (dr^2 + dz^2) - r^2 (1 + \gamma_{33}^*) d\vartheta^2.$$

Nossas suposições afirmam então que as grandezas γ_{00}^* , γ_{01}^* , γ_{02}^* , γ_{03}^* , γ_{11}^* e γ_{33}^* são pequenas de primeira ordem. Agora, introduzimos novas coordenadas por meio da transformação:

$$t = t, \quad x = r \cdot \cos \vartheta, \quad y = r \cdot \sin \vartheta, \quad z = z$$

¹⁶Vgl. Nielsen, Handbuch der Zylinderfunktionen, S. 142.

Os coeficientes do elemento de linha são expressos nas novas coordenadas em termos das antigas pelas fórmulas de transformação conhecidas:

$$g_{ik} = \frac{\partial x_\gamma^*}{\partial x_i} \frac{\partial x_\nu^*}{\partial x_k} g_{\gamma\nu}^*.$$

Obtemos para as grandezas que nos interessam:

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{00} &= \gamma_{00}^*, & \gamma_{01} &= \gamma_{01}^* \frac{x}{r} - \gamma_{03}^* \frac{y}{r^2}, \\ \gamma_{33} &= \gamma_{22}^*, & \gamma_{02} &= \gamma_{01}^* \frac{y}{r} + \gamma_{03}^* \frac{x}{r^2}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

onde deve-se notar que os γ_{ik}^* são funções apenas de r e z . Inserimos as expressões (16) nas equações de campo (2). Nesse processo, limitamo-nos a termos de primeira ordem; para o espaço sem matéria, obtemos:¹⁷

$$R_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \gamma_k^r}{\partial x_i \partial x_r} + \frac{\partial^2 \gamma_i^r}{\partial x_k \partial x_r} - \frac{\partial^2 \gamma_r^n}{\partial x_i \partial x_k} \right) - \frac{1}{2} \gamma_{ik} = 0. \quad (17)$$

Primeiro, vemos a partir de (16) que γ_{00} e γ_{33} dependem apenas de r e z e que as outras duas grandezas podem ser escritas como:

$$\gamma_{01} = xf(r, z) - yg(rz), \quad \gamma_{02} = yf(r, z) + xg(r, z).$$

Essas quatro funções desconhecidas, que determinam o movimento de um ponto de massa em movimento lento, são determinadas em primeira aproximação pelas equações diferenciais (17). Para discutir a solução, escolhemos dois casos, que foram considerados primeiro por Thirring¹⁸ em particular. Como primeiro caso, consideramos o campo próximo ao eixo de massas distribuídas simetricamente em rotação estacionária. Devido à generalidade de nossas abordagens, isso pode envolver qualquer número de arranjos de massas encaixados uns nos outros, girando com diferentes velocidades angulares. Além disso, as condições de contorno não desempenham inicialmente um papel, pois partimos das equações diferenciais. Procedemos, uma vez que esperamos soluções regulares no espaço sem matéria, assumindo que as quatro funções procuradas são séries de potências em r e as inserimos em (17). Com base em (17), obtêm-se então as seguintes expansões:

$$\gamma_{00} = \alpha(z) - \frac{\alpha''(z)}{x_2} r^2 + \frac{\alpha^{(IV)}(z)}{x_4} r^4 - \dots + \dots \quad (18)$$

$$\text{rot} \gamma = \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial \gamma_{03}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{02}}{\partial z} &= y \left\{ \sigma(z) - \frac{\sigma''(z)}{k_2} r^2 + \frac{\sigma^{(IV)}(z)}{k_4} r^4 + \dots \right\} \\ &\quad - x \left\{ \tau(z) - \frac{\tau''(z)}{k_2} r^2 + \dots \right\} \\ \frac{\partial \gamma_{01}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{03}}{\partial x} &= -x \left\{ \sigma(z) - \frac{\sigma''(z)}{k_2} r^2 + \dots \right\} \\ &\quad - y \left\{ \tau(z) - \frac{\tau''(z)}{k_2} r^2 + \dots \right\} \\ \frac{\partial \gamma_{02}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{01}}{\partial y} &= 2 \left\{ \psi(z) - \frac{\psi''(z)}{x_2} r^2 + \frac{\psi^{(IV)}(z)}{x_4} r^4 - \dots + \dots \right\}^{19} \end{aligned} \right. \quad (19)$$

¹⁷[N. d. T.] Entendemos que o índice n , na equação abaixo, tal como no trabalho original, devesse, na verdade, ser r .

¹⁸Phys. ZS. 19, 33 e 156, 1918; 22, 29, 1921. Embora o segundo trabalho descreva corretamente o campo no exterior de uma esfera em rotação na aproximação considerada, o primeiro — como já observado por Lanczos — produz soluções que contradizem as equações de campo. Conforme Lanczos demonstrou, isso ocorre porque as tensões não foram corretamente especificadas. Acreditamos que, com base em nossas equações, podemos resolver este problema em princípio sem recorrer a quaisquer hipóteses adicionais sobre o tensor de matéria.

Os lados esquerdos em (19) representam, segundo Thirring,²⁰ diretamente as componentes da força de Coriolis. $\alpha, \sigma, \psi(\tau = \psi')$ são funções arbitrárias de z e, em cada caso concreto, dependerão da distribuição das massas geradoras do campo ao longo do eixo de rotação, que deixamos arbitrária. Se nos limitarmos à vizinhança imediata do eixo, de modo que apenas os primeiros termos das séries precisem ser considerados e, além disso, o produto das coordenadas com as velocidades possa ser desprezado, obtêm-se, segundo Thirring, as seguintes equações de movimento para um ponto de massa em movimento lento¹:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= 2\psi(z)\dot{y} + \frac{\alpha''(z)}{x_2}x, \\ \ddot{y} &= -2\psi(z)\dot{x} - \frac{\alpha''(z)}{x_2}y, \\ \ddot{z} &= +\frac{1}{2}\alpha'(z). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Mais afastado do eixo, as equações de movimento (também para pequenas velocidades) são:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= 2 \left\{ \psi(z) + \frac{\psi''(z)}{k_2}r^2 + \dots \right\} \dot{y} + \{x[\sigma(z) - \dots] + y[\tau(z) - \dots]\} \dot{z} - x \left\{ \frac{\alpha''(z)}{k_2} - \dots \right\} \\ \ddot{y} &= -2 \{ \psi(z) - \dots + \dots \} \dot{x} + \{y[\sigma(z) - \dots + \dots] - x[\tau(z) - \dots]\} \dot{z} - y \left\{ \frac{\alpha''(z)}{k_2} - \dots \right\} \\ \ddot{z} &= - \{x[\sigma(z) - \dots] + y[\tau(z) - \dots]\} \dot{x} - \{y[\sigma(z) - \dots] - x[\tau(z) - \dots]\} \dot{y} + \frac{1}{2} \{ \alpha'(z) - \dots \} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

A partir dessas equações, reconhece-se que, em geral, surgem forças de Coriolis e centrífugas, que, em nosso caso, também podem depender de z . Além disso, surge uma força na direção do eixo de rotação, como já encontrada por Thirring. Essa força depende da distribuição de massa na direção z e foi interpretada por Thirring como atração gravitacional habitual. Além disso, reconhece-se, igualando a zero (*Nullsetzen*) $\gamma_{01}, \gamma_{02}, \gamma_{03}$ que, como já indicado no final de § 1, as forças centrífugas permanecem inalteradas na transição para o caso estático. As forças centrífugas obtidas acima não são, portanto, uma consequência da rotação, mas uma consequência da atração de massa, que já aparece na teoria de Newton. Aqui fica claro por que, em Thirring, as forças centrífugas, em contraste com as forças de Coriolis, não podem ser eliminadas por transformação, pois geralmente não é possível eliminar a ação gravitacional de um corpo em uma região finita. Poder-se-ia esperar que, na rotação de massas pesadas, também surgissem forças centrífugas que desapareceriam quando a rotação cessasse. (Em Thirring, a proporcionalidade das forças centrífugas com ω^2 dá a impressão de que se trata realmente de efeitos “genuínos” de rotação, mas verifica-se facilmente que a proporcionalidade com ω^2 está relacionada ao aumento da massa pesada do equador com ω . As forças centrífugas de Thirring também surgiriam de acordo com a teoria da relatividade especial.) “Forças centrífugas genuínas”, que também deveriam surgir em um cilindro oco em rotação, não podemos obter na aproximação aplicada; por isso, as forças centrífugas que surgem no espaço sem campo ao transformar para um sistema de coordenadas em rotação também não estão contidas em (20). De acordo com (20), toda força centrífuga radial está inseparavelmente ligada a uma axial.

Para determinar o campo fora de uma massa em rotação, pode-se proceder de maneira análoga, mas neste caso é necessário incluir as condições de contorno no infinito e então expandir em potências

¹⁹O vetor (R_{01}, R_{02}, R_{03}) é, segundo a equação (17), igual a $-\frac{1}{2}(\Delta\gamma - \text{grad div } \gamma)$, onde $\gamma = (\gamma_{01}, \gamma_{02}, \gamma_{03})$, disto se segue $\Delta \text{rot } \gamma = 0$, de onde fluem as equações (19).

²⁰H. Thirring, Phys. ZS. 19, 36-37, 1918.

negativas de r . Obtêm-se então as forças newtonianas comuns e, além disso, forças de Coriolis e centrífugas como em Thirring e Lense.²¹ Não nos aprofundaremos neste caso, pois ele não traz nada de novo em princípio.

Algumas palavras ainda devem ser ditas sobre o estado do campo no espaço preenchido por matéria. Em vez de (17), teríamos que estabelecer as equações para o espaço com matéria neste caso; além disso, ao definir o tensor de matéria, seria necessário levar em conta as condições de integrabilidade dessas equações. Isso geralmente será muito complicado; além disso, as equações assim obtidas provavelmente não terão muito sentido, pois o campo no interior da matéria não será necessariamente fraco desde o início. No entanto, se o tensor de matéria for incluído nas considerações apenas para obter a conexão entre as massas e as forças que surgem, como é o caso em Thirring, o seguinte caminho parece viável, que foi inadvertidamente tomado por Weyl em seu trabalho citado acima: primeiro, apenas as equações para as componentes “temporais” do tensor de matéria são estabelecidas; a partir delas, os g_{ik} são calculados; as tensões que mantêm a configuração de massa assumida em equilíbrio estável podem então ser determinadas posteriormente a partir das seis equações gravitacionais restantes.

No próximo parágrafo, com base nas considerações anteriores, terão lugar algumas observações fundamentais sobre o princípio de Mach.

§4 ALGUMAS OBSERVAÇÕES PRINCIPAIS

A partir das considerações do último parágrafo, reconhece-se que só faz sentido falar de forças de Coriolis e centrífugas em nossa aproximação. Para campos gravitacionais fortes e movimentos rápidos, as equações de movimento são essencialmente mais complicadas e geralmente não apresentam analogias com as equações clássicas de movimento em um sistema em rotação. Nesse sentido, pode-se dizer que apenas as forças de Coriolis são peculiares ao problema de rotação, enquanto as forças centrífugas também surgem no caso estático.

O problema da rotação estacionária foi também o que primeiro levou às considerações sobre o princípio de Mach. Parece, portanto, apropriado abordar este ponto mais detalhadamente aqui. Como este problema, no entanto, não está vinculado ao problema de rotação, voltaremos às equações de campo (2) para este fim e usaremos o problema da rotação estacionária apenas para ilustrar o caso geral.

Na formulação de Einstein,²² o princípio de Mach diz: O campo métrico é condicionado e completamente determinado pelo tensor de energia da matéria.

Na mecânica clássica, este princípio não é satisfeito, como se pode ver mais facilmente considerando duas massas dispostas axialmente simétricas, girando uma em relação à outra, pois seria concebível que, visto de um corpo, surgissem forças de Coriolis, enquanto em um sistema de referência em repouso em relação à segunda massa, não surgissem.

Também na teoria da relatividade, o campo métrico não é inicialmente determinado de forma única pelas equações de campo para um dado tensor de matéria, e isso tanto ao usar as equações de campo na forma (2) quanto na forma modificada cosmológica.²³ Para uma determinação completa do campo, são, portanto, necessárias, além das equações de campo, certas condições adicionais. (A questão de saber se é possível especificar equações diferenciais que determinem o campo sem condições adicionais não será investigada aqui. Em qualquer caso, as “equações cosmológicas” não representam tais equações diferenciais.) Essas condições adicionais estão intimamente ligadas ao princípio de Mach. Se, por exemplo, essas condições adicionais introduzem um novo elemento (por exemplo, do tipo do espaço absoluto) em nossas considerações, então o princípio de Mach não será satisfeito.²⁴ Por outro lado, é

²¹Phys. ZS. 19, 156, 1918

²²Ann. d. Phys. 5, 241, 1918.

²³Vgl. z. B. Weyl, Raum, Zeit, Materie, 5. Aufl., S. 287.

²⁴Poder-se-ia considerar a hipótese de um éter descrito pelo tensor de matéria $T_{ik} = \mu g_{ik}$. Esta proposta é compatível

evidentemente possível, por meio de nossas condições adicionais, excluir todas as soluções das equações de campo que violam o princípio de Mach. Enquanto as condições adicionais não forem conhecidas, também não podemos dizer, com base nas equações que desenvolvemos, como é um mundo no qual existem apenas duas massas girando uma em relação à outra. No entanto, é possível, em um mundo preenchido por matéria, determinar aproximadamente o campo na vizinhança de um corpo de pequena massa. Se uma determinada distribuição de massa e o campo métrico correspondente forem dados e introduzirmos uma nova massa neste campo, que deve ser pequena em comparação com as massas originalmente presentes, obteremos o campo na vizinhança desta nova massa evidentemente adicionando às equações de campo a condição adicional invariante de que o campo da nova massa deve se fundir continuamente no campo originalmente presente (originado das massas originalmente presentes) a uma distância suficientemente grande.²⁵

Se o princípio de Mach é satisfeito não pode ser decidido com base nas experiências atuais; em qualquer caso, as equações de campo em si não fornecem uma indicação em uma direção ou outra.

Deve-se mencionar ainda que nossas considerações acima podem ser transferidas de forma análoga para as equações do campo eletromagnético; também lá é concebível que as condições de contorno que assumimos no mundo real sejam apenas uma consequência da integração no campo de cargas distantes.

Do Instituto de Física Teórica da Universidade de Viena.

com o experimento de Michelson e parece particularmente atraente por conferir aos componentes g_{ik} um significado físico real. As equações de campo na forma geral

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R + \lambda g_{ik} = \mu g_{ik}$$

levam, em grande escala, ao universo hiperbólico de de Sitter. Tal éter determinaria então o substrato homogêneo do cosmos. Cumpre ainda observar que, neste modelo, as ondas gravitacionais podem ser interpretadas como perturbações periódicas tanto na densidade quanto nas tensões.

²⁵Aqui, faz-se uso da suposição de que a influência de pequenas massas, medida em relação a grandes massas, seja pequena. Esta suposição, no entanto, não é de forma alguma arbitrária; antes, está subjacente a toda teoria de campo, pois sem ela nenhum corpo de prova poderia ser introduzido em um campo, tornando assim uma medição no campo impossível em princípio.

O Prêmio Nobel de Física de 2025

por Júlio C. Fabris
Universidade Federal do Espírito Santo

O britânico John Clarke (Universidade da Califórnia, em Berkeley, EUA), o francês Michel H. Devoret (Universidade de Yale, EUA) e o americano John Martinis (Universidade da Califórnia, em Santa Cruz, EUA) foram os ganhadores do Prêmio Nobel de Física neste ano de 2025. Eles contribuíram decisivamente para a identificação de efeitos quânticos em sistemas mesoscópicos (sistemas não visíveis a olho nú mas muito maiores que os sistemas atômicos). Os resultados obtidos podem ter grande impacto no desenvolvimento principalmente da computação quântica.

Para obter estes resultados, os laureados do Nobel de Física 2025 usaram o modelo de Caldeira-Leggett, formulado pelo físico brasileiro Amir Caldeira (Universidade Estadual de Campinas) e o físico britânico Anthony Leggett (Universidade de Urbana, EUA), ganhador do Prêmio Nobel de Física em 2003. O modelo Caldeira-Leggett descreve efeitos clássicos de dissipação a partir de um sistema quântico. Amir Caldeira é atualmente professor titular na Unicamp e, durante os trabalhos que conduziram a formulação do modelo que leva o seu nome e o de Leggett, ele desenvolvia seu doutorado sob a orientação do próprio Leggett. A contribuição de Amir Caldeira foi explicitamente citada no anúncio do Prêmio Nobel.

O anúncio do Prêmio Nobel de Física de 2025 ocorreu no dia 7 de outubro. No dia 8 de outubro, o IV Encontro Capixaba de Física da Sociedade Brasileira de Física foi aberto na UFES com palestras e debates sobre a mecânica quântica. Participaram desses debates os professores Nelson Pinto Neto (Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas), Nelson Studart (Centro Nacional de Pesquisa em Energia e Materiais), Olival Freire (Universidade Federal da Bahia) e Ulysses Câmara da Silva (Universidade Federal do Espírito Santo). O debate previa inicialmente uma discussão sobre os fundamentos da mecânica quântica, mas a premiação foi também, é claro, abordada.

Abaixo apresento os testemunhos dos debatedores sobre a importância tanto do Prêmio Nobel de Física de 2025 quanto da contribuição de Amir Caldeira.

Ulysses Câmara da Silva:

A Unesco escolheu 2025 para celebrar o “Ano Internacional da Ciência e Tecnologia Quântica”. A data foi escolhida para fazer referência ao centenário do artigo seminal de Werner Heisenberg que estabeleceu os alicerces da Mecânica Quântica moderna utilizada até hoje. No espírito desta festividade tivemos o Prêmio Nobel de Física do ano de 2025 concedido a John Clarke, Michel Devoret e John Martinis por demonstrarem que fenômenos quânticos amplamente estabelecidos para sistemas “microscópicos”, ou seja, que envolvem poucas partículas — como o tunelamento e a quantização de energia — também ocorrem em circuitos supercondutores muito bem controlados e formados por bilhões de pares de Cooper. Os resultados obtidos comprovam que as Leis da Mecânica Quântica não são limitadas a sistemas “microscópicos”, elas também são aplicadas a sistemas macroscópicos, desde que a interação com o ambiente externo seja muito bem controlada.

Os experimentos realizados pelos laureados possuem como embasamento teórico o modelo de Caldeira-Leggett de dissipação quântica. Tal modelo foi desenvolvido durante a tese de doutorado de Amir Caldeira, físico brasileiro e professor titular aposentado na Universidade Estadual de Campinas, sob a orientação de Anthony James Leggett — Prêmio Nobel de Física de 2003. Ele descreve os efeitos de dissipação sobre o tunelamento quântico devido a interação do sistema com o ambiente.

Assim, para a nossa comunidade, o Nobel de Física de 2025 não apenas celebra a capacidade humana para desenvolver um aparato complexo que permite um sistema macroscópico ter propriedades quânticas, algo fundamental para o desenvolvimento do computador quântico, mas também confirma a presença da ciência brasileira na base teórica deste significativo capítulo da física contemporânea.

Nelson Pinto Neto:

O Prêmio Nobel desse ano visou celebrar as medidas de efeitos quânticos em sistemas macroscópicos. Não são sistemas atômicos ou moleculares. Envolvem bilhões de partículas como elétrons. O mais importante não é o tunelamento em sistemas macroscópicos pois isto já tinha sido medido antes. O mais importante a meu ver é a verificação da quantização dos estados de energia nesses sistemas, porque isto pode ser importante para computação quântica, por envolver bilhões de elétrons. Isto pode ter aplicações na configuração de qubits, através do uso dos estados quantizados de energia. É importante também lembrar da importância da contribuição de Amir Caldeira para que estes efeitos fossem identificados e medidos.

Nelson Studart:

Neste Ano Internacional da Ciência e Tecnologia Quânticas, que celebra os 100 anos dos trabalhos de Heisenberg, Dirac e Schrödinger, a quântica está em todo lugar: história, aplicações e novas tecnologias. Não por acaso, o Nobel de Física de 2025 reconheceu três cientistas que demonstraram, em circuitos supercondutores, o tunelamento quântico (partículas atravessando barreiras) e a quantização de energia. Por trás desses feitos está uma peça-chave da física brasileira: o modelo Caldeira-Leggett. Proposto por Amir Caldeira (IFGW-UNICAMP) em sua tese em Sussex, sob orientação de Anthony Leggett, o modelo mostrou como o ambiente afeta sistemas quânticos — quando a dissipação suprime o tunelamento e com que rapidez uma superposição perde coerência (decoerência), dependendo da temperatura e do acoplamento. Foi justamente essa base teórica que os laureados usaram para construir o aparato experimental.

Aproveito essa mesa-redonda para puxar um assunto que me preocupa há tempos: como estamos ensinando quântica nas licenciaturas e no ensino médio. Na formação de professores, a disciplina de Física Moderna costuma ficar presa à chamada pré-quântica; quando aparece uma disciplina de quântica, muitas vezes ela mira só no operacional da teoria. O resultado aparece no MNPEF: muitos professores em formação pós-graduada relatam grande dificuldade com a Mecânica Quântica — numa enquete com meus alunos, a maioria disse não se sentir preparada para trabalhar nem os conceitos básicos para seus alunos no ensino médio. Minha aposta é clara: começar pelo conceitual, com boas perguntas, fenômenos-chave e conexões com o cotidiano, antes de cobrar formalismo pesado.

No ensino médio, a situação espelha a formação inicial — e não é só isso. A BNCC pede que a escola discuta matéria, radiação e tecnologias, mas isso quase não vira currículo real e, por consequência, quase não aparece nos livros didáticos. Mesmo o ENEM fala em interação radiação-matéria, mas o tema some nos objetos de conhecimento. Tomara que o Novo ENEM ajude a virar o jogo. Há boas propostas de ensino de quântica para o EM, mas a implementação patina. Se quisermos que a quântica entre de verdade na escola, precisamos de três frentes ao mesmo tempo: licenciaturas com foco conceitual, materiais didáticos atualizados e acessíveis e avaliações que valorizem esses conteúdos. Sem isso, a quântica continua “do lado de fora” — justamente quando mais precisamos dela para entender o mundo e formar nossos estudantes.

Olival Freire:

Nenhum dos primeiros protagonistas da controvérsia quântica poderia imaginar que tais debates teriam consequências importantes para a tecnologia quântica. Em nossos tempos de enorme pressão social e política por inovação tecnológica, a história dos debates quânticos nos lembra que ninguém pode prever se a pesquisa fundamental, mesmo filosófica, pode levar, ou não, a aplicações significativas. Da mesma forma, mesmo com todas as promessas atuais das tecnologias quânticas, não podemos ter certeza se, e quando, elas serão cumpridas. Essa é a bela incerteza do empreendimento cultural que chamamos de ciência.

Quando Amir Caldeira e Leggett trabalharam sobre o problema de sistemas quânticos macroscópicos no início dos anos 80, eles não imaginavam que isso poderia ser de utilidade para o desafio atual da construção de computadores quânticos.

Pequenos pontos vermelhos

por Stéfani Faller

Universidade Federal do Espírito Santo

O modelo cosmológico padrão prevê que a formação do universo se deu de forma hierárquica, com as estruturas menores sendo formadas para posteriormente darem origem a estruturas mais complexas. Sendo dessa forma, era esperado que as galáxias começassem a se formar em $z \geq 6$,¹ quando o universo tinha por volta de 700 milhões de anos. Por estarem bem distantes, observamos as galáxias com um desvio para o vermelho (*redshift*) nas linhas espectrais, fazendo assim com que seja possível falar sobre a distância desses objetos através da medida de z . Note que o “agora” é equivalente ao *redshift* $z = 0$ e, quanto mais longe uma galáxia estiver, mais alto vai ser seu *redshift*.

Apesar do modelo padrão funcionar bem na descrição do nosso universo, existem fenômenos e observações que não estão previstos na teoria. O JWST (James Webb Spacial Telescope) trouxe vários dados inéditos que estão contrastando com as previsões teóricas que eram esperadas. Uma dessas observações “problemáticas” para o modelo são os denominados “pequenos pontos vermelhos” (LRDs, do inglês *little red dots*), uma população até então desconhecida de objetos compactos e extremamente vermelhos, com uma massa estelar alta, encontrados em alto *redshift*. Com um raio efetivo² de ~ 100 pc e com a massa estelar estando por volta de $10^9 - 10^{11} M_{\odot}$ [1], no cenário atual os LRDs constituem uma incógnita. A título de curiosidade, a Via Láctea inteira possui uma massa de $10^{11} M_{\odot}$!

Os LRDs têm sido observados pelo método espectroscópico, resultando em *redshifts* entre 5 e 9 [2]. Isso corresponde a idades do Universo de aproximadamente 1,1 bilhão e 0,5 bilhão de anos, respectivamente. Suas características, como a massa e o avermelhamento, indicam que eles se formaram bem antes, em um universo muito jovem: é surpreendente que objetos tão massivos e compactos apresentem um avermelhamento tão acentuado, o que seria característico de galáxias mais velhas. Seria, assim, necessário que os processos que geraram esses objetos, de algum modo, fossem catalisados por algum mecanismo ainda não identificado, que aceleraria sua formação.

Acredita-se que no centro dessas galáxias exista um buraco negro supermassivo [1], o que explicaria o seu avermelhamento precoce, apesar de serem compactas. Entretanto, daí teria outra peça do quebra-cabeça faltando, que seria sobre como buracos negros supermassivos foram formados em um universo tão jovem, sendo que o buraco negro é a fase final da vida de uma estrela, e o processo desde o nascimento até passar pelo ciclo inteiro da vida de uma estrela até a sua “morte” é extremamente demorado. Ao menos, esse é o único mecanismo que conhecemos até então.

Alguns pesquisadores discutem os dados do JWST, indagando se essa idade realmente é verídica ou se, por exemplo, a poeira intergaláctica [3] não está erroneamente nos indicando um *redshift* maior do que realmente é. Outro fator que pode gerar confusão em relação aos dados seria uma espécie de contaminação deles ao equivocadamente considerar as anãs marrons — estrelas pouco luminosas que não possuem massa o suficiente para fundir hidrogênio — na hora de estudar as características dos LRDs [4]. A “problemática” está no fato de que, para terem essas características de massa, compacticidade e avermelhamento observado, os LRDs deveriam

¹O desvio para o vermelho é designado pela letra z , e indica a escala de distância, obtido por métodos espectroscópicos ou fotométricos.

²O raio que contém maior parte da luminosidade do objeto celeste.

ter se formado em uma era muito remota da evolução cósmica. Se elas fossem formadas mais tarde, estaria mais condizente com a previsão teórica, ao menos em partes.

Um dos mecanismos essenciais na evolução de galáxias está relacionado com um núcleo galáctico ativo (AGN, do inglês *active galactic nuclei*). É um pontinho brilhante, visto dessa forma até mesmo no óptico, que, por exemplo, está presente em quasares. Os AGN também são uma aposta de que ajudarão a esclarecer os buracos negros supermassivos.

Trabalhos tentam explicar de diferentes formas as características dos LRDs, seja com modelos estelares complexos, que são atenuados com a poeira, modelos híbridos, que consideram também a dinâmica das AGNs com os impactos espectrais, etc.

A natureza desses LRDs ainda é incerta, e o acúmulo de dados do JWST poderá trazer novas peças para o quebra-cabeça que eles representam e até que ponto eles constituem um desafio para o modelo padrão.

Referências

- [1] F. Pacucci, L. Hernquist e M. Fujii, *Little Red Dots Are Nurseries of Massive Black Holes* (2025). [ArXiv:2509.02664v1](#).
- [2] P. G. Pérez-González et al., *What is the nature of Little Red Dots and what is not, MIRI SMILES edition* (2024). [ArXiv:2401.08782v2](#).
- [3] K. Chen et al., *Dust Budget Crisis in Little Red Dots* (2025). [ArXiv:2505.22600v1](#).
- [4] Y. Ma et al., *No Luminous Little Red Dots: A Sharp Cutoff in Their Luminosity Function* (2025). [ArXiv:2509.02662v1](#).
- [5] H. Mo, F. van den Bosch e S. White, *Galaxy Formation and Evolution* (Cambridge University Press, 2010).
- [6] J. Matthee et al., *Little Red Dots: an abundant population of faint AGN at $z \sim 5$ revealed by the EIGER and FRESCO JWST surveys* (2024). [ArXiv:2306.05448v3](#).